

136/9
5AKA 14KA
14. XII 2010.
clb sent

Prof. dr Životije Topolac

FIZIKA

XI izdanje

IRO „GRADEVINSKA KNJIGA“
BEOGRAD
1989

Dr Životije Topolac, redovni profesor
Rudarsko-geološkog fakulteta
Univerziteta u Beogradu

FIZIKA

Recenzenti

Prof. dr Ilija Burić
Prof. dr Radivoj Cvetičanin
Prof. dr Vojislav Grujić

ISBN 86-395-0200-5

Za IRO „GRAĐEVINSKA KNJIGA”

Milan Višnjić, glavni urednik
Milica Dodić, odgovorni urednik
Olga Vasiljević, urednik
Jovo Karadžić, tehnički urednik
Snežana Necić, naslovna strana

Tiraž: 1.000 primeraka

Štampa: ŠIP „Bakar” Bor

S A D R Ž A J

PREDGOVOR

U V O D	1
0.1. Fizika i tehnika	1
0.2. Međunarodni sistem jedinica	2
0.3. Skalarnе i vektorske veličine	4
0.4. Pojam materijalne tačke	6

I DEO

M E H A N I K A	7
I glava: KINEMATIKA	7
1.1. Kretanje tela i sistem referencije	7
1.2. Pravolinijsko kretanje i srednja brzina	8
1.3. Jednoliko promenljivo kretanje	9
1.4. Slobodno padanje	11
1.5. Krivolinijsko kretanje i trenutna brzina	12
1.6. Jednoliko kružno kretanje	13
1.7. Radijalno ubrzanje	15
1.8. Tangencijalno ubrzanje	16
1.9. Podela kretanja kod čvrstih tela	17
II glava: DINAMIKA	19
2.1. Njutnovi zakoni mehanike	19
2.2. Sila. Jedinica za silu	21
2.3. Težina, specifična težina i gustina	23
2.4. Pritisak. Sila pritiska	25
2.5. Sile trenja i otpora	28
2.6. Vučna sila i kretanje tela	30
2.7. Rad. Jedinice za rad	31
2.8. Snaga. Jedinice za snagu	32
2.9. Štetno trenje i stepen korisnog dejstva	33
2.10. Potencijalna energija	35
2.11. Kinetička energija	36

2.12. Zakon o održanju mehaničke energije	37
2.13. Masa i brzina kretanja tela	39
2.14. Masa i energija	40
2.15. Centripetalna i centrifugalna sila	42
III glava: GRAVITACIONO POLJE, POTENCIJAL I NAPON	44
3.1. Njutnov zakon gravitacije	44
3.2. Masa zemlje i njena gustina	46
3.3. Jačina gravitacionog polja	48
3.4. Rad sile u gravitacionom polju	49
3.5. Gravitacioni potencijal i ekvipotencijalne površine	50
IV glava: DINAMIKA ROTACIJE TELA	53
4.1. Moment sile	53
4.2. Moment sprege	54
4.3. Moment inercije	55
4.4. Rad i snaga pri rotaciji tela	57
4.5. Rotaciona energija	58
4.6. Moment količine kretanja	59
V glava: ELASTIČNE DEFORMACIJE	61
5.1. Vrste elastičnih deformacija. Hukov zakon	61
5.2. Moduo elastičnosti i normalni napon	63
5.3. Savijanje	64
5.4. Smicanje	66
5.5. Torzija	66
5.6. Sabijanje - zapreminska deformacija	67
VI glava: OSCILACIJE	69
6.1. Oscilatorno kretanje	69
6.2. Harmonijske oscilacije	71
6.3. Ubrzanje i period kod harmonijskih oscilacija	72
6.4. Energija kod harmonijskih oscilacija	73
6.5. Amortizovane oscilacije	74
6.6. Matematičko klatno	75
6.7. Prinudne oscilacije i pojava rezonancije	77
VII glava: HIDROSTATIKA: ATMOSFERSKI PRITISAK	80
7.1. Osobine tečnosti	80
7.2. Sila potiska	82
7.3. Površinski napon	83
7.4. Kapilarne pojave	85
7.5. Barometarska formula. Barometri	87
VIII glava: HIDRODINAMIKA	88
8.1. Strujanje tečnosti	88
8.2. Bernulijeva jednačina	90
8.3. Toričelijeva teorema	91
8.4. Trenje u tečnostima	92
RAČUNSKI ZADACI IZ MEHANIKE	95

II DEO

TOPLOTA I TERMODINAMIKA	109
IX glava: TOPLOTA I TEMPERATURA	109
9.1. Temperatura	109
9.2. Toplotna energija i specifična toplota	111
9.3. Linearno širenje čvrstih tela	113
9.4. Širenje čvrstih tela i tečnosti. Anomalija vode	115
9.5. Gasni zakoni i apsolutna temperatura	116
9.6. Jednačina stanja idealnih gasova	118
9.7. Toplota sagorevanja	120
X glava: TERMODINAMIKA	122
10.1. Unutrašnja energija	122
10.2. Prvi zakon termodinamike	123
10.3. Izotermske promene kod idealnih gasova	124
10.4. Adijabatski procesi kod gasova	125
10.5. Termodinamički kružni procesi i II zakon termodinamike	126
10.6. Karnoov kružni proces	128
10.7. Termički stepen korisnog dejstva	130
10.8. Entalpija	131
XI glava: PROMENE AGREGATNIH STANJA	132
11.1. Topljenje kristalnih tela i latentna toplota	132
11.2. Isparavanje i ključanje	135
11.3. Vlažnost vazduha	136
11.4. Van der Valsova jednačina	137
11.5. Realni gasovi i kritične temperature	138
XII glava: PRENOŠENJE I PROLAŽENJE TOPLOTE	141
12.1. Vrste prenošenja toplote	141
12.2. Provođenje toplote	142
12.3. Strujanje i zračenje	144
12.4. Prolaženje toplote	145
RAČUNSKI ZADACI IZ TOPLOTE I TERMODINAMIKE	147

III DEO

ELEKTRIČNE STRUJE

XIII glava: ELEKTRIČNO POLJE I NAPON	151
13.1. Električna struktura materije	151
13.2. Električni potencijal i napon	152
13.3. Kulonov zakon za tačkasta naelektrisanja	154
13.4. Električno polje i električni fluks	155
13.5. Električna kapacitivnost. Dielektrici	157
13.6. Kondenzatori	159
XIV glava: JEDNOSMERNA STRUJA	161
14.1. Generatori jednosmerne struje	161

VI

14.2. Jačina i gustina električne struje	163
14.3. Električna otpornost i provodnost	164
14.4. Omev zakon i elektromotorna sila	166
14.5. Rad i snaga jednosmerne struje	168
14.6. Termičko dejstvo električne struje	169
14.7. Hemijsko dejstvo struje. Zakoni elektrolize	170
14.8. Akumulatori	173
14.9. Step en korisnog dejstva akumulatora	175
14.10. Vezivanje akumulatora	176
14.11. Vezivanje provodnika i Kirhofova pravila	177
14.12. Prolaz struje kroz gasove	179
14.13. Termoelektronska emisija. Dioda	181
XV glava: ELEKTROMAGNETIZAM	184
15.1. Zemljino magnetno polje	184
15.2. Magnetno polje električne struje	185
15.3. Dejstvo magnetnog polja dva pravolinijska provodnika sa strujom	188
15.4. Elektromagnetni	189
15.5. Indukovane struje	190
15.6. Elektromotorna sila samoindukcije	192
15.7. Vrtložne struje	193
XVI glava: NAIZMENIČNE STRUJE	195
16.1. Princip rada generatora naizmenične struje	195
16.2. Efektivne vrednosti struje i napona	197
16.3. Termička (omska) otpornost	198
16.4. Induktivna otpornost	200
16.5. Omev zakon za kolo naizmenične struje	202
16.6. Snaga naizmenične struje	203
16.7. Kapacitivna otpornost	205
16.8. RQL - kolo	207
16.9. Strujna rezonancija	208
16.10. Transformatori	209
16.11. Tesline trofazne struje	211
16.12. Fazni i linijski napon	212
16.13. Hidroelektrane i termoelektrane	213
16.14. Sistem za prenošenje električne energije	215

IV DEO

MEHANIČKI I ELEKTROMAGNETNI

TALASI	229
XVII glava: MEHANIČKI TALASI	229
17.1. Postanak mehaničkih talasa	229
17.2. Longitudinalni talasi	231
17.3. Transverzalni talasi i pojava polarizacije	232

17.4. Elementi talasa	234
17.5. Interferencija talasa	236
17.6. Ravan i sferni talas	238
17.7. Hajgensov princip i difrakcija talasa	239
17.8. Odbijanje talasa po Hajgensu	240
17.9. Prelamanje talasa po Hajgensu	241
17.10. Zvučni i ultrazvučni talasi	242
XVIII glava: ELEKTRIČNE OSCILACIJE I ELEKTROMAGNETNI	
TALASI	245
18.1. Električne oscilacije	245
18.2. Otvoreno oscilatorno kolo. Elektromagnetni talasi	247
18.3. Skala elektromagnetnih talasa	248
RAČUNSKI ZADACI IZ TALASA	250

V DEO

OPTIKA	253
XIX glava: SVETLOSNI IZVORI FOTOMETRIJSKE VELIČINE	253
19.1. Svetlosni izvori i optički spektar	253
19.2. Fotometrijske veličine	255
19.3. Jedinice za fotometrijske veličine	256
19.4. Fotometrijski zakoni	258
19.5. Fotometri	259
XX glava: GEOMETRIJSKA OPTIKA	261
20.1. Ogledalska i difuzna refleksija	261
20.2. Zakoni prelamanja svetlosti	262
20.3. Disperzija svetlosti i osetljivost oka na boje	263
20.4. Totalna refleksija	265
20.5. Tanka sabirna sočiva	267
20.6. Tanka rasipna sočiva	269
20.7. Uvećanje sočiva i optička jačina	270
20.8. Nedostaci debelih sočiva. Sistemi tankih sočiva	270
20.9. Lupa	273
20.10. Mikroskop	274
XXI glava: TALASNA OPTIKA	276
21.1. Interferencija svetlosti	276
21.2. Difrakcija svetlosti. Optička rešetka	277
21.3. Emisioni spektri i spektralni aparati	280
21.4. Apsorpcija svetlosti i optički filtri	282
21.5. Polarizacija svetlosti i dvojno prelamanje	284
21.6. Nikolova prizma i polaroidi	285
XXII glava: FOTOELEKTRIČNI EFEKT I KVANTI SVETLOSTI	288
22.1. Fotoelektrični efekti	288

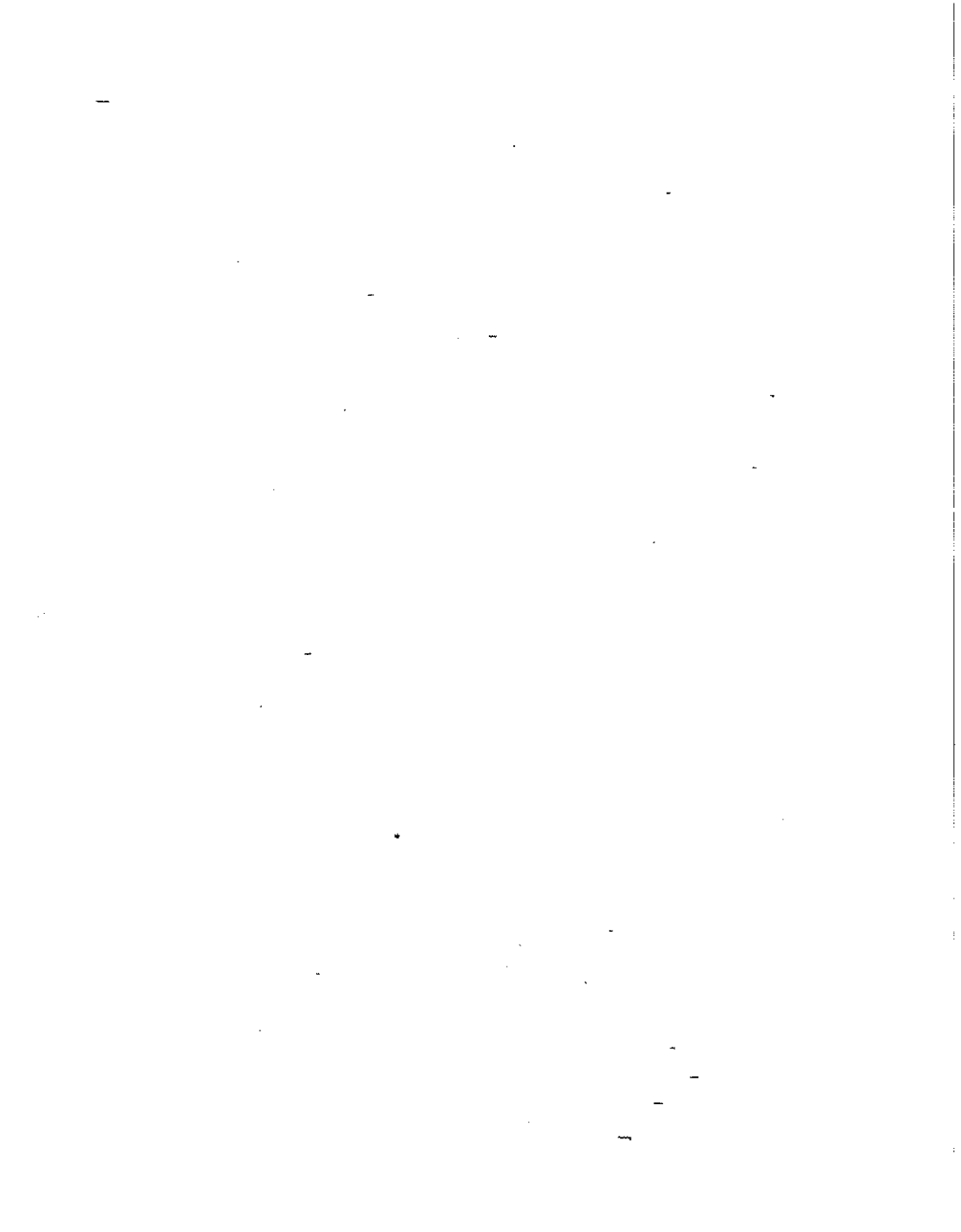
VIII

22.2. Kvantno tumačenje fotoefekta	290
22.3. Fotočelijske i fotoelementi	291
RAČUNSKI ZADACI IZ OPTIKE	293

VI DEO

A T O M S K A I N U K L E A R N A F I Z I K A	297
XXIII glava: STRUKTURA ATOMA	297
23.1. Raderfor-Borov model atoma	297
23.2. Radijusi i brzine elektrona u stacioniranom stanju	299
23.3. Energija elektrona u atomu	300
23.4. Borova teorija i Ridbergova konstanta	303
23.5. Rendgenski linijski spektri	305
23.6. Zomerfeldova teorija eliptičnih putanja	307
23.7. Magnetni moment elektronske orbite. Borov magnetom	309
23.8. Prostorno kvantovanje. Magnetni kvantni broj	311
23.9. Spin elektrona	313
23.10. Nedostaci Borove teorije. Talasna mekanika	314
23.11. Kvantni brojevi i Paulijev princip	317
XXIV glava: RADIOAKTIVNE POJAVE	319
24.1. Radioaktivno zračenje	319
24.2. Zakon radioaktivne dezintegracije	321
24.3. Period poludezintegracije i radioaktivna konstanta	322
24.4. Brzina radioaktivne dezintegracije i radioaktivna ravnoteža	323
24.5. Radioaktivni nizovi	325
24.6. Uranov i torijumov niz	326
24.7. Detekcija radioaktivnog zračenja	327
24.8. Alfa-čestice	329
24.9. Beta-čestice i neutrino	330
24.10. Gama-zraci. Jedinice za dozu zračenja	332
24.11. Rasprostanjenost radioaktivnih elemenata u zemlji	333
24.12. Veštačka radioaktivnost i radioaktivni izotopi	334
XXV glava: NUKLEARNE REAKCIJE I NUKLEARNA ENERGIJA	336
25.1. Nuklearne reakcije	336
25.2. Protosko-neutronska struktura atomskog jezgra	339
25.3. Dimenzije i gustina atomskog jezgra	340
25.4. Energija veze u jezgru	341
25.5. Nuklearne sile	344
25.6. Nuklearna fisija	346

25.7. Nuklearno gorivo. Atomska bomba	348
25.8. Nuklearni reaktori	350
25.9. Nuklearne elektrane	352
XXVI glava: ELEMENTARNE ČESTICE	354
26.1. Kosmičko zračenje	354
26.2. Sekundarno kosmičko zračenje	356
26.3. Mezon	357
26.4. Hiperoni	359
26.5. Čestice i antičestice	360
26.6. Klasifikacija elementarnih čestica	361
RAČUNSKI ZADACI IZ ATOMSKE I NUKLEARNE FIZIKE	363
XXVII glava: LABORATORIJSKE VEŽBE	367
27.1. Program vežbi u laboratoriji	367
27.2. Merenje fizičkih veličina	368
27.3. Greške pri merenju	373
27.4. Prvi ciklus vežbi	376
1. Odredjivanje gustine čvrstih tela (metala i nemetala)	376
2. Odredjivanje modula elastičnosti za bakarnu ili čeličnu žicu	378
3. Odredjivanje modula torzije čelične žice	380
4. Odredjivanje ubrzanja zemljine teže pomoću matematičkog klatna	381
5. Odredjivanje koeficijenta viskoznosti tečnosti	383
27.5. Drugi ciklus vežbi	386
6. Odredjivanje specifične toplote metala i minerala	386
7. Odredjivanje električne otpornosti pomoću Vitstonovog mosta	389
8. Odredjivanje elektromotorne sile generatora pomoću Pogendorfove metode	391
9. Odredjivanje svetlosne jačine termičke sijalice pomoću Bunzenovog fotometra	394
10. Odredjivanje žižne daljine sabirnih i rasipnih sočiva	396



Predgovor prvom izdanju

Kurs fizike, kakav je ovde dat, pisan je u prvom redu za studente tehničkih fakulteta koji slušaju predavanja iz fizike na prvoj godini studija sa 2 - 3 časova nedeljno. Obim takvog kursa mora da bude ograničen, kako bi gradivo moglo da se ispredaje na pomenutom broju časova. Pisac je upravo to imao stalno u vidu i pri tome vodio računa o programima fizike na tehničkim fakultetima. S druge strane, kod nas nema još uvek odgovarajućeg jednogodišnjeg kursa fizike ni za mnogobrojne studente viših tehničkih škola, čiji se programi međusobno ne razlikuju bitno.

Ovaj tekst biće isto tako od koristi i nastavnicima koji predaju fiziku u odgovarajućim stručnim školama kao i profesorima srednjih škola, odnosno gimnazija.

Pisac želi da istakne u samom predgovoru da se držao Međunarodnog sistema jedinica kao i onih multipla, odnosno delova koji su dozvoljeni Zakonom o merama i mernim jedinicama 1961. godine (Savezna skupština je usvojila pomenuti Zakon čije su odredbe štampane u Službenom listu br. 45/61. Pisac se trudio da istakne prednost pomenutog sistema jedinica ne samo zbog obaveza prema Zakonu, nego zbog stvarne praktičnosti za čitaoce, odnosno studente sa željom da im se olakša ulazjenje u lavirint osnovnih zakona fizike.

Najзад, pisac će biti zahvalan čitaocima na konstruktivnim primedbama pri čitanju teksta kako bi se eventualne greške mogle da otklone pri ponovnom štampanju, odnosno izdanju.

A u t o r

Predgovor sedmom izdanju

Ovo izdanje udžbenika pretrpelo je velike izmene iz dva osnovna razloga. Prvi se odnosi na izmenu programa gradiva, koji se izučava. Zato su uneta čitava poglavlja, pored brojnih izmena u postojećem tekstu.

Drugi razlog su jedinice povezane sa Zakonom o mernim jedinicama i merilima, koji je usvojila Skupština SFRJ u 1976.godini. Po tom Zakonu krajnji rok za stare jedinice bio je 31.decembar 1980.godine. Zato je u tekstu podvučeno koje se jedinice mogu koristiti. Isto tako, u ovom izdanju uneta je i nova terminologija, koja je u vezi sa Zakonom iz 1976.godine. Zato su izmene, pored dopuna, takve prirode da se praktično radi o novom izdanju.

Nastavni planovi i programi iz fizike na fakultetima i višim školama podložni su stalnim izmenama i dopunama, što je inače slučaj i sa drugim kursevima, odnosno predmetima. Uostalom, poznato je da planovi i programi, koji se realizuju u nastavi, spadaju u dinamičku kategoriju, gde se odbacuje ono što je preživelo, a unosi u program ono što nastaje i što je od značaja za struku.

Autor je svestan činjenice da će i u ovom tekstu biti grešaka, bilo štamparske ili stilske prirode, jer nikada se ne može odredjen proces ili zakon tako da interpretira da nema šta da se doda ili izmeni. Zato će autor biti zahvalan svakom čitaocu na konstruktivnim primeđbama, kako bi se to moglo da ispravi u narednom izdanju.

Beograd, januar 1981.godina

A u t o r

U V O D

0.1. Fizika i tehnika

Fizika spada u grupu prirodnih nauka čija je uloga u savremenom svetu, u nauci uopšte, a posebno u tehnici, od ogromnog značaja. Uostalom, danas je poznato da fizika zauzima vodeće mesto u grupi prirodnih nauka koja se javlja kao baza na kojoj se razvija tehnika. Pri tome se ima u vidu da se nivo tehnike određuje dostignućima fizike odnosno prirodnih nauka. To se objašnjava činjenicom da se pojave i zakoni, koji se izučavaju u fizici, vrlo brzo koriste za usavršavanje proizvodnih procesa koji su poznati kao tehnološki procesi u tehnici.

S druge strane, ima slučajeva kada otkrića u fizici omogućuju stvaranje posebnih grana u tehnici. Primera radi, navedimo da je Faradejev zakon elektomagnetne indukcije doveo do stvaranja elektrotehnike, odnosno snažnih generatora i elektromotora bez kojih se danas ne može zamisliti život savremenog čoveka. Isto tako, teorija elektomagnetnih talasa koju je dao Maksvel, omogućila je razvoj radio-tehnike i radio-veza uopšte. Mogli bismo da navedemo i mnoge druge primere, odnosno otkrića u fizici koja su dovela do razvoja mnogobrojnih oblasti tehnike. Međutim, događa se i obrnuto. Naime, izučavanje novih pojava koje se otkrivaju u tehnološkim procesima, najčešće vode do razvoja fizike a ponekad i do otvaranja novog područja u fizici. Na ovom mestu navešćemo samo jedan primer - izučavanje rada parne mašine koje je sa svoje strane omogućilo razvoj termodinamike koja danas predstavlja samostalnu disciplinu, detaljno izučavanu na većini tehničkih fakulteta.

Na osnovu ovih i mnogih drugih primera može se sagledati uzajamna veza fizike i tehnike pa otuda i značaj fizike, predmeta koji se predaje na prvoj godini studija na svim te-

2. Proizvod vektora (a) i skalara (k) daje vektor čiji je pravac u stvari pravac vektora $\vec{a}$:

$$\vec{b} = k\vec{a},$$

a intenzitet - proizvod skalara i brojne vrednosti vektora $\vec{a}$. Smer vektora $\vec{b}$ zavisi od skalara; ako je $k > 0$, imamo isti smer dok za $k < 0$, smer vektora $\vec{b}$ biće suprotan. Kao primer proizvoda skalara i vektora imamo kod sile, koja je po drugom Njutnovom zakonu data proizvodom mase i ubrzanja:

$$\vec{F} = m\vec{a}.$$

Sila $\vec{F}$ kao vektor ima i pravac i smer ubrzanja $\vec{a}$, pošto masa može da bude samo pozitivna veličina.

3. Skalarni proizvod dva vektora ($\vec{a}$ i $\vec{b}$) dat je sledećom relacijom:

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cdot \cos \varphi,$$

koji je u stvari skalar. Kao primer imaćemo da je mehanički rad skalarni proizvod sile i puta kao vektorske veličine.



0.4. Pojam materijalne tačke

Radi lakšeg tretiranja zakonitosti mehaničkih kretanja koja se provlače kroz sve delove fizike, uvodi se pojam materijalne tačke. To bi bilo telo sa malim dimenzijama koje možemo zanemariti u odnosu na dati prostor koji nas interesuje, a koje je sačuvalo svoju materijalnost. Pomoću materijalne tačke omogućeno je proučavanje kretanja geometrijskim putem jer se takvo kretanje uprošćava a samim tim i idealizuje. Stoga će se u daljem tekstu kako iz Mekanike, tako i drugih delova fizike, ako nije posebno naglašeno, ka-
da se kaže "telo", misliti na materijalnu tačku.

Pojam materijalne tačke je relativan. Tako, na primer, elektron, molekul ili atom možemo smatrati materijalnim tačkama u odnosu na rastojanje koje ti delići mogu da predju. Lokomotiva sa poznatim dimenzijama takodje može da bude materijalna tačka u odnosu na rastojanje koje ona može da pređe. (Dužina lokomotive je nesrazmerno mala u odnosu na rastojanje, recimo, Beograd - Bled, koje može da pređe za svega nekoliko časova). Zemlja i pored toga što je vrlo velikih dimenzija (Zemljin poluprečnik iznosi 6.380 km), takodje može da bude materijalna tačka u odnosu na svoju putanju oko Sunca.

Nasuprot tome stoje tela čije dimenzije ne možemo da zanemarimo u odnosu na njihove putanje. Takva tela mogu da se kreću translatorno ili rotaciono, zavisno od uzroka kretanja. Materijalna tačka ne može da vrši rotaciono već samo translatorno kretanje, o čemu će u Mekanici posebno biti re-

I. DEO

MEHANIKA

I. glava: KINEMATIKA

2

3

1.1. Kretanje tela i sistem referencije

Mehaničko kretanje tela predstavlja najprostiji oblik kretanja, s obzirom na to da je kretanje, uopšte uzev, jedan od oblika postojanja materije. Na ovom mestu biće reči samo o najprostijim oblicima kretanja.

Pod mehaničkim kretanjem podrazumeva se promena položaja jednog tela u odnosu na neko drugo telo, koje uslovno uzimamo da je u miru. Pri tome treba uzeti u obzir činjenicu da nema apsolutno mirnog tela jer i ta tela samo uslovno miruju. Naime sva se tela kreću, pa otuda imamo samo relativno kretanje i relativno mirovanje. Tako, na primer, čovek koji sedi u automobilu nalazi se u miru u odnosu na automobil koji se kreće, ali se kreće u odnosu na neko telo koje miruje.

Za određivanje položaja tela koje se kreće vrlo je važno ono drugo, uporedno, telo koje je uslovno uzeto da miruje. Takvo telo, koje smo već nazvali uporedno, zove se telo referencije, ili, drugačije, sistem referencije. Pri tome nam pomaže koordinatni sistem koji je vezan za telo referencije. Najčešće se, u prostijim slučajevima, koristi pravougli koordinatni sistem Dekarta (Descartes).

U mehanici proučavamo zakone kretanja i ravnoteže, po sledećem redu:

kinematika predstavlja onaj deo mehanike koji samo opi-

suje kretanja a ne traži i njihove uzroke;
dinamika proučava kretanja tela pod uticajem uzroka ko-
 ji takva kretanja proizvode, a to znači da proučava dejstva
 sile na telo, i

statika, koju ovde izostavljamo, ima za zadatak da pro-
 uči uslove ravnoteže tela kada na njega deluje odgovarajući
 sistem sila.

④

1.2. Pravolinijsko kretanje i srednja brzina

Prilikom kretanja telo prelazi uzastopno kroz niz tačaka u prostoru, što čini putanju (trajektoriju). Putanja se predstavlja linijom što je moguće ako se telo zamisli kao materijalna tačka. Oblik putanje može da bude vrlo različit, pa otuda kretanja delimo po putanji. Najopštija podela bila bi na pravolinijsko i krivolinijsko kretanje.

S druge strane, tela mogu da se kreću jednolikom ili promenljivom brzinom. Stoga ih delimo po brzini na jednolika i promenljiva kretanja,

Najprostije kretanje imamo u slučaju kada se telo kre-
 će pravolinijski tako da za iste vremenske intervale prelazi
 jednake puteve. Takvo kretanje zove se još i uniformno kre-
 tanje (ili kretanje po inerciji). Kao primer jednolikog kre-
 tanja moglo bi da nam posluži kretanje voza na otvorenoj
 pruzi koja je pravolinijska. Posmatrač u vozu predje reznak
 između dva podjednako udaljena telegrafaska stuba za isto
 vreme. Odatle izlazi da je predjeni put upravo srazmeran
 vremenu za koje se voz kretao:

$$s = v \cdot t \quad (I,1),$$

gde v predstavlja konstantu proporcionalnosti. Njen fizički smisao naći ćemo ako obe strane jednačine podelimo sa vre-
 menom t :

$$v = \frac{s}{t}, \quad (I,2),$$

što predstavlja brzinu. Za ovako jednostavno pravolinijsko kretanje, kada je brzina kretanja konstantna i po pravcu i po intenzitetu,

brzina je brojno jednaka predjenom putu u jedinici vremena.

Podvlačimo da ovakva definicija važi samo za ova jednolika, odnosno uniformna kretanja, gde je brzina i vektorski konstan-
 tna, pa možemo da napišemo još jedan matematički izraz za najprostije kretanje:

$$\vec{v} = \text{const.} \quad (I,3).$$

Jedinica za brzinu u Međunarodnom sistemu je metar po sekundi (m/s), što izlazi iz jedne I,2. Dakle, brzina će biti jedinična kada telo predje put od jednog metra u seku-
 ndi. Postoje veće i manje jedinice. Veća je kilometar po se-

kundi (km/s), koja je prigodna kada se radi o brzinama raketa, raznih mikročestica u atomskoj i nuklearnoj fizici. S druge strane, koriste se i manje jedinice kao što su cm/s i mm/s. Vrlo često se u svakodnevnoj praksi koristi kilometar po času (km/h), koja je 3,6 puta manja od metra po sekundi:

$$1 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 3,6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Strogo uzev, u prirodi nema jednolikih (ravnomernih) kretanja, koja predstavljaju kretanja po inerciji. Otuda izlazi da su praktično sva kretanja u prirodi promenljiva. Tako, na primer, kada se kaže da je voz prešao put Beograd - Skoplje (450 km) za 6 časova, onda to znači da je voz prosečno prelazio put od 75 km po času. To nikako ne znači da je voz imao tu brzinu tokom celog puta, zato je navedena brzina, u stvari, srednja ili prosečna brzina. Zato se svaki predjeni put, bez obzira na vrstu kretanja, može dati preko srednje brzine (v_s), pa imamo relaciju:

$$s = v_s \cdot t$$

(I,4).

odavde se može dobiti i definicija za srednju brzinu. Naime,

srednja brzina je ona brzina kojom neko telo treba da se kreće ravnomerno, pa da za isto vreme predje isti put koji prelazi promenljivom brzinom.

Promena brzine kretanja tela može da bude konstantna tokom određenog vremena, što ujedno predstavlja najprostiji slučaj promenljivog kretanja. Takav primer imamo kod ubrzanog ili usporenog kretanja voza, ako se brzina menja u svakoj sekundi za istu vrednost. Takva kretanja, kao što je poznato, spadaju u grupu jednoliko promenljivih kretanja (ili: ravnomerno promenljivih). Kod takvih kretanja srednja brzina može se dati aritmetičkom sredinom dveju brzina

$$v_s = \frac{v_0 + v}{2}$$

(I,5),

gde v_0 - predstavlja tzv. početnu a v - takozvanu trenutnu brzinu (u određenom trenutku).

Najzad, još jednom treba naglasiti da gornji obrazac važi samo za slučaj jednoliko promenljivih kretanja, koja mogu biti jednoliko ubrzana i jednoliko usporena. Međutim, u svakodnevnoj praksi kretanja su složenija.



1.3. Jednoliko promenljivo kretanje

U grupu promenljivih kretanja spadaju sva ona kretanja kod kojih se javlja promena brzine, bilo da se radi o promeni intenziteta ili, pak, o promeni pravca. Brzina se može menjati jedino po intenzitetu samo kod pravolinijskih

kretanja. Mera za tu promenu je ubrzanje. Po definiciji, ubrzanje je brojno jednako promeni brzine u jedinici vremena:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

(I,6).

Pored ubrzanja, koje znači priraštaj brzine u sekundi, imamo i usporenje, koje predstavlja opadanje brzine u jedinici vremena. Otuda postoje ubrzana i usporena kretanja. Najprostiji slučaj ubrzanih kretanja imamo kada je ubrzanje konstantno :

$$\vec{a} = \text{const}$$

(I,6a).

Takvo kretanje je jednoliko ubrzano kretanje (ili: ravnomerno ubrzano kretanje). Nasuprot ubrzanju imamo i usporenje (-a), koje takodje može da bude konstantno,

$$-\vec{a} = \text{const}$$

(I,6b),

koje karakteriše jednoliko usporeno kretanje.

Pored ubrzanja, treba kod ovih kretanja proučiti još brzinu i put, koji takodje predstavljaju važne kinematičke veličine, bilo da se radi o kretanjima sa ili bez početne brzine (v_0).

Brzina v dobija se iz relacije I,6, ako se uzme da je $\Delta v = v - v_0$, a $\Delta t = t$, obzirom da se radi o stalnom ubrzanju:

$$v = v_0 + at$$

(I,7).

Dakle, krajnja ili trenutna brzina data je zbirom početne brzine i onog priraštaja koji je telo steklo tokom vremena t

Put koji je telo prešlo za vreme t sada može lako da se izračuna, ako se podje od srednje brzine:

$$s = v_s \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2, \text{ odnosno:}$$

$$s = s_0 + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

(I,8).

Izvedeni obrazac predstavlja zakon puta kod jednoliko ubrzanih kretanja sa početnom brzinom, gde prvi član s_0 daje put koje bi telo prošlo da je ostalo sa početnom brzinom, dok drugi član daje priraštaj puta usled stalnog povećanja brzine.

Kada telo nije imalo početnu brzinu ($v_0 = 0$), zakon brzine i puta dobijaju sledeće oblike:

$$v = at, \quad i \quad s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

(I,9).

Trenutna brzina v je srazmerna vremenu trajanja kretanja, a put srazmeran kvadratu vremena. I u jednom i u drugom slučaju koeficijent proporcionalnosti je ubrzanje.

Kod jednoliko usporenih kretanja, gde je ubrzanje negativno, važe isti obrasci za brzinu i put, gde se ispred ubr-

zanja (a) stavlja znak minus, jer se radi o usporenju:

$$v = v_0 - at \quad (I,10), i$$

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad (I,11).$$

Prvi član kod zakona puta predstavlja put koji bi telo prešlo da nije bilo usporenja. Usled usporenog kretanja telo će preći kraći put za vrednost drugog člana.

Jedinica za ubrzanje u Međunarodnom sistemu je m/s^2 . To znači da će ubrzanje biti jedinično, kada telo povećava brzinu od jednog metra u sekundi za svaku sekundu. Jedinica se dobija iz obrasca I,9, odakle je $a = v/t$.

Računski primer: Na pravolinijskom delu pruge kreće se brzi voz usporeno usled kočenja. U početku kočenja voz je imao brzinu $v_0 = 20 m/s$. Uz stalno kočenje voz se zaustavio posle 20 s. Naći usporenje voza i put koji je prešao za vreme kočenja.

Rešenje:

$$a = \frac{v_0}{t} = 1 m/s^2, i$$

$$s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 200 m.$$



1.4. Slobodno padanje

Tipičan primer jednoliko ubrzanog kretanja bez početne brzine imamo kod slobodnog padanja u vakuumu, gde nema nikakvog otpora. Takvo kretanje moralo bi da se vrši u bezvazдушnom prostoru. Uzrok takvom jednolikom ubrzanom kretanju je sila gravitacije kojom Zemlja deluje na telo, pod uslovom da na datom putu (visini) pri padanju deluje gravitaciona sila koja je stalna po intenzitetu.

Obrasci za brzinu i put kod slobodnog padanja dobijaju se na osnovu obrazaca za jednoliko ubrzano kretanje bez početne brzine:

$$v = gt, \quad i$$

$$h = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

(I,12),

gde je g - gravitaciono ubrzanje. Brojna vrednost gravitacionog ubrzanja iznosi:

$$g = 9,80665 m/s^2,$$

pod kojom treba razumeti tzv. normalno ili srednje ubrzanje, obzirom da se menja kada se ide od polutara prema polovima, što je opšte poznato: Zato pogledajte donju tabelu:

Geografska širina	g (m/s ²)
0° (polutar)	9,7805
20°	9,7865
50°	9,8108
70°	9,8261, i
90° (polovi)	9,8322.

Najčešće se zaokružuje na 9,81 m/s², pa čak i 10 m/s².

Dalje, brzina kod slobodnog padanja može se dati u funkciji visine i gravitacionog ubrzanja a ne samo vremena ($v = gt$). To se dobija eliminisanjem vremena iz poslednjih jednačina za put i vreme, pa dobijamo:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

(I, 13).

Brzina kod slobodnog padanja, pod uslovom da je g -konstantno, zavisi samo od predjenog puta pri padanju tela. Treba odmah reći da se gravitaciono ubrzanje smanjuje kada se ide u visinu, ali to nema značaja za visinske razlike od nekoliko stotina pa čak i hiljade metara. Uostalom o tome će kasnije, u dinamici, biti više reči.

Računski primer: Kolika će biti brzina kamena u trenutku udara o Zemlju, ako je pao sa visine od 122,5 m?

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 122,5 \text{ m}},$$

$$v = 48,99 \text{ m/s}.$$

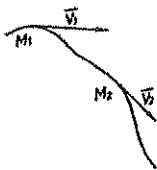
1.5. Krivolinijsko kretanje i trenutna brzina

Do sada smo govorili samo o pravolinijskim kretanjima (jednolikom i jednoliko promenljivom) i izveli njihove zakone. U prirodi, međutim, kao i u praktičnom životu mnogo su češća krivolinijska kretanja. U takvim slučajevima brzina se može menjati i po pravcu i po intenzitetu. Dovoljno je da se brzina menja samo po pravcu pa da opet imamo ubrzanje, jer je brzina vektorska veličina. Otuda su sva krivolinijska kretanja, bez obzira što menjaju samo pravac, a ne i intenzitet brzine, u stvari promenljiva kretanja.

Kao primer krivolinijskog kretanja uzimamo kretanje nekog voza ili automobila po putanji datoj na sl. 4.

Neka se pri kretanju intenzitet brzine menja. Registrujemo dva položaja - tačke M_1 i M_2 , sa brzinama $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$. Navedene brzine razlikuju se i po pravcu i po intenzitetu, ta se brzina menja u svakom trenutku na osnovu čega se može doći do pojma trenutne brzine.

Do pojma trenutne brzine kod krivo-



Sl. 4

linijskih kretanja doći ćemo na sledeći način:

Uzmimo dva trenutka, vreme $t + \Delta t$, pri kretanju tela po krivolinijskoj putanji (sk. 4), kada se telo nalazilo u položaju M_1 i M_2 . Dužina luka $M_1 M_2$ koji telo pređe za vreme Δt , označimo sa Δs , koji će se takođe približavati nuli. Srednja brzina kao količnik dela puta i odgovarajućeg vremena isto tako mora da se približava nekoj granici, tj. nekoj graničnoj vrednosti. Ta granična vrednost naziva se brzina tela u datom trenutku ili kraće trenutna brzina. Matematički obrazac za trenutnu brzinu bio bi:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

kada vreme Δt teži nuli.

Fizički tumačeno to znači, da je trenutna brzina u stvari količnik beskonačno kratkog puta koji telo pređe za beskonačno kratko vreme pa pišemo obrazac:

$$v = \frac{ds}{dt}$$

(I, 14).

Otuda imamo da je trenutna brzina jednaka diferencijalnom količniku puta i vremena.

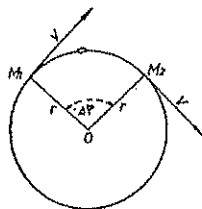
1.6. Jednoliko kružno kretanje

Kružna kretanja, kao najprostiji slučaj krivolinijskih kretanja, vrlo su česta u praksi. Navedimo samo nekoliko primera. Svaka krivina kod železničkih pruga predstavlja deo nekog kruga sa poluprečnikom r (poluprečnik krivine). Obrtno kretanje točka je u stvari kružno kretanje svakog pojedinog delića mase samoga točka. I mnogi drugi primeri. Upravo zbog toga je važno proučiti takvu vrstu krivolinijskog kretanja.

Kružno kretanje može da bude jednoliko i promenljivo. Naime, telo može da se kreće po krugu brzinom koja je konstantna po intenzitetu ($v = \text{const}$). Kada imamo jednoliko kružno kretanje. Ako se pak brzina tela menja ne samo po pravcu nego i po intenzitetu, kretanje je promenljivo kružno. Proučimo prvo jednoliko kružno kretanje.

Telo se kreće po kružnoj putanji poluprečnika r oko jedne ose koja stoji normalno na ravan putanje (sl. 5).

Brzina tela stalno menja pravac, jer je u pravcu tangente pa se zbog toga zove tangencijalna ili linijska. Mnogo češće zove se periferijska brzina, s obzirom da se telo kreće po periferiji kruga. Njena brojna vrednost koja je konstantna, može da se dobije na osnovu obrasca za brzinu kod



Sl. 5

uniformnog kretanja ako se za put uzme obim kruga:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

(I,15).

Vreme T predstavlja ono vreme za koje telo izvrši pun obrt. Gornja jednačina može i drukčije da se napiše:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = r \cdot \omega.$$

(I,16).

Količnik $2\pi/T$, koji je takođe konstantan, zove se ugaona brzina i beleži slovom ω . Otuđa imamo i definiciju: Periferijska brzina tela data je proizvodom ugaone brzine i poluprečnika kružne putanje.

Izraz za periferijsku brzinu može se izvesti i na drugi način, koristeći se promenom ugla koji gradi poluprečnik (radius) sa svojim početnim položajem. Telo se kreće po krugu stalnom brzinom i posle izvesnog vremena Δt stiže u tačku M_2 prešavši put L (luk M_1M_2). Iz geometrije znamo da je luk uvek jednak proizvodu poluprečnika i ugla koji grade poluprečnici:

$$L = r \cdot \Delta\phi.$$

Taj put telo je prešlo konstantnom brzinom v pa možemo da ga predstavimo proizvodom brzine i vremena. Izjednačimo li te dve jednačine

$$v \cdot \Delta t = r \cdot \Delta\phi,$$

dobijamo:

$$\frac{v}{r} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \omega.$$

(I,17).

Količnik ugla i vremena zove se ugaona brzina, jer je brojno jednaka promeni ugla u jedinici vremena. Tako, pored periferijske brzine, imamo još jednu kinematičku veličinu - ugaonu brzinu, čija je jedinica rad/s. To je jedinica u Međunarodnom sistemu. U tehnici, pak, ugaona brzina meri se i brojem obrtaja u minuti: 1 ob/min. Odnos ove i prethodne jedinice, lako može dobiti:

$$1 \text{ ob/min} = \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s} = \frac{\pi}{30} \text{ rad/s} = \frac{3,14}{30} \text{ rad/s} = 0,1046 \text{ rad/s}.$$

Računski primer: Kolika je periferijska brzina Beograda zbog rotacije Zemlje oko ose, ako je severna geografska širina našeg grada $44^\circ 48'$.

Zadatak može rešiti vrlo jednostavno, koristeći sliku koja je data u samom zadatku. Tačka B predstavlja položaj Beograda, koji se kreće po kružnoj putanji poluprečnika R_1 . Prema tome, njegova periferijska brzina, data je obrascem:

$$v_B = \frac{2R_1\pi}{T} = R_1\omega,$$

ili (iz slike 6 izlazi to):

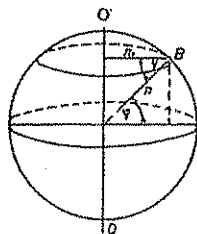
$$v_B = \frac{2R\pi}{T} \cos\phi.$$

Zamenom brojnih vrednosti za poluprečnik Zemlje i vreme T, dobićemo:

$$v_B = 6370 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \frac{6,28}{24 \cdot 3600 \text{ s}} = 0,705,$$

odnosno

$$v_B = 326,5 \text{ m/s}$$



Sl. 6

Dakle, dok radimo i živimo, krećemo se sa Beogradom brzinom od 326,5 m/s.

5
⑥

1.7. Radijalno ubrzanje

Važna kinematička veličina koja se javlja kod jednoličnog kružnog kretanja jeste ubrzanje sa različitim nazivima - radijalno, normalno ili centripetalno ubrzanje. Obrazac za takvo ubrzanje, koje se javlja zbog promene pravca periferijske brzine, može da se dobije na osnovu sl. 7.

Telo, pri kretanju po krugu od M-M₁, predje put Δs za neko vreme Δt. Za isto vreme promeni se pravac brzine za vrednost Δv kako je na slici dato. Brojno (približno) Δv može se dati kao proizvod brzine v i zahvaćenog ugla Δφ, jer je Δv približno ravno luku sa poluprečnikom v pa imamo:

$$\Delta v \approx v \cdot \Delta \phi.$$

Ako je put Δs koji telo predje za beskonačno kratko vreme (dt) beskonačno mali (ds), onda imamo znak jednakosti pa pišemo:

$$dv = v \cdot d\phi,$$

gde je dφ - beskonačno mali ugao. Podelimo li takvu jednačinu sa vremenom dt, imaćemo radijalno ubrzanje:

$$\frac{dv}{dt} = a_r = v \frac{d\phi}{dt}.$$

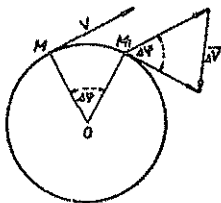
Diferencijalni količnik ugla po vremenu u stvari je ugaona brzina (koja je konstanta) pa možemo da napišemo:

$$a_r = v \cdot \omega = \frac{v^2}{r} = r \cdot \omega^2$$

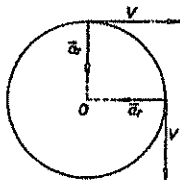
(I, 18).

Poslednji obrasci daju brojne vrednosti radijalnog ubrzanja koje zavisi od periferijske brzine, odnosno ugaone brzine i poluprečnika kružne putanje. Samo je po sebi jasno da je to ubrzanje konstantno, jer su konstantne sve veličine

koje ulaze u obrasce. Vektorski, međutim, radijalno ubrzanje je promenljiva veličina.



Sl. 7



Sl. 8

Pravac radijalnog ubrzanja uvek je u pravcu poluprečnika (radijusa) pa otuda i takav naziv (sl. 8). Kako se taj pravac stalno menja, to je radijalno ubrzanje kao vektorska veličina promenljivo, iako je brojna vrednost konstantna. Iz slike se očigledno vidi ta promena pravca ubrzanja pri kretanju tačke po krugu.

✓ Računski primer: Izračunati radijalno ubrzanje koje ima Beograd, kada Zemlja rotira oko svoje ose?

Radijalno ubrzanje može se izračunati pomoću obrasca:

$$a_R = \frac{v_B^2}{R_1} = \frac{v_B^2}{R \cos \phi} t,$$

odnosno

$$a_R = \frac{(326,5)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{6370 \cdot 10^3 \cdot 0,705 \text{ m}} = \frac{106.662}{4494,4 \cdot 10^3} \text{ m/s}^2, \text{ pa je}$$

$$a_R = 0,02374 \text{ m/s}^2 = 2,374 \text{ cm/s}^2.$$

6
7

1.8. Tangencijalno ubrzanje

Pored jednolikog kružnog, u praksi često imamo i promenljivo kružno kretanje, kada se brzina menja i po intenzitetu i po pravcu. Tada se menja i ugaona brzina, pa moramo da navedemo obrazac za ugaonu brzinu:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} \quad (I, 19),$$

na osnovu kojeg imamo i definiciju:

Ugaona brzina je data diferencijalnim količnikom opisanog ugla i vremena.

Sa promenljivom ugaonom brzinom javlja se i ugaono ubrzanje, po jednačini:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \quad (I, 20),$$

odakle proističe i definicija:

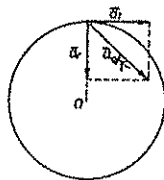
Ugaono ubrzanje je dato diferencijalnim količnikom ugaone brzine i vremena.

Kod promenljivog kružnog kretanja pojavljuju se dva ubrzanja: radijalno i tangencijalno ubrzanje. Ovo drugo je posledica promene intenziteta brzine pri kretanju tela po kružnoj putanji. (sl. 9).

Tangencijalno ubrzanje predstavlja promenu brzine po intenzitetu u jedinici vremena, pa se može dati poznatom relacijom za ubrzanje:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(r \cdot \omega) = r \cdot \alpha. \quad (I, 21).$$

Oдавде proističe da je tangencijalno ubrzanje jednako proizvodu poluprečnika kružne putanje i ugaonog ubrzanja tačke po krugu. Dakle, dok ima promene brzine po intenzitetu, odnosno dok se menja ugaona brzina, dotle imamo promenljivo kružno kretanje tačke po krugu. Zato je ukupno ubrzanje uvek pod nekim uglom u odnosu na tangentu, odnosno na periferijsku brzinu (sl. 9).



Sl. 9.

Jedinica za ugaono ubrzanje u Međunarodnom sistemu jeste radijan po sekundi na kvadrat (rad/s^2), što proističe iz relacije I, 20.

1. 9. Podela kretanja kod čvrstih tela

U Mehanici tela možemo da podelimo na materijalnu tačku i kruto telo, odnosno apsolutno čvrsto telo. Pod krutim telom podrazumevamo ono telo koje se sastoji iz određenog broja materijalnih tačaka ili delića masa. Takvo kruto telo ne trpi deformacije, odnosno ne menja oblik ili zapreminu, pri dejstvu spoljne sile. Takvih tela praktično nema, jer se dejstvom spoljnih sila tela deformišu. Zato govorimo praktično o čvrstim telima.

Kretanje čvrstog tela može biti translatorno ili rotaciono kretanje, ili pak, istovremeno i jedno i drugo (kontroliranje).

Translatorno kretanje čvrstog tela imamo u onim slučajevima kada sve njegove tačke ili delići opisuju međusobno paralelne i jednake putanje. Odatle proističe da svi delići u datom trenutku imaju iste brzine i ubrzanja. Takvo kretanje je moguće ako se telo kreće paralelno samo sebi, nezavisno od toga da li je putanja prava ili kriva linija. Začoj je matematički izraz translatornog kretanja dat sledećom relacijom:

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2 = \vec{v}_3 = \dots = \vec{v}_n \quad (I, 22):$$

Navedene brzine predstavljaju brzine materijalnih tačaka u jednom trenutku. Tokom vremena te brzine mogu se menjati, jer kretanje može da bude i promenljivo, ali je promena brzine za svaki delić jedna i ista.

Rotaciono kretanje jeste takvo kretanje čvrstog tela pri kom svi delići tela vrše kružno kretanje po putanjama koje su u ravni normalnoj na osu rotacije. Uz ovo treba odmah dodati da treba razlikovati rotaciju oko fiksirane ose i onu rotaciju tela oko slobodne ose. Prva rotacija je daleko jednostavnija.

Osnovna karakteristika rotacionog (ili: obrtnog) kretanja sastoji se u činjenici da delići mase imaju različite periferijske brzine ako se nalaze na različitim rastojanjima od ose rotacije. To je logično, obzirom da svi delići opisuju svoje kružne putanje za isto vreme, jer je ugaona brzina svih delića ista. Zato, možemo da napišemo matematički izraz za tu osnovnu karakteristiku u sledećem obliku:

$$v_i = r_i \cdot \omega$$

(I, 23).

Dakle, periferijska ili tangencijalna brzina delića direktno zavisi od rastojanja tog delića od ose rotacije.

Druga važna karakteristika rotacionog kretanja odnosi se na stalnu i promenljivu ugaonu brzinu. Ako je ugaona brzina konstantna, onda će telo imati jednoliku rotaciju (analogno jednolikom translatornom kretanju). Kada se ugaona brzina menja tokom vremena, kažemo da telo vrši promenljivo rotaciono kretanje (analogno je promenljivo translatorno kretanje).

Najzad, u nekim udžbenicima se uzima kao treća vrsta kretanja tzv. oscilatorno kretanje. To je pogrešno, jer je oscilatorno kretanje samo specijalan slučaj translatornog kretanja gde se putanja ponavlja na isti način posle određenog vremenskog intervala.

II glava: DINAMIKA

7
9

2.1. Njutnovi zakoni mehanike

Njtn je definisao svoje zakone mehanike tako da Prvi zakon daje pojam sile, Drugi definiše silu, a Treći govori o uzajamnom dejstvu dva tela.

Prvi zakon mehanike ili Zakon inercije po definiciji glasi:

Svako telo teži da ostane u stanju mirovanja ili jednolikog pravolinijskog kretanja, sve dok na telo ne deluje sila koja to stanje kretanja menja.

Odatle proističe da se telo protivi kako povećanju tako i smanjenju brzine, kao i promeni njenog pravca. To svojstvo, koje se ispoljava kod svih tela da se održi pravac i stalna brzina nazvana je inercijom. Ukoliko je masa veća, utoliko je potrebna jača sila da telu promeni brzinu, bilo da je reč o ubrzavanju ili usporavanju. Zato je, po definiciji,

masa mera za inerciju tela.

Matematički izraz Prvog zakona (Zakona inercije) kaže da je količina kretanja vektorski konstantna:

$$\vec{m} \cdot \vec{v} = \text{const}$$

(II,1).

Podelimo li levu i desnu stranu jednačine sa masom, dobićemo

da je

$$\vec{v} = \overrightarrow{\text{const}} \quad (\text{II}, 1a),$$

što smo već imali kod jednolikog pravolinijskog kretanja. Zato se i kaže da je jednoliko pravolinijsko kretanje, kretanje tela po inerciji, kada nema nikakve sile koja deluje na telo.

Drugi zakon mehanike ili Zakon promene količine kretanja glasi:

Promena količine kretanja u vremenu srazmerna je sili koja deluje i vrši se u pravcu i smeru njenog dejstva.

Na osnovu te definicije pišemo relaciju u obliku:

$$\vec{F} = \frac{m\vec{v} - m\vec{v}_0}{t} = m \cdot \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t},$$

gde je $m\vec{v}$ - količina kretanja posle dejstva sile, a $m\vec{v}_0$ - količina kretanja pre njenog dejstva. Stavimo li ubrzanje umesto količnika u gornjoj relaciji, dobićemo obrazac za silu na osnovu II Njutnovog zakona:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (\text{II}, 2),$$

odakle proističe da je sila srazmerna ubrzanju i deluje u pravcu i smeru ubrzanja tela, pošto je masa uvek pozitivna skalarna veličina.

Treći zakon mehanike definiše uzajamno dejstvo dva tela, gde jedno telo deluje na drugo silom akcije a drugo na prvo telo silom reakcije ili silom protivdejstva. Zato se treći zakon mehanike zove još Zakon akcije i reakcije, koja glasi:

Sile kojima dva tela deluju jedno na drugo, uvek su jednake po intenzitetu a suprotne po smeru i leže u pravcu prave koja spaja ta dva tela.

Matematički izraz Zakona akcije i reakcije dat je sledećom relacijom:

$$\vec{F}_a = -\vec{F}_r \quad (\text{II}, 3).$$

Uzmemo li samo brojne vrednosti tih sila, onda će one biti jednake: $F_a = F_r$.

Treći Njutnov zakon važi za tzv. izolovani sistem, kada se između dva tela (sistem) pojavljuju samo unutrašnje sile, tj. kada se pojavljuje uzajamno dejstvo, što mora da znači da nema treće sile. Primera za takvo uzajamno dejstvo ima više. To je, na primer, kretanje broda, aviona, rakete. Isto tako to je kružno kretanje tela, kada imamo centripetalnu i centrifugalnu silu. Objasnimo silu akcije i reakcije na primeru rakete. Sagorevanjem kvalitetnog goriva u komori

rakete proizvodi se vrlo veliki pritisak. Usled toga, sago-reli gasovi izlaze iz komore velikom brzinom u jednom smeru (i to je jedno telo u sistemu), a sama raketa kreće se u suprotnom smeru (drugo telo u sistemu). Slično je i kod broda. Elisa odbacuje vodu u jednom smeru, a voda gura brod u suprotnom smeru.



2.2. Sila. Jedinica za silu.

Sila je vrlo značajna veličina u fizici i tehnici. Sila se javlja u mnogobrojnim primerima, kao što su sile gravitacije, električne sile, nuklearne sile, vučna sila motora, odnosno vozila, centripetalna i centrifugalna sila, sila deformacije, sila potiska i brojni drugi primeri. Zato, kada govorimo o sili, ne možemo da se ograničimo na silu koju je definisao Njutn u Drugom zakonu mehanike. Jer, sila podrazumeva uzajamno dejstvo. Zadržavamo se samo na primeru gravitacione sile. Telo date mase ima svojstvo da privlači drugo telo bez obzira na rastojanje. Dakle, radi se o privlačenju dva tela. Slično je i kod naelektrisanih tela, gde se može pojaviti privlačno ili odbojno dejstvo. Zbog toga, najopštija definicija za silu bila bi:

sila je mera za interakciju dva tela.

Sve te sile mogu se podeliti na sile koje se javljaju u prirodi i one koje srećemo u svakodnevnoj praksi.

Sile u prirodi mogu biti gravitacione, elektromagnetne, međumolekulske i nuklearne. Sve su one manifestacija dejstva odgovarajućeg polja.

Gravitacione sile su manifestacija dejstva gravitacionog polja (koje obrazuje telo date mase) na svaku drugu masu koju unosimo u polje.

Električne sile su manifestacija dejstva električnog polja na svako naelektrisanje koje se u polje unosi. Takve sile mogu biti privlačne ili odbojne, zavisno od toga da li se radi o uzajamnom dejstvu dva raznoimena ili istoimena naelektrisanja. Slično je i sa magnetnim silama između magnetnih polova ili pak u magnetnom polju koje obrazuje struja. Obzirom na elektomagnetne pojave i elektromagnetne talase, te sile uzimamo zajedno u vidu elektromagnetnih sila.

Medjumolekulske sile deluju između molekula, i mogu biti privlačne i odbojne, zavisno od rastojanja između molekula. Privlačno dejstvo dva molekula prelazi u odbojno dejstvo, kada se približavanjem molekula predje odgovarajuće kritično rastojanje.

Nuklearne sile deluju između nukleona u jezgru atoma, kao manifestacija odgovarajućeg polja koje obrazuju nukleoni (zajednički naziv za protone i neutrone). Njihova priroda ni

danas nije poznata, iako ima mnogo eksperimentalnog materijala koji se odnosi na proučavanje strukture jezgra.

S druge strane, imamo brojne primere za silu koje srećemo u svakodnevnoj praksi. Kao prvi primer uzmimo vučnu silu motora, odnosno vozila, kojom se svladaju sile trenja (trenje u ležištu osovine automobila i svih drugih vozila) i otpora (otpor vazduha, na primer) pri kretanju tih vozila. Pri tome podvlačimo da trenja i otpori prate svako mehaničko kretanje, bez obzira na vrstu vozila. Zatim, imamo sile deformacije koje prouzrokuju promenu oblika ili zapremine tela, bilo da je reč o čvrstim telima, tečnostima ili gasovima. Isto tako, često čujemo i za silu pritiska. Za sve navedene i druge slučajeve imamo odgovarajuće obrasce za silu, koje mogu biti iste po intenzitetu, ili pak, promenljive brojne vrednosti. Zato ćemo, ovde, dati relaciju za silu na osnovu Drugog Njutnovog zakona u diferencijalnom obliku. Naime, sila se može dati kao diferencijalni količnik količine kretanja i vremena:

$$F = \frac{d(mv)}{dt} = m \frac{dv}{dt} \quad (II,4),$$

$$F = m \cdot a, \text{ gde je ubrzanje uzeto kao}$$

odnosno:

trenutno ubrzanje tela, što govori o tome da je to obrazac za promenljivu silu, odnosno da je promenljivog intenziteta. Pošto je sila vektorska veličina, dovoljno je da se promeni pravac njenog dejstva, pa da kažemo da se radi o promenljivoj sili. Dakle, u opštem slučaju sila je promenljiva veličina ukoliko se menja njen intenzitet ili pravac, ili istovremeno i jedno i drugo.

Poznati su i drugi primeri za silu za koje važe i drugi obrasci sa kojima se može izračunati njihov intenzitet. Tako, na primer, sila trenja zavisi od težine vozila na tle (put) ili od normalne sile, kao komponente njegove težine. Isto tako, sila može da zavisi od rastojanja, kao što je slučaj kod sila deformacije. Zatim, od brzine kretanja vozila, odnosno tela, što imamo kod otpora vazduha i brojni drugi primeri.

Kao vektorska veličina, sila ima intenzitet, pravac i smer dejstva. Pored toga, sila ima i napadnu tačku. To je ona tačka u telu u kojoj se zamišlja da deluje sila. Kada je reč o materijalnoj tački, onda je napadna tačka sama materijalna tačka.

Jedinica za silu u Međunarodnom sistemu jeste Njtn (1 N). Po definiciji,

njtn je sila koja telo mase 1 kilogram ubrzava za jedan metar u sekundi za jednu sekundu:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2.$$

Njtn ima svoje multiple i delove. Multipli su:

1 kN = 10^3 N, 1 MN = 10^6 N, 1 GN = 10^9 N, i tako dalje. Delovi su: 1 mN = 10^{-3} N, 1 μ N = 10^{-6} N, i tako dalje. Do kraja 1980. godine u tehnici se mnogo koristila jedna vanskistemska jedinica - kilopond. Pošto po Zakonu o mernim jedinicama i merilima od 1976. godine zvanično više ne može da se koristi, ovde je nećemo definisati. Međutim, zbog starih tekstova u raznim udžbenicima, potrebno je dati odnos između njutna i kiloponda, radi preračunavanja iz kiloponda u njutne:

$$1 \text{ N} = 0,102 \text{ kp, odnosno: } 1 \text{ kp} = 9,81 \text{ N.}$$

Može se uzeti i zaokruženo: $1 \text{ kp} = 10 \text{ N}$, ili $1 \text{ N} = 0,1 \text{ kp}$.

Intenzitet sile, odnosno njena brojna vrednost, može se meriti na razne načine, upoređivanjem sa silama koje su unapred poznate. Zato se koriste razne terazijske, dinamometri, vage, opružni kantari i drugo.

11 2.3. Težina, specifična težina i gustina

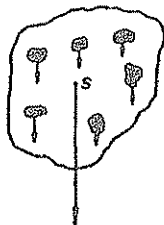
Težina tela je posledica dejstva gravitacione sile Zemlje odnosno Zemljine teže. Iz iskustva znamo da tela vrše pritisak na podlogu na koju su postavljena. Kada se podloga ukloni nastaje slobodno padanje koje u bezvazдушnom prostoru predstavlja jednoliko ubrzano kretanje. Takvo kretanje tela rezultat je dejstva težine tela, koja deluje vertikalno naniže, prema centru Zemlje. Ubrzanje koje telo dobija pri padanju zove se ubrzanje Zemljine teže ili gravitaciono ubrzanje (g) i iznosi, kako je napred već navedeno: $9,8 \text{ m/s}^2$. Tačnije $9,806 \text{ m/s}^2$ ali je dovoljno uzeti prvu vrednost. To znači da je težina tela isto tako sila koja je brojno data proizvodom mase tela i gravitacionog ubrzanja:

$$\vec{G} = m \cdot \vec{g}$$

(II,5).

Težina tela ima smer koji ima i gravitaciono ubrzanje, vertikalno naniže što je iz svakodnevnog iskustva poznato i očigledno.

Napadna tačka težine tela je težište tela. Do tačke težišta može da se dodje na sledeći način: jedno telo: jedno telo određene zapremine možemo misar - ono da podelimo na veliki broj delića - materijalnih tačaka. Na svaki takav delić mase deluje zemljina teža, pa otuda svaki delić ima svoju težinu (sl. 10). Težine tih delića u stvari su paralelne sile sa pravcem vertikalno naniže. Složimo li te paralelne sile dobićemo rezultantu $\vec{G}$ koja predstavlja težinu celoga tela. Napadna tačka te težine predstavlja težište tela S .



Sl. 10

Sa težinom tela usko je vezan pojam specifične težine. Za homogena tela, specifična težina predstavlja količnik težine i zapremine, tj.

$$\sigma = \frac{G}{V}$$

(II,6).

Odatle proističe i definicija:

Specifična težina brojno je jednaka težini tela jedinične zapremine.

Jedinica za specifičnu težinu u Međunarodnom sistemu je njutn po kubnom metru (1 N/m^3). Može se koristiti i kilonjutn po kubnom metru (1 kN/m^3). To će biti odgovarajuća jedinica, obzirom na brojne vrednosti koje imaju specifične težine raznih materijala kada se daju u kilopondima po decimetru kubnom (1 kp/dm^3). Naime, od 1. januara 1981. godine ne može da se koristi kp/dm^3 , pa je neophodno dati njihov međusobni odnos:

$$1 \frac{\text{kp}}{\text{dm}^3} = 9.810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}, \text{ odnosno: } 1 \frac{\text{kp}}{\text{dm}^3} = 9,81 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3}, \text{ a odatle je}$$

$$1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = \frac{1 \text{ kp}}{9,81 \text{ dm}^3}, \text{ odnosno, približno:}$$

$$1 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 0,1 \frac{\text{kp}}{\text{dm}^3}.$$

Uostalom, donja tabela daje brojne vrednosti za specifičnu težinu nekih materijala u kN/m^3 , dok su u zagradi date brojne vrednosti u kp/dm^3 .

Tabela - specifične težine materijala

Aluminijum	26,48	(2,7)
Asfalt	10,8-14,70	(1,1 - 1,5)
Bakar	87,3	(8,9)
Beton	17,6-24,5	(1,8 - 2,5)
Led	8,83	(0,9)
Mrki ugalj	11,8-14,7	(1,2 - 1,5)
Gvoždje	76,5	(7,8)
Nafta	7,45	(0,76)
Glicerin	12,36	(1,26)
Staklo	23,5-25,5	(2,4 - 2,6)

Za druge vrednosti specifičnih težina treba uzeti odgovarajući priručnik gde je to detaljno dato.

Pored specifične težine, za Mehaniku je važna i specifična masa, odnosno gustina, koja se u Zakonu o mernim jedinicama zove još zapreminska masa. Za homogena tela, specifična masa je data količnikom mase tela i njegove zapremine:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

(II,7),

odakle sledi definicija:

Gustina (specifična masa) brojno je jednaka masi tela jedinične zapremine.

Ovakav obrazac važi za homogena tela, kada je masa podjednako

raspoređena po celoj zapremini. Ako to nije slučaj, onda gornji obrazac daje tzv. srednju vrednost gustine.

Jedinica za gustinu u Međunarodnom sistemu jeste kilogram po kubnom metru (1 kg/m^3). Dozvoljene su i veće jedinice, kao što su tona po kubnom metru (t/m^3), kilogram po kubnom decimetru (kg/dm^3) i gram po kubnom centimetru (g/cm^3), koje su brojno jednake i sve tri 1000 puta veće od kilograma po kubnom metru.

Najzad, u tehnici se često koristi još tzv. prostorna težina, ili zapreminska težina, koja predstavlja količnik težine i zapremine nagomilanog materijala (peska, šljunka, uglja, zemlje i drugih materijala). Za prostornu težinu važi obrazac za specifičnu težinu, gde zapremina obuhvata i međuprostor takvog rastresitog materijala. Zato je prostorna težina šljunka manja od specifične težine jednog komada uze-
tog iz šljunka.

12 2.4. Pritisak. Sila pritiska.

Pritisak je jedna od vrlo važnih veličina koje srećemo u tehnici i fizici, koji se daje količnikom sile i dodirne (nalegle) površine, po obrascu:

$$p = \frac{F}{S}$$

(II, 8)..

Odatle imamo i definiciju:

pritisak je brojno jednak sili koja deluje na jediničnu dodirnu površinu.

Gornji obrazac važi u slučaju da sila ravnomerno deluje na dodirnu površinu. Ako to dejstvo sile nije ravnomerno raspoređeno, onda se uzima jednačina za pritisak u diferencijalnom obliku:

$$p = \frac{dF}{dS}$$

(II, 8a).

Pritisak je, ovde, jednak diferencijalnom količniku sile i dodirne površine.

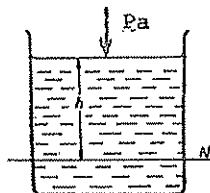
U tehnici i svakodnevnoj praksi javljaju se razni pritisci. Podjimo od pritiska koji telo vrši usled sopstvene težine, bilo da je u čvrstom, tečnom ili gasovitom stanju. Obrazac za sve takve slučajeve ima sledeći oblik:

$$p = \frac{G}{S}$$

(II, 8b).

Oдавде, kao i iz prethodnih obrazaca može se zaključiti da pritisak ne zavisi samo od težine, odnosno sile, nego i dodirne površine, na koju telo naleže. Kada je tečnost u pitanju kažemo da se radi o hidrostatsičkom pritisku.

Hidrostatski pritisak, kojim tačnost deluje na dno, bokove i odozdo, rezultat je težine same tečnosti. Zato se zove još unutrašnji, za razliku od spoljašnjeg pritiska koji prouzrokuju spoljne sile. Obrazac za hidrostatski pritisak može se dobiti na osnovu relacije II,8b, na nivou N (Sl. 11). Naime, težina se može dati proizvodom specifične težine i zapremine tečnosti (II,6), pa imamo:



Sl. 11

$$p = \frac{G}{S} = \frac{\delta V}{S} = \delta \cdot h.$$

(II,9),

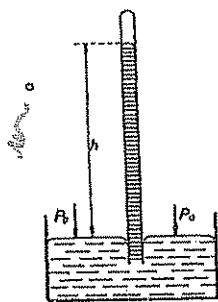
jer je $V = S \cdot h$. Dobijena relacija daje tzv. natpritisak, jer se ne uzima u obzir atmosferski pritisak koji deluje na slobodnu površinu tečnosti.

Zato je ukupni pritisak ustvari zbir svih pritiskaka na nivou N, pa pišemo jednačinu:

$$p = p_a + \sigma \cdot h$$

(II,9a).

Atmosferski pritisak, odnosno pritisak vazdušne mase na zemljino tle, je posledica težine molekula vazduha. Naime, gornji slojevi vazduha vrše pritisak na donje i tako ide sve do Zemlje, što prouzrokuje pritisak atmosfere. Toričeli je



Sl. 12

prvi izmerio atmosferski pritisak, pomoću jedne staklene cevi i žive. Zapravo, uzeo je cev dužine oko 90 cm, koja je zatvorena na jednom kraju. Cev se prvo brižljivo napuni živom, začepi prstom pa otvoreni kraj stavi u živu koja je u širem sudu (Sl. 12). Kada se prst ukloni, jedan deo žive ističe iz cevi, ali se brzo uspostavlja ravnoteža, kada se nivo žive stabilizuje. Ravnoteža se održava zato što je pritisak živinog stuba (na nivou žive u širem sudu) brojno jednak a suprotno usmeren atmosferskom pritisku na slobodnu površinu žive (Sl. 12).

Ustvari, atmosferski pritisak se prenosi na sve strane podjednako kroz živu pa deluje i na živu u cevi (Paskalov zakon). Ako je pritisak spolja manji, živa u cevi moraće da se spušta, što se može lako izmeriti pomoću nonijusa koji se nalazi pored cevi.

Pored navedenih pojavljuju se i druge vrste pritiskaka, kao što je unutrašnji pritisak pare ili gasa u raznim parnim kotloviima, ili cevima kroz koje struje para ili gas. Takav unutrašnji pritisak često se zove napon pare ili gasa. Instrumenti za merenje pritiska zovu se manometri sa različitim konstrukcijama, koji mogu da mere i veće pritiske, odnosno napon pare.

Jedinica za pritisak (napon) u Međunarodnom sistemu

jeste paskal (1 Pa). Po definiciji,

paskal je pritisak koji proizvodi sila od jednog njutna koja ravnomerno deluje na ravnu površinu od jednog kvadratnog metra:

$$1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$$

Mogu se koristiti i veće i manje jedinice, odnosno multipli i delovi paskala. Tako, imamo,

1 kPa = 10^3 Pa, 1 MPa = 10^6 Pa, 1 GPa = 10^9 Pa, i tako dalje. S druge strane, mogu se koristiti i

1 mPa = 10^{-3} Pa, 1 μ Pa = 10^{-6} Pa, i tako dalje.

Zakonom iz 1976. godine dozvoljena je upotreba bara, koji je multipl paskala. Naime, bar ima 100.000 paskala, pa možemo da napišemo njihov međusobni odnos:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa.}$$

Kada se bar poredi sa megapaskalom, izlazi da je 10 puta manji:

$$1 \text{ bar} = 0,1 \text{ MPa, odnosno: } 1 \text{ MPa} = 10 \text{ bara.}$$

Krajem 1980. godine prestala je da se koristi tehnička atmosfera, koja se u tehnici isključivo koristila ($1 \text{ at} = 1 \text{ kp/cm}^2$). Zato je neophodno dati pregledno kako uspešno zameniti tu jedinicu paskalom ili barom. U tom cilju navodimo da je

$$1 \text{ at} = \frac{1 \text{ kp}}{1 \text{ cm}^2} = 98.100 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 98.100 \text{ Pa, odnosno:}$$

$$1 \text{ at} = 98.100 \text{ Pa} (\approx 100.000 \text{ Pa}) \approx 1 \text{ bar.}$$

Na taj način tehnička atmosfera, koja se ukida kao jedinica, može se zameniti barom, jer su približno jednake. Isto tako, tehnička atmosfera je isto što i deseti deo megapaskala, pa pišemo:

$$1 \text{ at} = 10^5 \text{ Pa} = 0,1 \text{ MPa.}$$

Fizička atmosfera, koja je nešto veća od tehničke atmosfere ($1 \text{ atm} = 101.325 \text{ Pa}$), takodje se neće koristiti od 1981. godine.

Najzad, sila pritiska može se dobiti na osnovu relacije za pritisak, pa imamo da je:

$$F = p \cdot S \quad (\text{II}, 10),$$

odakle izlazi da će sila biti jača ako je pritisak veći na većoj dodirnoj površini. Sila pritiska se sreće u hidrostatiki, kod zatvorenih para i gasova kada deluje na unutrašnje zidove kotlova ili suda, kada telo usled svoje težine deluje na podlogu i tako dalje.

Računski primer: Koliki pritisak proizvodi igla, čiji je poprečni presek vrha $0,2 \text{ mm}^2$, ako rukom na iglu

prenosimo silu pritiska od 20 N ?

$$\text{Rešenje: } p = \frac{F}{S} = \frac{20 \text{ N}}{0,2 \text{ mm}^2} = 100 \text{ MPa.}$$

To je isto što i 1000 bivših tehničkih atmosfera, što je veoma veliki pritisak, mnogo veći od pritiska koji na tle vrši i najveći tenk, jer je dodirna površina vrha igle veoma mala.

13

2.5. Sila trenja i otpora

Po Zakonu inercije (Prvi zakon mehanike) pokrenuto telo trebalo bi da vrši jednoliko pravolinijsko kretanje. U slučaju da na telo deluje sila, kretanje bi moralo da bude promenljivo, kako po pravcu tako i po promeni brzine po in-tezitetu. Iskustvo, međutim, pokazuje da su sva mehanička kretanja praćena trenjem i otporima, koja se suprotstavljaju kretanjima. Drugim rečima, sile trenja i otpora deluju su-protno od smera u kome se telo kreće. Zato je za savladjiva-nje tih sila trenja i otpora potrebno delovati silom, vučnom silom, da bi se telo (vozilo) kretalo.

Kada se govori o trenjima i otporima, treba imati u vidu kretanje vozila, kao i onih tela koja se "vuku". Zato govorimo o trenju klizanja, trenju kotrljanja i otporu vaz-duha. Najjači od svih je otpor vazduha, naročito kod vozila sa velikim brzinama. Uzgred navodimo da se svi otpori i tre-nja mogu podeliti na stalne i povremene otpore. U stalne ot-pore spadaju trenje klizanja i kotrljanja, trenje u ležištu osovine vozila i otpor vazduha. Povremen otpor imamo kada se vozilo penje uz strmu ravan, kada se javlja otpor uspona i drugi primeri.

Eksperimentalno je utvrđeno da je sila trenja pri kli-zanju upravo srazmerna težini tela po relaciji:

$$F_{kl} = \mu_{kl} \cdot G \quad (\text{II}, 11),$$

pod uslovom da je put u horizontalnoj ravni. Iz jednačine se može zaključiti da sila trenja ne zavisi od veličine dodirne površine, nego od težine tela i od prirode podloge i tela (to definiše koeficijent trenja μ_{kl}). Ako telo klizi po strmoj ravni (Sl. 13), onda se uzima normalna sila, koja deluje up-ravno na put (podlogu), pa imamo relaciju:

$$F_{kl} = \mu_{kl} \cdot N \quad (\text{II}, 11a).$$

Koeficijent trenja zavisi kako od prirode tela i podloge, tako i od brzine kretanja tela, hrapavosti površine i drugih faktora. Zbog toga koeficijent trenja pri klizanju ima samo orijentacionu vrednost. Tako na primer kada telo od čelika klizi po tvrdoj zemlji, koeficijent trenja može da bude od 0,2 do 0,4. No, i pored toga trenje između tela i podloge

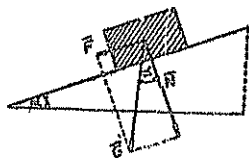
je od posebnog značaja, bilo da se telo kreće ili da miruje. Jer, postoji kako kinetičko, tako i statičko trenje. Ovo drugo je uvek nešto veće od prvog, odnosno kinetičkog trenja. Uostalom, kako bi smo stajali, kako bi se odelo zadržalo na čovku, kada ne bi bilo trenja te vrste.

Sila trenja pri kotrljanju zavisi kako od normalne sile, tako i od poluprečnika tela (točka) koje se kotrlja, (Sl. 13), po obrascu:

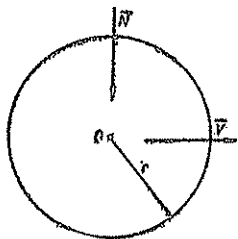
$$F_{kt} = \mu_{kt} \frac{N}{r}$$

(II,12),

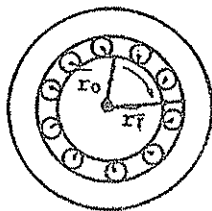
gde je μ_{kt} - koeficijent trenja pri kotrljanju. Pošto je taj koeficijent uvek manji od onog pri klizanju, očigledno je da je trenje pri kotrljanju uvek manje od istog pri klizanju. Zato se kod svih vozila, češnije kod točkova trenje klizanja prevodi u trenje kotrljanja pomoću kugličnih ležajeva (Sl. 15). Naime, između osovine i rukavca točka (r_0 i r_r) stavljaju se čelične kuglice koje se obrću, odnosno kotrljaju. Inače, trenje se smanjuje podmazivanjem, što je opšte poznato.



Sl. 13



Sl. 14



Sl. 15

Za vozila, koja se kreću velikim brzinama, posebna vrsta otpora je otpor vazduha, jer se vazduh suprotstavlja kretanju tog vozila. Po Njutnu, sila otpora vazduha zavisi od oblika tela (što karakteriše koeficijent otpora k), gustine vazduha, čeonog preseka i kvadrata brzine kretanja, pa imamo obrazac:

$$F_0 = k \cdot \rho \cdot S \cdot v^2$$

(II,13).

Odavde izlazi da će vozilo trpeti četiri puta veći otpor ako poveća brzinu dva puta. To je očigledno. Međutim, koeficijent otpora nije konstantna veličina, već zavisi od oblika vozila, koje se kreće. Eksperimentalno je utvrđeno da je koeficijent otpora k znatno manji kada vozilo ima tzv. aerodinamičnu liniju, tj. takav oblik da su vrtlozi (vazdušni) iza njega što manji. Otuda, savremenim automobilima, železničkim vagonima i druga kola, prave se tako da im koeficijent otpora bude što manji, a samim tim manji i otpor vazduha, što sigurno znači manju potrošnju goriva.

Računski primer: Izračunati silu otpora vazduha pri kretanju voza, čija je brzina 72 km/h, ako je koeficijent otpora $k = 0,7$, a gustina vazduha $1,29 \text{ kg/m}^3$. Poprečni presek (čeoní presek) vagona je 8 m^2 .

$$\text{Rešenje: } F_0 = k \cdot \rho \cdot S \cdot v^2 = 2.880 \text{ N} = 2,88 \text{ kN.}$$

2.6. Vučna sila i kretanje tela

Pri kretanju tela deluju razni otpori i trenja, odnosno sile otpora i sile trenja. U stalne otpore kod vozila, uopšte uzet, svakako ubrajamo trenje pri kotrljanju, trenje u ležištu osovine i otpor vazduha. Obeležimo sa F_0 - silu otpora vazduha. Pošto ovde ne možemo da detaljišemo svaki od pomenutih otpora, osvrnimo se na vučnu silu (motora) vozila kojom treba delovati, da bi se vozilo kretalo. Pri tome ima više slučajeva.

Prvo, uzmimo slučaj kada je vučna sila (F_v) brojno jednaka zbiru svih sila otpora i trenja koje deluju na telo (recimo F_{tr} i F_0):

$$\vec{F}_v = \vec{F}_{tr} + \vec{F}_0.$$

Istu relaciju možemo da napišemo i drukčije:

$$\vec{F}_v - \vec{F}_{tr} - \vec{F}_0 = 0. \quad (\text{II}, 14).$$

To znači da je njihova rezultantna sila jednaka nuli, pa se gornja relacija može dati i na ovaj način:

$$\vec{F}_r = 0.$$

Pošto je po drugom Njutnovom zakonu sila data proizvodom mase i ubrzanja, možemo napisati da je $m\vec{a} = 0$. Kako masa tela ne može da bude jednaka nuli, ostaje očigledna činjenica da je ubrzanje jednako nuli ($a=0$), odnosno da se radi o kretanju po inerciji.

Drugo, vučna sila može da bude veća od zbira sila trenja i otpora, pa imamo relaciju:

$$\vec{F}_v - \vec{F}_{tr} - \vec{F}_0 > 0. \quad (\text{II}, 15),$$

što pokazuje da je rezultantna sila veća od nule:

$$\vec{F}_r > 0,$$

odnosno $\vec{a} > 0$, ili, pak, da je ubrzanje pozitivno. To znači da vozilo ima ubrzanje. Promenom vučne sile možemo da menjamo ubrzanje, obzirom da rezultujuća sila zavisi od vučne sile motora. Ako vučnu silu smanjujemo možemo doći do usporenja, kada je $F_r < 0$, što bi predstavljalo treći slučaj, kada se vozilo kreće usporeno. Vozilo se tada mora da usporava, jer rezultantna sila ima smer suprotan smeru kretanja vozila.

15

2.7. Rad. Jedinice za rad

Mehanički rad predstavlja najprostiji oblik rada, obzirom da je mehaničko kretanje najprostiji oblik kretanja. U mehanici kažemo da se vrši rad, ako se telo pomera pod dejstvom neke sile, kojom se savladjuje trenje ili neki otpor. U stvari, ta sila nije ništa drugo nego vučna sila kojom se trenja i otpori moraju da svladaju. Odatle se može zaključiti da je,

rad savladivanje trenja i otpora duž puta.

Pošto je svako kretanje praćeno trenjima i otporima, mehanički rad se troši, dok se telo pomera, pokreće. Doduše, čovek se zamara i kada stoji sa teretom u ruci, ali to ne spada u mehanički rad. Zamor je posledica odredjenih fizioloških procesa u čovečijem organizmu.

Opšte je poznato da je rad veći ukoliko je jača sila i duži put na kome ta sila deluje. Zato, obrazac za rad ima tako jednostavan oblik:

$$A = F \cdot s$$

(II,16).

Ovakav obrazac važi samo za najprostiji slučaj, kada je sila stalnog intenziteta i kada se pravac sile i puta poklapaju. Drukčije stvar stoji, kada sila deluje pod nekim uglom u odnosu na pravac puta, kako pokazuje slika 16. Tada se sila razlaže na dve komponente, od kojih je jedna aktivna komponenta (F_a) a druga - pasivna komponenta (F_n), koja ne vrši rad. Pošto rad vrši samo aktivna sila, jednačina za rad imaće sledeći oblik:

$$A = F_a \cdot s$$

(II,16a).

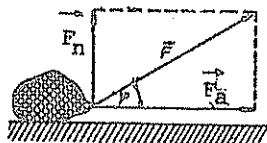
Zamenom aktivne komponente iz pravouglog trougla (vidi sliku), dobija se jednačina za rad:

$$A = F \cdot s \cdot \cos \varphi$$

(II,17).

Kao što se vidi, rad ne zavisi samo od sile i predjenog puta, već i od ugla koji sila i pravac puta međusobno zaklapaju. Dok je ugao oštar, kosinus je pozitivan, pa je i rad pozitivan. Sila se u tom slučaju javlja kao vučna sila. Interesantan slučaj imamo kada je ugao od 90° , gde sila deluje normalno na pravac puta, odnosno na pravac kretanja tela. Kosinus od tog ugla je jednak nuli, pa je i mehanički rad jednak nuli. Dakle, iako sila deluje rada neće biti. Primer za ovaj slučaj je kod kretanja elektrona po kružnoj putanji oko atomskog jezgra, kretanje planeta oko Sunca i drugi primeri.

Najopštiji slučaj kod rada u Mehanici imamo kada je sila promenljiva po intenzitetu i pravcu, pod uslovom da se sila i put poklapaju. Tada se jednačina za rad piše u dife-



Sl. 16

rencijalnom obliku:

$$dA = F \cdot ds$$

(II, 18),

gde je F - trenutna vrednost sile koja deluje na putu ds . Zato kažemo da je beskonačno mali rad dat proizvodom trenutne sile i beskonačno kratkog puta, na kome ta sila deluje. S druge strane, svaki rad se može dati u vidu skalarnog proizvoda sile i puta:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

(II, 18a).

Jedinica za rad u Međunarodnom sistemu jeste džul
Po definiciji,

džul je rad sile od jednog njutna na putu od jednog metra.

Džul ima multiple i delove. Multipli su:
1 kJ = 10^3 J, 1 MJ = 10^6 J, 1 GJ = 10^9 J i tako dalje.
Delovi su: 1 mJ = 10^{-3} J, 1 μ J = 10^{-6} J, i tako dalje.

Zakonom iz 1976. godine dozvoljena je upotreba vatčasa, sa multiplima i delovima, iako je vansistemska jedinica. Zato je potrebno odmah dati odnos vatčasa i džula:

$$1 \text{ Wh} = 1 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3600 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

Koriste se i multipli:

1 kWh = $3,6 \cdot 10^6$ J = 3,6 MJ, 1 MWh = 3,6 GJ, i tako dalje.
Isto tako može se uzeti i 1 mWh = 10^{-3} Wh = 3,6 J, itd.

16 2.8. Snaga. Jedinice za snagu

Jedna mašina biće snažnija ako odredjeni rad izvrši za kraće vreme. Ili, drugačije, mašina će biti snažnija ako izvrši veći rad u jedinici vremena. Zbog toga, snaga se daje količnikom rada i vremena, za koje je taj rad izvršen:

$$P = \frac{A}{t}$$

(II, 19).

Odatle proističe i definicija:

Snaga je brojno jednaka radu koji mašina izvrši u jedinici vremena.

Navedeni obrazac važi za bilo koju vrstu snage. Međutim, za Mehaniku, naime, kada se radi o mehaničkoj snazi, obrazac se može dati i u drukčijem obliku. Treba samo rad zameniti proizvodom sile i puta, pa ćemo dobiti

$$P = F \cdot v$$

(II, 20),

jer je s/t brzina kretanja. Na osnovu relacije, mehanička snaga se može definisati kao brzina vršenja rada. Ovo se može objasniti primerima automobila ili voza. Veću brzinu kretanja mogu da razviju vozila sa većom snagom.

Gornji obrasci važe pod uslovom da je snaga konstantna. Ako to nije slučaj, naime ako se snaga menja tokom vremena, onda se može govoriti o trenutnoj snazi za koju važi obrazac:

$$P = \frac{dA}{dt}$$

(II,21).

Odatle izlazi da se elementarni rad može dati proizvodom trenutne snage i beskonačno kratkog vremena:

$$dA = P \cdot dt$$

(II,22).

Jedinica za snagu u Međunarodnom sistemu jeste vat
(1 W). Po definiciji,

vat je snaga mašine koja izvrši rad od jednog džula u sekundi:

$$1 \text{ W} = 1 \text{ J/s.}$$

Vat ima multiple i to:

1 kW = 10^3 W, 1 MW = 10^6 W, i tako dalje. Isto tako, mogu se koristiti i njegovi delovi, kao što su milivat (1 mW = 10^{-3} W), mikrovat i tako dalje.

Uz ovo navodimo da je vatčas dobijen na osnovu obrasca za snagu (II,19), odakle je rad:

$$A = P \cdot t,$$

odakle izlazi da je 1 J = 1W·s. Ako se uzme čas umesto sekunde dobija se jedinica koja je Zakonom dozvoljena i koja je napred već data.

Na kraju nekoliko podataka o snazi čoveka kada fizički radi. Naime, izračunato je da prosečan čovek za osmočasovno radno vreme može izvršiti rad od približno 2,8 MJ. Ako se taj rad podeli sa radnim vremenom od 8 časova, dobija se prosečna snaga koju koristi dok radi. Prosečna čovekova snaga je oko 90 W. Uz ovo treba istaći da ovaj podatak ne znači da čovek ne može da razvije veću snagu. Kao dokaz ovome može da nam posluži primer čoveka koji istrči uz stepenice visoke 4 m za vreme od dve sekunde. Ako je čovek mase 75 kg, razvije snagu oko 1,5 kW. Međutim, sa tom snagom ne može da radi duže vremena, jer ne bi izdržao. Čovek iste mase može, pri pešačenju brzinom od 5 km/h da razvija snagu od oko 60 W, dok pri brzom maršu (7 km/h) snaga iznosi oko 200 W.

20 2.9. Štetno trenje i stepen korisnog dejstva

Trenje je najčešće štetno ali ponekad i korisno. To korisno trenje vrlo često srećemo u svakodnevnom životu i tehnici. Zaista, ne znamo kako bismo hodali, kako bi se kretala kola, voz i dr., kada ne bi bilo trenja. Isto tako nemoćuće je zamisliti transmisiju preko kajiša kod mašina, nošenje odela, kočenje kola i drugo, bez postojanja trenja.

Štetno trenje, pak, javlja se kod mašina pri kretanju njenih pojedinih delova. Kao primer uzmimo kretanje klipa u cilindru toplotnih motora, zatim kretanje raznih sistema poluga i drugih pokretnih delova. Štetno trenje se isto tako javlja kod mašina radilica u industriji i svuda tamo gde imamo mehaničko kretanje. Takvo trenje smanjuje koristan rad mašine, koji predstavlja rad koji mašina daje (A_k), i vodi upropašćivanju i abanju same mašine. Zbog toga je potrebno ići na smanjivanje trenja klizanja, odnosno koeficijenta trenja, što se postiže podmazivanjem. Kažemo smanjivanje, a ne uklanjanje iz prostog razloga što se trenje ne može potpuno ukloniti nego samo smanjiti.

Poznato je da stavljanje maziva (ulja) između dodirnih površina smanjuje trenje u proseku za 8-10 puta. Uzrok smanjenju treba tražiti u tome što mazivo popunjava sve neravnine u dodirnim površinama jednog i drugog dela mašina, koje se tada ne dodiruju "suvo". Na taj način suvo trenje dveju dodirnih površina zamenjuje se unutrašnjim trenjem između molekulskih slojeva maziva, odnosno ulja, koje je daleko manje od suvog trenja. Time se smanjuje gubitak energije koju mašina primi za vreme rada. Kažemo gubitak, jer se usled trenja, jedan deo primljene mehaničke energije (E) transformiše u toplotnu i tako nepovratno gubi. Mašina zbog toga daje koristan rad koji mora da bude manji od energije koju je primila. Zato se za ekonomičnost mašine koristi tzv. mehanički stepen korisnog dejstva, koji je dat količnikom korisnog rada i primljene energije:

$$\eta_m = \frac{A_k}{E} \quad \text{lit} \quad (II, 23).$$

Taj količnik mora da bude manji od jedinice, jer su gubici u mašini uvek prisutni. Mehanički stepen korisnog dejstva može se dati i preko korisne i primljene snage, ako se u gornjoj jednačini brojilac i imenilac podeli sa vremenom za koje je mašina radila:

$$\eta_m = \frac{P_k}{P_{pr}} \cdot 100\% \quad (II, 24),$$

gde množenje sa sto daje stepen korisnog dejstva u procentima. Odmah navodimo da isti obrazac važi za bilo koji stepen korisnog dejstva mašine ili sistema. Taj stepen korisnog dejstva je mehanički ako u mašinu ulazi mehanička da bi se proizveo koristan mehanički rad. Takve mašine jesu mašine radilice (tekstilne mašine, vršalice, strugovi i druge), za razliku od pogonskih mašina u koje spadaju razni motori i generatori. Pogonske mašine imaju pored mehaničkog i druge stepene korisnog dejstva. Tako, na primer, dizel-motor ima termički i mehanički stepen korisnog dejstva.

Ilustracije radi, navodimo ovde brojne vrednosti mehaničkog stepena korisnog dejstva za neke mašine radilice i pogonske mašine.

motori sa unutrašnjim sagorevanjem	80 - 90%
parna klipna mašina	65 - 75%
prenošenje energije putem transmisije	96 - 98%
parna i hidroturbina	98%
elektromotori	80 - 90%.

Iz tabele se jasno vidi da parna klipna mašina ima najmanji mehanički stepen korisnog dejstva, što znači da ima najveći gubitak u odnosu na druge mašine i motore. Kod parne i hidroturbine, gde nemamo translatorno već rotaciono kretanje kola sa lopaticama, trenje je minimalno, pa je stepen korisnog dejstva maksimalan, tj. blizak jedinici. Međutim, ukupni stepen korisnog dejstva je uvek manji, jer se daje proizvodom svih stepena korisnog dejstva date mašine.

18 2.10. Potencijalna energija

Mehanička energija je jedna od vrlo važnih mehaničkih, odnosno dinamičkih veličina. Istovremeno, mehanička energija je najprostiji oblik energije iz prostog razloga što je mehaničko kretanje najprostiji oblik kretanja. Drugi, viši oblici energije jesu toplotna, električna, hemijska, svetlosna i nuklearna energija. Ovde će biti reči samo o mehaničkoj energiji, čija definicija glasi:

Mehanička energija je sposobnost tela da izvrši rad pod određenim uslovima.

U mehanici razlikujemo dva vida energije - potencijalnu i kinetičku. Na ovom mestu govorićemo o potencijalnoj a kasnije i o kinetičkoj energiji.

Potencijalnu energiju ili energiju položaja poseduje telo kada se dovede u određeno stanje ili položaj. Objasnimo to na nekim primerima. Podignuto telo na izvesnu visinu poseduje energiju koja je u stanju da izvrši rad u datom trenutku. Elastično deformisana guma, čelična opruga ili neko drugo telo u stanju je da izvrši određeni rad pri vraćanju u svoje prvobitno stanje. I u jednom i u drugom slučaju telo je posedovalo energiju koju je steklo pri vršenju odgovarajućeg rada. I zavisno od toga, potencijalna energija najčešće se javlja kao gravitaciona potencijalna i elastična potencijalna energija.

Obrazac za gravitacionu potencijalnu energiju možemo dobiti ako se podje od činjenica da je za podizanje tela u visinu potrebno izvršiti rad savladjivajući težinu tela. Ako pri podizanju tela nije bilo trenja ni gubitka energije, izvršeni rad je otišao u gravitacionu potencijalnu energiju:

$$E_p = A = G \cdot h,$$

odakle imamo

$$E_p = mgh$$

(II, 25).

Da podignuto telo poseduje izvesnu energiju može se videti po tome što pri sklanjanju podloge pada na niže pri čemu je u stanju da izvrši odgovarajući rad. A jedno telo može da vrši rad samo ako poseduje energiju.

Elastičnu potencijalnu energiju imaju elastično deformisana tela. Primera za to ima svuda pa ih nećemo navoditi. Obrazac za elastičnu potencijalnu energiju izvešćemo na slučaju deformacije tela pri istezanju (sl. 17), kada je sila deformacije upravo srazmerna samoj deformaciji: $F = k \cdot \Delta L$.

Pošto se ovde sila menja sa deformacijom ΔL , to moramo da uvedemo pojam srednje sile (slično srednjoj brzini):



$$F_s = \frac{0 + F}{2} = \frac{1}{2} \cdot F,$$

jer, kada nema sile nema ni deformacije. Izvršeni rad pri dejstvu sile deformacije nije izgubljen već je otišao na elastičnu potencijalnu energiju, pa imamo da je $A = E_e$, odakle je

$$E_e = F_s \cdot \Delta L = \frac{1}{2} F \cdot \Delta L = \frac{1}{2} k (\Delta L)^2 \quad (\text{II}, 26).$$

Sl. 17 Elastična potencijalna energija jednog deformisanog tela (savijeni luk, izduženo crevo itd.) utoliko je veća ukoliko je sila jača i izduženje veće, što je iz svakodnevnog iskustva očigledno.

(17)

2.11. Kinetička energija

Kinetička energija jeste energija kretanja tela, što znači da je imaju ona tela koja imaju izvesnu brzinu. Na ovom mestu izučićemo samo translatornu kinetičku energiju ili kraće kinetičku energiju. O rotacionoj energiji biće reči u dinamici rotacije tela.

Obrazac za kinetičku energiju možemo izvesti putem sledećih rezonovanja. Kinetička energija je stvar jedan od oblika rada, što znači da telo stiče energiju pri vršenju rada. Ako telo pri kretanju nije imalo gubitak energije usled trenja, onda izvršeni rad odlazi na kinetičku energiju pa imamo da je $A = E_k$. Uzmimo da na to telo deluje stalna sila, kada kretanje mora da bude jednoliko ubrzano (jer je ubrzanje konstantno), pa možemo da napišemo:

$$E_k = F \cdot s = mas = ma \cdot \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} m (at)^2.$$

Kako je $v = at$, kod jednoliko ubrzanih kretanja bez početne brzine, to će obrazac za kinetičku energiju imati sledeći oblik:

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2 \quad (\text{II}, 27),$$

gde je energija data poluproizvodom mase tela i kvadrata brzine kretanja. Kinetičku energiju imaju vozila koja se kreću voda kada teče, zatim strujanje vazdušnih masa itd.

Gornji obrazac izveden je pod uslovom da telo nije imalo početnu brzinu. Međutim, može se dogoditi da se telo već kretalo nekom brzinom v_0 kada je izvesna sila počela da deluje. Za vreme toga dejstva sile na telo, brzina se povećala i postigla vrednost v , što znači da telo ima ubrzanje:

$$a = \frac{v - v_0}{t}. \text{ Put će tada biti}$$

$$s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t.$$

Zamenimo li ubrzanje i put u obrazac za rad imaćemo:

$$A = F \cdot s = mas = m \frac{v - v_0}{t} \cdot \frac{v + v_0}{2} \cdot t = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Razlika energija na desnoj strani jednačine predstavlja priraštaj kinetičke energije i jednaka je izvršenom radu na telo. Poslednji obrazac ujedno predstavlja i teoremu žive sile koja glasi:

rad sile meri se priraštajem žive sile tela, tj. priraštajem kinetičke energije tela:

$$A = \Delta E_k$$

(II,28).

Odatle izlazi da će telo povećavati kinetičku energiju ako deluje stalna sila na njega. Obrnuto, kada samo telo vrši rad, smanjivaće se kinetička energija sve donde dok se potpuno ne istroši.

Najzad, oдавde se očigledno vidi da su rad i energija po definiciji različite fizičke veličine. Međutim, one su količinski ekvivalentne pa ih zato merimo istim jedinicama. U stvari, izvršeni rad odlazi na energiju tela i to potpuno ako nema trenja, odnosno ako nema gubitaka energije. S druge strane, telo vrši rad na račun sopstvene energije.

Računski primer: Kojom vučnom silom motora treba delovati da bi automobil mase $m=900$ kg povećao brzinu od $v_1=72$ km/h na $v_2=108$ km/h, na putu od $s=300$ m pod uslovom da se zanemaruju trenja i otpori?

Na osnovu zakona žive sile imamo da je

$$F = \frac{m}{2s} (v_2^2 - v_1^2) = \frac{900 \text{ kg}}{2 \cdot 300 \text{ m}} (30^2 - 20^2) \text{ m}^2/\text{s}^2 = 750 \text{ N}.$$

2.12. Zakon o održanju mehaničke energije

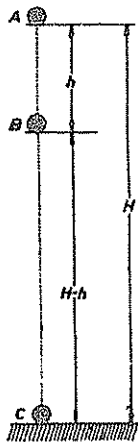
Iz svakodnevnog iskustva znamo da energija jednog oblika može da pređe u energiju drugog oblika i obrnuto. Primera za to imamo dosta - prelaženje (transformacija) gravitacione potencijalne energije u kinetičku pri slobodnom

padanju tela: transformacija kinetičke u potencijalnu kada se telo baci vertikalno naviše; transformacija elastične potencijalne u kinetičku energiju kada se deformisano telo vraća u prvobitno stanje itd. U vezi sa tim najraznovrsnijim transformacijama energije prirodno je postaviti pitanje kakav odnos postoji između jedne i druge energije datog tela ili sistema. Odgovor na takvo pitanje dobićemo na primeru slobodnog padanja kada se potencijalna energija transformiše u kinetičku.

Iz kinematike znamo da telo bačeno vertikalno naviše smanjuje svoju brzinu dok ne stane ($v = 0$), a onda pada jednoliko ubrzano. Proanalizirajmo taj sistem Zemlja-telo kada telo pada sa visine H (sl. 18). Ovaj sistem raspolaže izvesnom gravitacionom potencijalnom energijom koja pri padanju tela prelazi u kinetičku. Razume se da ćemo pri tome voditi računa samo o mehaničkoj energiji, zanemarujući otpor vazduha. Dokažimo sada da je ukupna energija tela u odnosu na Zemlju u svakoj njegovoj tački jedna i ista. Neka je telo mase m u položaju A , u stanju mirovanja. Ukupna energija sistema E biće jednaka gravitacionoj potencijalnoj energiji pošto je kinetička ravna 0 ($E_k = 0$, jer je $v = 0$):

$$E = E_k + E_p = mgh. \quad (II, 29).$$

Ako sada pustimo da telo slobodno pada sa visine H ,* onda će njegova potencijalna energija opadati, pošto se smanjuje visina u odnosu na Zemlju. U tački B telo će imati brzinu v , pa će kinetička energija biti:



Sl. 18

$$E'_k = \frac{1}{2}mv^2, \text{ a potencijalna na istom mestu}$$

iznosiće

$$E'_p = mg(H-h).$$

Zbir obeju energija daje ukupnu energiju:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mg \cdot (H - h), \text{ ili}$$

$$E_v = \frac{1}{2}mv^2 + mgH - mgh.$$

Iz zakona o slobodnom padanju znamo da je brzina data relacijom:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Zamenimo li to u gornjoj jednačini imaćemo:

$$E = \frac{1}{2} m 2gh + mgH - mgh = mgH. \quad (II, 29a).$$

* Iz kinematike je poznato da je slobodno padanje jednoliko ubrzano kretanje samo u slučaju kada telo pada u vakuumu. Tada nema otpora vazduha pa otuda ni gubitka energije koju telo sobom nosi.

Ili, najzad, celokupna energija u tački B biće: $E = mgh$, koliko je iznosila u tački A.

Da vidimo, najzad, koliko je energija tela u trenutku kada pada na Zemlju, gde je

$$E_k' = \frac{1}{2}mv_0^2,$$

a potencijalna energija je jednaka nuli, jer je visina tela u odnosu na Zemlju ravna nuli. v_0 je početna brzina istog tela pri bacanju naviše (kada je dostiglo visinu H) samo suprotnog smera.

Ukupna energija u tački C jednaka je

$$E = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}m \cdot 2gH. \quad (II, 29b).$$

U svim analiziranim slučajevima kroz koje je telo prolazilo, zbir kinetičke i potencijalne energije bio je isti. Naime, pri padanju došlo je do pretvaranja potencijalne energije u kinetičku, koji je završen u trenutku kada telo udara u Zemlju, ali je ukupna energija ostala ista (mgh). Na taj način dokazan je Zakon o održanju energije na primeru slobodnog padanja. Isti zakon može se dokazati i na svakom drugom primeru, za svaki slučaj pojedinačno. Zato, definicija Zakina o održanju energije glasi:

Energija i rad ne mogu se izgubiti niti ni iz čega stvoriti, već mogu da prelaze iz jednog u drugi oblik bez ikakvog gubitka.

Na kraju navedimo da je ovde dokazan Zakon o održanju energije u mehanici. Međutim, isti važi za bilo koju transformaciju kao što su: pretvaranja električne energije u toplotnu u termičkom potrošaču, pretvaranje toplotne u mehaničku energiju kod toplotnih motora, pretvaranje svetlosne u električnu energiju kod fotoelemanata, i tako dalje.

2.13. Masa i brzina kretanja tela

Njuton je masu definisao kao meru za količinu materije, smatrajući je konstantnom veličinom, bez obzira da li ima veću ili manju brzinu kretanja. Danas, međutim, takva definicija ne može da se održi, jer masa predstavlja samo jedan od brojnih oblika materije. Naime, materija može da egzistira u obliku mase, energije, polja i drugo. S druge strane, Ajnštajn je 1905. godine dao Specijalnu teoriju relativiteta, po kojoj se masa tela menja sa brzinom kretanja. Naime, telo ima veću masu, ako se brže kreće i obrnuto. Po Ajnštajnu, ta veza mase i brzine kretanja tela (v), data je sledećom relacijom:

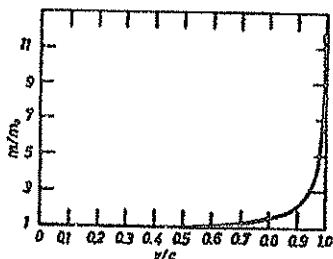
$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(II, 30),

gde je m - masa tela sa brzinom v , a c - brzina svetlosti u vakuumu. m_0 predstavlja masu istog tela dok je u mirovanju. Analiza ove relacije pokazuje da masa raste vrlo brzo kod velikih brzina. To jasno pokazuje sl. 19. Masa bi postala beskonačno velika za slučaj da brzina kretanja tela dostigne brzinu svetlosti. Sa grafika se vidi da se kriva asimptotski približava ordinati. To je zbog toga, što sa porastom mase raste i inercija tela, pa ga je sve teže ubrzavati. Zbog toga se danas masa definiše na drugi način. Naime,

masa je mera za inerciju tela pri translaciji.

U Njutnovoј mehanici praktično ne grešimo kada uzimamo da je masa konstantna, jer se radi o brzinama koje su nesrazmerno manje od brzine svetlosti. Tada je količnik kvadrata brzine kretanja i brzine svetlosti faktički jednak nuli. Međutim, kada se radi o brzinama elektrona, protona, alfačestica i drugih, gde su one preko 10^8 km/s, onda se mora voditi računa o promeni mase sa brzinom. Zbog toga Njutnova klasična mehanika može se uzeti kao specijalan slučaj Ajnštajnovе relativističke mehanike, kada su brzine kretanja nesrazmerno manje od brzine svetlosti ($v \ll c$). S druge strane, masa tela bi postala



Sl. 19

beskonačno velika, kada bi telo dostiglo brzinu svetlosti ($v = c$). Iz predhodne relacije, masa bi morala da bude beskonačno velika. Pošto je tako nešto nemoguće iz jednačine proističe drugi zaključak, a to je da je brzina svetlosti najveća moguća brzina i da nijedno telo ne može dostići tu brzinu. Pogotovu je ne može prešći, jer bi u predhodnoj relaciji masa morala da bude negativna, što je besmisleno.

22

2.14. Masa i energija

Promena mase tela sa brzinom kretanja bio je samo jedan od brojnih drugih zaključaka. Naime, drugi zaključak bio je da između mase i energije postoji ekvivalentan odnos dat relacijom $E = m \cdot c^2$, gde je c - brzina svetlosti u vakuumu. Pomenuta relacija izvodi se iz obrasca koji je Ajnštajn dao za promenu mase sa brzinom kretanja tela, koja se može napisati u obliku:

$$m = m_0 (1 - v^2/c^2)^{-1/2},$$

čija se desna strana može da razvije pomoću binomnog obrasca. Pošto su svi članovi posle drugog toliko mali, kada je $v \ll c$, to se mogu zanemariti, pa gornja relacija dobija sledeći oblik:

$$m = m_0 \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{c^2} \right).$$

Srednjivanjem jednačine dobija se da je

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = \Delta m \cdot c^2. \quad (II, 31).$$

Ova jednačina pokazuje da je kinetička energija ekvivalentna promeni mase tela. Ajnštajn je na osnovu toga izveo opšti zaključak da svakoj masi odgovara energija po obrascu

$$E = m \cdot c^2 \quad (II, 32).$$

To je relacija^o za tzv. totalnu energiju. Dalje, iz istog obrasca izlazi da su masa i energija ekvivalentne jedna drugoj, tj. energija je materijalna jer ima odgovarajuću masu i obrnuto, svaka masa je ogromna rezerva energije. To znači da se masa može pretvoriti u energiju i obrnuto, iz čega izlazi da su masa i energija dva svojstva materije, odnosno da su to različiti oblici postojanja materije. Zato i jeste pogrešno reći da se materija pretvara u energiju pošto je i sama masa jedan od oblika egzistencije materije.

S obzirom na činjenicu da je masa ogromna rezerva energije, izračunamo kolika je energija koja odgovara jednom kilogramu mase.

Na osnovu Ajnštajnovne relacije imamo:

$$E = m \cdot c^2 = 1 \text{ kg} \cdot 9 \cdot 10^{16} \text{ m}^2/\text{s}^2 = 9 \cdot 10^{16} \text{ J}.$$

Ako džule prevedemo u kilovatčasove, dobićemo da je

$$E = 25 \cdot 10^9 \text{ kWh}.$$

Dakle, kilogramu mase bilo kojeg tela odgovara energija od 25 milijardi kilovatčasova. Kolika je to ogromna količina energije može se shvatiti kada se zna da je tolika približno bila godišnja proizvodnja svih termo i hidroelektrana u našoj zemlji 1970. godine. Pri tome, treba odmah istaći da su danas vrlo male mogućnosti da se masa transformiše u energiju. Reč je samo o nuklearnoj fisiji (urana 235 i plutonijuma 239) i nuklearnoj fuziji lakših jezgara u teže, kada se jedan mali deo mase pretvara u energiju, o čemu će kasnije biti više reči.

S druge strane, interesantno je porediti tu energiju od 25 milijardi kilovatčasova sa energijom koja se dobija pri sagorevanju, recimo, mrkog uglja čija toplota sagorevanja iznosi 5,8 kWh/*kg. Da bismo to izračunali potrebno je iskoristiti relaciju za toplotnu energiju

$$E = Q = m \cdot q_s = 25 \cdot 10^9 \text{ kWh},$$

gde je q_s - toplota sagorevanja mrkog uglja. Odatle nije teško izračunati masu uglja: $m = 4,3 \cdot 10^9 \text{ kg}$, što znači da jednom kilogramu mase odgovara energija dobijena pri sagorevanju 4,3 miliona tona mrkog uglja. Samo je po sebi

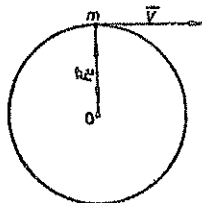
* 5,8 kWh/kg je isto što i 5000 kcal/kg, jer je
1 kWh = 860 kcal.

jasno da se radi o velikoj količini energije.

14

2.15. Centripetalna i centrifugalna sila

Sila koja pri kružnom kretanju deluje na telo i teži da ga privuče centru, naziva se centripetalna sila. Ona ima uvek pravac poluprečnika koji spaja telo sa centrom kružića, pa se još zove i radijalna sila.



Sl. 20

Pošto centripetalna sila deluje od centra kružne putanje na telo (sl. 20), po zakonu akcije i reakcije, i telo mora delovati istom silom u suprotnom smeru, što znači, mora da deluje neka sila iste jačine na centar kružne putanje. I ta sila koja nastaje zbog inercije mase koja se kreće, naime, koja se protivi promeni pravca kretanja, zove se centrifugalna sila. To bi bila reakcija na centripetalnu silu i otuda su u ravnoteži. Pri tome se mora podvući da se ravnoteža odnosi na konac, tj. sistem koji spaja centar sa telom koje se obrće a ne telo. Zato se i događa da prestankom dejstva centripetalne sile prestaje i centrifugalna sila. Telo će od toga trenutka nastaviti kretanje, zbog inercije, u pravcu brzine - tangente, koja prolazi kroz tu tačku na kružnoj putanji. Varnice na točilu, otpadanje blata sa točkova pri brzom obrtanju, itd. očigledni su dokazi.

Obrazac za centripetalnu i centrifugalnu silu dobija se na osnovu drugog Njutnovog zakona gde je $F = m \cdot a$, ako se a zameni sa obrascem za radijalno ubrzanje:

$$F_c = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

(II, 33).

Dati obrazac, kako je već rečeno, važi i za centrifugalnu silu, jer su one po intenzitetu iste.

Poslednji obrazac može se i drukčije napisati, naime, pošto je $v = r \cdot \omega$, ili $v = 2\pi r / T$

$$F_c = \frac{m \cdot r^2 \cdot \omega^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2$$

(II, 34),

odnosno

$$F_c = \frac{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}{T^2}$$

Iz obrasca izlazi da u slučaju konstantnog poluprečnika r , centrifugalna sila raste sa masom tela i njegovom brzinom. To znamo i iz iskustva. Na primer, na jednoj istoj krivini veća je centrifugalna sila koja deluje na natovareni kamion pri kretanju nego na prazan. Desi li se da su kola podjednako teška, a to znači da su sa istim masama, sila je veća kod

onoga koji se kreće sa većom brzinom. To izlazi i iz jednačine.

Sve ove obrasce za centrifugaonu silu možemo proveriti ogledima pomoću centrifugalnih mašina, koje su raznovrsne po konstrukciji pa ih nećemo detaljisati. Bitno je to da postoji prost mehanizam koji dovodi u rotaciju jednu vertikalnu osu na koju se utvrđuju razne sprave sa kojima treba ispitivati dejstvo centrifugalne sile.

Najzad, navodimo da je za centripetalnu silu karakteristično da ne vrši nekakav rad. To dolazi odtuda što ista deluje uvek pod pravim uglom na pravac kretanja tela. A iz prethodnog gradiiva znamo da je rad u takvom slučaju jednak nuli.

III. glava: GRAVITACIONO POLJE. POTENCIJAL I NAPON

22 23 3.1. Njutnov zakon gravitacije

Jedno od najvećih naučnih dela svih vremena je zaključak Njutna da se tela uzajamno privlače i da to važi za bilo koja tela u vasioni. Njutn je pokazao da je sila koja primorava Mesec da kruži oko Zemlje u stvari sila teže koja, polazeći od Zemlje, dejstvuje na Mesec, isto kao što dejstvuje na svako drugo telo na Zemljinoj površini. To isto važi i za Sunce i planete koje se večito kreću oko Sunca po određenim putanjama.

Polazeći od gornjeg rezonovanja, Njutn je postavio zakon gravitacije koji daje intenzitet privlačne (gravitacione) sile između dve mase m_1 i m_2 :

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

(III,1).

Sila kojom se privlače dve mase upravo je srazmerna svakoj od tih masa (njihovom proizvodu), a obrnuto je srazmerna kvadratu njihovog središnjeg rastojanja.

Ova sila zove se gravitaciona sila ili prosto, privlačna sila između dva posmatrana tela. Njutnov zakon gravitacije može se dati i u vektorskom obliku, koristeći se vektorom položaja $\vec{r}$, kojim se određuje položaj mase m_2 u odnosu na masu m_1 (sl. 21). Gravitaciona sila i vektor



položaja jesu kolinearni vektori, ali suprotno usmereni. Zato u sledećem obrascu imamo znak minus na desnoj strani. Dakle, jedinični vektor položaja (ort) može se dati kao količnik samog vektora i njegove brojne vrednosti: $\vec{r}_0 = \vec{r}/r$, što omogućuje da se gravitaciona sila napiše u obliku

$$\vec{F} = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \vec{r}_0 \quad (\text{III, 1a}).$$

Konstanta γ , koja ne zavisi od prirode tela koja se privlače, spada u grupu tzv. univerzalnih konstanti u fizici. Inače, po definiciji,

gravitaciona konstanta brojno je jednaka sili gravitacije izmedju dve mase od 1 kg na središnjem rastojanju od jednog metra.

Brojnu vrednost gravitacione konstante prvi je odredio Kevenđiš (pre veće od 150 godina) pomoću takozvanih torzionih terazija. Posle toga bilo je više meranja koja su vršena čak i posle 1930. godine, i uzima se da je njena tačna brojna vrednost:

$$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}.$$

To znači da je privlačna sila izmedju dve kugle od po 1 kg sa rastojanjem od 1 m jednaka 6,67 stomilijarditih delova od jednog njutna. To je veoma slaba sila. Međutim, privlačna sila može da bude i vrlo velika ako se radi o velikim masama kao što su mase Sunca i Zemlje ili Zemlje i Meseca. Zato izračunajmo na ovom mestu kolika je gravitaciona sila izmedju Sunca i Zemlje, ako je središnje rastojanje $r = 150 \cdot 10^6 \text{ km}$. Masa Zemlje je $m_1 = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, a masa Sunca $m_2 = 19,7 \cdot 10^{29} \text{ kg}$.

Da bismo našli privlačnu silu izmedju Sunca i Zemlje, iskoristićemo obrazac koji je dao Njuton:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = 3,5 \cdot 10^{22} \text{ N}.$$

Dobijeni rezultat pokazuje da je privlačna sila izmedju Sunca i naše planete fantastično velika, pa nas ne iznenadjuje što Zemlja mora da se kreće po određenoj putanji oko Sunca. Ako hoćemo da dobijemo tu privlačnu silu u kilopondima potrebno je podeliti dobijeni rezultat sa 9,81 ili približno uzeto sa 10. Gravitaciona sila iznosi tada 3.500 triliona kiloponda.

S druge strane, gravitaciona sila izmedju dva molekula kiseonika, koji se nalaze na rastojanju $r = 3 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$, iznosi: $F = 2 \cdot 10^{-42} \text{ N}$. Navedene brojke za jednu i drugu silu gravitacije toliko su očigledne da komentar stvarno nije potreban.

Računski primer: Izračunati brzinu koju treba da ima veštački Zemljin satelit da bi se kretao po kružnoj putanji na visini $H = 1000 \text{ km}$, iznad Zemljine površine. Dalje, izračunati vreme za koje satelit obidje Zemlju.

Rešenje se dobija, ako se podje od činjenice da je centripetalna sila, koja primorava satelit da se kreće po kružnoj putanji, brojno jednaka težini samog satelita, odnosno gravitacionoj sili između satelita i Zemlje. Otuda imamo da je

$$F_c = F_g, \text{ ili } \frac{mv^2}{(R+H)} = \frac{\gamma m M}{(R+H)^2},$$

gde su: m - masa satelita

M - (masa Zemlje) = $6 \cdot 10^{24}$ kg

R - (poluprečnik Zemlje) = 6370 km, i

H - 1000 km.

Brzina odatle:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R+H}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{6 \cdot 10^{24}}{7,4 \cdot 10^6}} \text{ m/s} \approx 7.340 \text{ m/s},$$

odnosno, $v = 7,34 \text{ km/s}$.

Vreme obilaska satelita oko Zemlje dobija se na osnovu relacije $v = \omega(R+H)$, odakle je:

$$T = \frac{2\pi(R+H)}{v} = \frac{6,28 \cdot 7,4 \cdot 10^6 \text{ m}}{7340 \text{ m/s}} = 6364 \text{ s} \approx 106 \text{ min}.$$

Dakle, obilazak satelita oko Zemlje traje duže od jednog i po sata. Izračunata brzina ($v = 7,34 \text{ km/s}$) zove se prva kosmička brzina.

22
(24)

3.2. Masa Zemlje i njena gustina

Merenje gravitacione konstante u laboratoriji omogućilo je izračunavanje mase Zemljine na osnovu zakona gravitacije. To se postiže ako se uzme sistem Zemlja-telo, kada se telo nalazi na Zemljinoj površini. Tada je središnje rastojanje u stvari Zemljin poluprečnik $R = 6.370 \text{ km}$.

Na osnovu zakona gravitacije znamo da je gravitaciona sila Zemlje jednaka brojno težini tela na njoj, pa možemo da napišemo sledeće:

$$mg = \gamma \frac{M \cdot m}{R^2}, \text{ odakle je } M = g \frac{R^2}{\gamma} \quad (\text{III}, 2),$$

gde su M - masa Zemlje, a g - gravitaciono ubrzanje koje ima masa (m) kada može slobodno da pada. Zamenom brojnih vrednosti svih veličina u gornjoj jednačini dobićemo masu Zemlje:

$$M = g \frac{R^2}{\gamma} = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{(6370 \cdot 10^3)^2 \text{ m}^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}.$$

ili pak u tonama, masa je $M = 5,98 \cdot 10^{21}$ tona. Najčešće se zaokružuje na $6 \cdot 10^{21}$ tona, što znači da masa Zemlje iznosi

6.000 triliona tona.

Na sličan način mogu se odrediti mase Sunca, kao i drugih planeta Sunčevog sistema. Isto tako, poznavanjem mase Zemlje, može se izračunati i masa Meseca, koji oko Zemlje kruži. Zato je od interesa dati tabelu sa nekim podacima za neke planete Sunčevog sistema:

Planete	Masa planete u poređenju sa Zemljom	Srednja gustina materijala planete (u kg/dm ³)
Merkur	0,055	5,6 kg/dm ³
Venera	0,817	5,16 "
Zemlja	1,00	5,53 "
Mars	0,107	3,95 "
Jupiter	318,00	1,34 "
Saturn	95,00	0,71 "
Uran	14,60	1,36 "

Dve poslednje planete, Neptun i Pluton, poslednje su otkrivene jer se nalaze na najvećem rastojanju od Sunca.

Gustina Zemlje može da se dobije na osnovu obrasca za gustinu ($\rho = M/V$), ako uzmemo da je Zemlja sfernog oblika. Pri tome, dobijena vrednost je samo srednja vrednost gustine, s obzirom na to da masa naše planete nije homogena. Pošto je zapremina Zemlje $V = 4R^3\pi/3$, to možemo da napišemo da je srednja gustina ρ jednaka:

$$\rho_{sr} = \frac{M}{\frac{4}{3}R^3\pi} = \frac{6 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{\frac{4}{3}(6370 \cdot 10^3 \text{ dm})^3 \cdot 3,14} \approx 5,53 \text{ kg/dm}^3.$$

Dakle srednja gustina Zemlje iznosi daleko više nego što je gustina njenih površinskih slojeva, koja ne iznosi više od 2,7 kg/dm³. Ta činjenica navodi na zaključak da u centru Zemljine lopte (sfere) moraju da egzistiraju materijali sa daleko većom gustinom. U vezi sa tim pitanjem vršena su razna ispitivanja. Po nekim podacima iz 1924. godine mogu se pokazati promene gustine kada se ide od površine Zemlje prema njenom centru:

u površinskom sloju	2,5 kg/dm ³
na dubini od 60 km	3,1 - 3,6 kg/dm ³
na dubini od 1200 km	4 - 5 kg/dm ³
na dubini od 3000 km	10 - 11 kg/dm ³ .

Dakle, u centru Zemlje naleze se materijali sa vrlo velikim gustinama (reda veličine olova i drugih metala). Ako se to još poveže sa temperaturom koja je u centru više od 1100°C, onda to znači da je ta središnja masa Zemlje u usijanom stanju. Pomenuli smo temperaturu od 1100°C, iz prostog razloga što je to temperatura lave iz vulkana, koju možemo

da merimo. Inače, smatra se da je temperatura već na 1000 km dubine negde oko 1500°C. Uzgred da napomenemo da je povišene temperature sa dubinom prema centru Zemljinom u proseku za 1°C na svaka 33m.

Na kraju treba reći da se gornji podaci, koji se odnose na gustine i temperature na raznim dubinama uzimaju uslovno pa ih kao takve i treba koristiti. Detalje i određena tumačenja u vezi fizike Zemlje, studenti će slušati na starijim godinama studija.

24
(25)

3.3. Jačina gravitacionog polja

Gravitaciono polje može da se prouči pomoću veličina, kao što su jačina polja, gravitacioni potencijal, potencijalna energija i druge veličine. Uzećemo prvo jačinu gravitacionog polja, u datoj tački, koristeći se sl. 22. Masa m_1 jeste masa koja obrazuje gravitaciono polje, a m takozvana probna masa koju unosimo u polje mase m_1 . Pri tome je neophodno pretpostaviti da je probna masa nesrazmerno manja od mase m_1 , što će umnogome olakšati dalje objašnjenje.

Jačina gravitacionog polja I data je koeficijentom sile F i mase m na koji ta sila deluje:

$$I = \frac{F}{m} \quad (\text{III}, 3).$$

Oдавде sledi definicija:

Jačina gravitacionog polja brojno je jednaka sili kojom polje deluje na jediničnu masu u datoj tački polja.

Sl. 22

Jedinica za jačinu gravitacionog polja je njuton po kilogramu (N/kg). Naime, jačina polja biće jedinična, ako na telo mase 1 kg deluje sila od jednog njutna.

Gornja relacija može se dati i na drugi način,

$$I = \frac{G}{m} \quad (\text{III}, 4),$$

odakle je $I = \frac{mg}{m} = g$. Dakle, jačina gravitacionog polja brojno je jednaka gravitacionom ubrzanju u datoj tački polja. Ako je masa koja obrazuje polje masa Zemlje, onda je g - gravitaciono ubrzanje Zemlje, iz poslednje relacije imamo još jedan zaključak, a to je da jačina polja ima isti smer i pravac koji ima i ubrzanje tela mase m , kada slobodno pada.

Pošto se gravitaciono ubrzanje menja i sa rastojanjem od Zemljinog centra i sa geografskom širinom, to i jačina polja mora da se menja po svojoj brojnoj vrednosti.

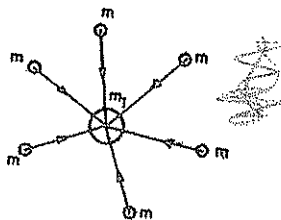
Jačina gravitacionog polja može i drukčije da se napiše, ako silu F zamenimo relacijom koju daje Njutnov zakon:

$$I = \gamma \frac{M}{r^2} \quad (\text{III}, 5),$$

gde je opet uzeta Zemlja sa masom M . Oдавде, iz poslednje relacije, vidi se da jačina polja opada sa kvadratom rastojanja, kao i sama sila. To znači da na beskonačno velikom rastojanju jačina polja je jednaka nuli.

Najzad, jačina polja je vektorska veličina, s obzirom na to da je sila takodje vektorska veličina. Smer jačine polja predstavlja brojno silu koja deluje na jediničnu masu, u smeru dejstva sile, u datoj tački polja. Zato je gravitaciono polje sila jedno tipično vektorsko polje. Videćemo kasnije, da sa potencijalom, isto to polje predstavlja skalarno polje, s obzirom na to da je potencijal skalarna veličina.

Pravac dejstva jačine polja jeste pravac po kome se kreće probna masa m u tom polju. Taj pravac naziva se linija sile gravitacionog polja. Smer tih linija gravitacionog polja, odnosno smer jačine gravitacionog polja jeste uvek prema centru Zemlje, odnosno prema centru one mase koja obrazuje gravitaciono polje (sl. 23). U stvari, to je smer kretanja tela kada slobodno pada.



Sl. 23

Slično ovim linijama u gravitacionom polju imamo linije električnog magnetnog polja koje predstavljaju pravac i smer dejstva jačine jednog i drugog polja. Linije sile u datom polju omogućuju da se pomoću određenih vektorskih veličina proučava samo polje.

26. 3.4. Rad sile u gravitacionom polju

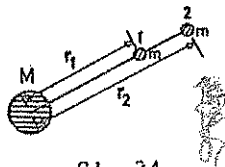
Rad sile u gravitacionom polju može da se izračuna ako se podje od elementarnog rada

$$dA = F \cdot ds,$$

gde je F - sila gravitacije između dva tela. Uzećemo Zemlju za jedno od ta dva tela, pa će sila F biti:

$$F = -\gamma \frac{mM}{r^2},$$

gde r predstavlja središnje rastojanje između Zemlje i tela sa masom m (sl. 24). S promenom rastojanja r , menja se i sama sila gravitacije, pa moramo da uzmemo rad u diferencijalnom obliku, tj. izvršeni rad dA na putu dr (u pravcu rastojanja r), polazeći od činjenice da na putu dr sila F ne stigne da se promeni. Zamenom sile gravitacije, dobijamo da je elementarni rad jednak:



Sl. 24

$$dA = -\gamma \frac{m \cdot M}{r^2} dr.$$

$$U = \gamma \frac{M}{r_B} - \gamma \frac{M}{r_A}.$$

Pošto je napon uvek jednak razlici potencijala u tačkama B i A, to možemo da napišemo:

$$U = V_B - V_A = \gamma \frac{M}{r_B} - \gamma \frac{M}{r_A},$$

odakle je

$$V_B = \gamma \frac{M}{r_B}, \text{ a } V_A = \gamma \frac{M}{r_A}.$$

To znači da je potencijal u datoj tački polja Zemlje, na rastojanju r , dat obrascem:

$$V = \gamma \frac{M}{r}$$

(III,13), .

odakle izlazi da potencijal opada sa rastojanjem od Zemljinog centra i jednak je nuli na beskonačno velikom rastojanju.

Na kraju, analizirajmo poslednju relaciju za potencijal. Na rastojanju r , od centra Zemlje, sve tačke imaju isti potencijal. Otuda ta sferna površina oko Zemlje sa istim potencijalom u svim tačkama predstavlja ekvipotencijalnu površinu. I uopšte, sve tačke u polju sa istim potencijalom, oblikuju ekvipotencijalnu površinu koja ne mora da bude sfernog oblika.

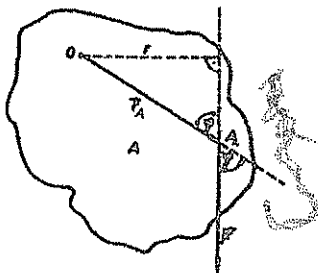
IV. glava: DINAMIKA ROTACIJE TELA

28

4.1. Moment sile

U mehanici, pored sile, vrlo je važna još jedna veličina — moment sile — koji se zove još statistički moment. U dinamici rotacije naziva se i obrotni moment.

Moment sile može biti vezan za tačku ili za osu. Pro- učimo prvo moment sile u odnosu na tačku (sl. 26). Sila F deluje u tački A jednog krutog tela koje je obešeno u tački O . Očigledno se vidi iz same slike da sila teži da obrne telo oko ose koja prolazi kroz tačku O i stoji normalno na ravan slike. To obrtanje moguće je sve dotle dok pravac dejstva sile (napadna linija) ne prolazi kroz tačku O , tj. dok postoji izvesno normalno rastojanje r između pravca dejstva sile i tačke O . To je ujedno i najkraće rastojanje koje se zove krak sile. Stoga moment sile F u odnosu na tačku O zavisi ne samo od sile nego i od kraka sile, pa je intenzitet momenta dat proizvodom sile i kraka:



Sl. 26.

$$M = F \cdot r$$

(IV, 1).

Zato kažemo da je moment sile brojno dat proizvodom sile (koja deluje na telo) i normalnog rastojanja od ose obrtanja. Tačka O zove se zbog toga, momentna ili obrtna tačka. Jedinica za moment sile je Nm (a ne džul), jer r nije put već rastojanje.

Moment sile je, kao i mnoge druge veličine u fizici, vektorska veličina. Prednji obrazac daje intenzitet momenta, čime još nije određen pravac i smer. Da bismo i to proučili, vratimo se opet sl. 26. Krak sile r može se dati sledećim obrascem:

$$r = r_A \sin \varphi,$$

što je iz slike očigledno. Otuda, moment sile može da se na-
poše i u obliku:

$$M = F \cdot r_A \cdot \sin \varphi.$$

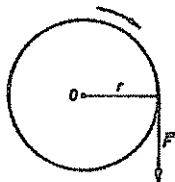
Iz vektorskog računa je poznato da proizvod na desnoj strani jednačine predstavlja intenzitet vektorskog proizvoda dva vektora ($\vec{r}_A$ i $\vec{F}$). Vektor $\vec{r}_A$ jeste vektor položaja kojim se određuje položaj napadne tačke sile u odnosu na obrtnu tačku O. Zato, moment sile u vektorskom obliku dat je sledećim obrascem:

$$\vec{M} = \vec{r}_A \times \vec{F}$$

(IV, 2).

Sada je jasno, na osnovu vektorskog proizvoda dva vektora, da moment sile $\vec{M}$ ima pravac ose. Jer, vektorski proizvod dva vektora mora da stoji upravno na ravan koju čine sami vektori. U našem slučaju to su radijus vektor $\vec{r}_A$ i sila $\vec{F}$, koji leže u ravni slike.

Smer momenta sile zavisi od smera dejstva sile. Ako se uzme slučaj dat na sl. 26, onda je smer momenta prema slici, tj. u smeru kretanja desnog zavrtnja. To dolazi na osnovu pravila vektorskog proizvoda, gde je rezultantni vektor ($\vec{M}$) takav da trijedar vektora $\vec{r}_A$, $\vec{F}$ i $\vec{M}$, bude desni u navedenom redu.



Sl. 27

Moment sile u odnosu na osu (sl. 29, presek točka ili vratila), što imamo kod vratila, točka, osovine i drugim, dat je proizvodom poluprečnika r (kraka) i sile F koja deluje ortogonalno ekscentrično u odnosu na osu rotacije.

Ukoliko na izvesno telo deluje više sila u različitim napadnim tačkama, onda dolazi do slažanja njihovih momenata u rezultantni moment, čija je intenzitet jednak zbiru momenata datih sila.



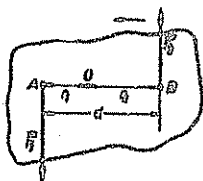
4.2. Moment sprega

Na jedno telo mogu da deluju dva antiparalelne sile (u različitim napadnim tačkama) koje su uz to istih intenziteta (sl. 28). Takav sistem sila zove se spreg sila, čija

je rezultanta uvek jednaka nuli. Naime, paralelne sile sa suprotnim smerovima dejstva daju rezultantnu silu sve do
su one različitih intenziteta. Kada su ta-
kve sile i brojno jednake, rezultujuća si-
la je jednaka nuli. Otuda spreg sile prou-
zrokuje rotaciju tela oko ose O, koja je
normalna na ravan slike.

Telo rotira oko ose O zbog toga što na njega faktički deluju dva momenta sile M_1 i M_2 , koji se mogu dati proizvodom sile i odgovarajućeg kraka, pa je:

$$M_1 = F_1 r_1 \text{ i } M_2 = F_2 r_2.$$



Sl. 28

Oba momenta deluju u istom smeru pa ih možemo složiti u rezultanti moment M , jednostavnim sabiranjem:

$$M_S = M_1 + M_2 = F_1 r_1 + F_2 r_2.$$

Pošto su sile po intenzitetu jedanke ($F_1 = F_2 = F$), to gornji zbir možemo napisati drugačije:

$$M_S = F(r_1 + r_2).$$

Zbir u zagradi predstavlja normalno rastojanje između pravaca dejstva pomenutih sila, koje čine spreg, i zove se kraksprega ($d = r_1 + r_2$). Otuda imamo konačan obrazac:

$$M_S = F \cdot d$$

(IV, 3),

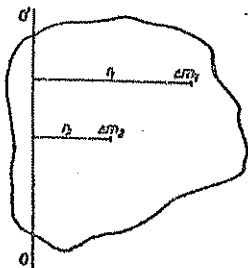
koji predstavlja moment sprega. Iz obrasca se vidi da je moment sprega dat proizvodom sile i kraka sprega, tj. da ima stalnu vrednost za dati spreg sile. S druge strane, moment sprega ne zavisi od položaja ose rotacije O (jer je: $r_1 + r_2 = d$). To se nemože da kaže za moment sile, odnosno statički moment.

29

4.3. Moment inercije

Jedna od važnih veličina u dinamici rotacije tela jeste moment inercije, koji se definiše kao mera za inerciju tela pri rotaciji oko date ose. Obrazac za moment inercije kako za materijalnu tačku tako i za celo telo, može se izvesti na osnovu sledećeg rezonovanja.

Neko telo, koje rotira oko ose OO' (sl. 29) podelimo misaono na veliki broj delića mase tj. na veliki broj materijalnih tačaka. Za prvi moment uzmimo samo jednu materijalnu tačku na koju tangencijalno (u odnosu na putanju) deluje sila F . To znači da sila deluje normalno na ravan slike. Moment te sile dat je, proizvodom iste i njenog normalnog rastojanja r od ose rota-



Sl. 29

cije:

$$M_1 = F \cdot r_1.$$

Zamenimo li silu F po drugom Njutnovom zakonu proizvodom mase delića Δm_1 i tangencijalnog ubrzanja, dobićemo da je:

$$M_1 = \Delta m_1 \cdot r_1^2 \cdot a.$$

Kako su masa delića i njeno rastojanje od ose konstantne veličine, to će i njihov proizvod biti konstantan, pa možemo konačno napisati:

$$M_1 = I_1 \cdot a.$$

Konstanta I_1 predstavlja upravo traženi moment inercije toga delića mase i brojno je jednaka proizvodu te mase i kvadrata njenog rastojanja: $I_1 = \Delta m_1 \cdot r_1^2$. Jedna ista masa, kao što se vidi, može da ima različit moment inercije ako se menja položaj ose, odnosno ako se menja rastojanje r . Dalje, iz obrasca vidimo da je moment sile jednak proizvodu momenta inercije i uglovnog ubrzanja.

Moment inercije celog tela u odnosu na datu osu, baš zbog toga što su rastojanja delića od ose različita, mora da bude jednak zbiru momenata inercije svih delića mase koji to telo čine:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n,$$

$$I = \sum_{i=1}^n I_i.$$

ili

To se može i drukčije napisati, naime

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2$$

(IV,4).

Otuda moment sile koji deluje na dato telo, jednak je proizvodu momenta inercije i njegovog uglovnog ubrzanja:

$$M = I \alpha$$

(IV,5).

To znači da će telo sa većim momentom inercije imati manje uglovno ubrzanje, jer je inertnije, i obrnuto.

Moment inercije tela može se izračunati ako je telo homogeno i ako ima pravilan geometrijski oblik. No i u tom slučaju potreban je aparat više matematike. Češće, se, međutim, određuje eksperimentalno, u laboratoriji.

Jedinica za moment inercije u Međunarodnom sistemu jeste $\text{kg} \cdot \text{m}^2$. Može se koristiti i manja tj. $\text{g} \cdot \text{cm}^2$.

W

Računski primer: Točak sa momentom inercije $I = 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, počinje rotaciju iz stanja mirovanja i dostiže uglovnu brzinu $\omega = 30 \text{ rad/s}$, pod dejstvom stalnog momenta sile $M = 40 \text{ Nm}$. Posle kolikog vremena Δt , točak dostiže pomenutu uglovnu brzinu?

Rešenje se može naći polazeći od obrasca

$$M = I\alpha$$

odakle je

$$M = I \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \text{ ili } M = I \cdot \frac{\omega}{\Delta t},$$

pošto je

$$\Delta\omega = \omega - 0 = \omega$$

Vreme je tada:

$$\Delta t = I \cdot \frac{\omega}{M} = 10^2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{30 \text{ rad/s}}{40 \text{ Nm}} = 75 \text{ s}.$$

30

4.4. Rad i snaga pri rotaciji tela

Rad može da izvrši telo bilo da se kreće translaciono, ili rotaciono. Zbog toga je neophodno dati obrazac za rad i pri rotaciji, obzirom da smo napred već dali jednačinu za rad tela koja se translaciono kreću.

Neka telo rotira oko osovine O, pod dejstvom sile F koja deluje tangencijalno u tački C (sl. 30). Uzmimo da je sila F konstantnog intenziteta. Njen pravac neka bude uvek normalan na poluprečnik r. U tom slučaju ugao između sile i pravca puta ravan je nuli pa možemo primeniti jednačinu za rad $A = Fs$. Put kod obrtog kretanja napravljen za vreme Δt jeste luk CC_1 , koji se može dati proizvodom ugla i poluprečnika: $L = r \cdot \Delta\varphi$. Zamenimo li to u jednačini za rad imaćemo:

$$A = F \cdot r \cdot \Delta\varphi.$$

Pošto je proizvod sile i poluprečnika u stvari moment sile, to će konačno obrazac za rad pri rotacionom kretanju tela imati sledeći oblik:

$$A = M \cdot \Delta\varphi$$

(IV, 6).

Rad pri rotacionom kretanju tela, kako se vidi, ravan je proizvodu momenta sile i ugla, odnosno ugaonog pomeranja. Ugao je ovde izražen u radijanima.

Snagu ima telo i pri rotacionom kretanju koja se dobija kada se rad podeli vremenom za koje je izvršen:

$$P = \frac{A}{t} = M \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

odnosno:

$$P = M \cdot \omega.$$

Sl. 30

(IV, 7).

Snaga pri rotacionom kretanju tela ravna je proizvodu momenta sile i ugaovne brzine.

Kad ova dva obrasca poredimo sa radom i snagom kod translacionog kretanja vidimo sledeće:

a) sili kod translacionog kretanja odgovara moment sile kod rotacije;

b) ono što je put kod translacije to je ugao, odnosno ugaono pomeranje, kod rotacije.

Najžad, istaknimo da se rad i snaga kod rotacionog kretanja mere istim onim jedinicama koje smo napred proučili, a to su džul, kolovatčas, W, kW, MW i druge.

W Računski primer: Izračunati moment sile na osovini motora automobila, čija je snaga $P = 60 \text{ kW}$ ako se osovinice sa $n = 3600 \text{ ob/min}$.

Rešenje se može dobiti pomoću obrasca: $P = M\omega$, pošto se prethodno nadje ugaona brzina $\frac{2\pi n}{60}$. Onda je

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{60 \cdot P}{2\pi n} = \frac{60 \cdot 60 \cdot 10^3 \text{ W}}{6,28 \cdot 3600} = 159,2 \text{ Ws} = 159,2 \text{ Nm}.$$

4.5. Rotaciona energija

Telo ima kinetičku energiju i kada rotira, tj. kada se obrće oko date ose. Takva energija zove se rotaciona energija. Njen obrazac možemo da dobijemo ako podijelimo činičnice da različiti delići mase jednog tela (sl. 24), koji se nalaze na različitim rastojanjima od ose, nemaju iste periferijske brzine i iste momente inercije. Zbog toga moramo da izračunamo kinetičku energiju svakog delića pojedinačno. Pošto je kinetička energija delića mase Δm , data poluproduktom te mase i kvadrata njegove periferijske brzine, to odgovarajućom zamenom periferijske brzine dobijamo:

$$E_1 = \frac{1}{2} \Delta m_1 \cdot r_1^2 \cdot \omega^2.$$

Saberemo li energiju svih delića mase koji čine masu tela, dobijemo rotacionu energiju celog tela.

$$E_R = \frac{1}{2} \Delta m_1 r_1^2 \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \Delta m_2 \cdot r_2^2 \cdot \omega^2 + \dots + \frac{1}{2} \Delta m_n \cdot r_n^2 \cdot \omega^2.$$

Izbacivši ispred zagrade $1/2$ i kvadrat uglovne brzine kao zajedničko, gornja jednačina dobija sledeći oblik:

$$E_R = \frac{1}{2} \omega^2 (\Delta m_1 r_1^2 + \Delta m_2 r_2^2 + \dots + \Delta m_n r_n^2).$$

Zbir u zagradi na desnoj strani jednačine predstavlja u stvari moment inercije celog tela, pa konačno dobijamo obrazac za rotacionu energiju

$$E_R = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2.$$

(IV, 8).

Rotaciona energija tela u odnosu na datu osu ravna je polovini proizvoda momenta inercije i kvadrata njegove uglovne brzine.

Pri poredjenju obrazaca za kinetičku energiju translacije i rotacije nameću nam se dva zaključka. Prvi, da moment inercije pri rotaciji igra istu ulogu koju ima masa kod

translatornog kretanja. A poznato nam je da je masa mera za inerciju tela pri rotaciji oko date ose, što je napred već rečeno. To dalje znači da se telo sa većim momentom inercije teže pokreće ali zato teže i zaustavlja. Otuda izlazi da je moment inercije merilo za veličinu otpora kojom se telo protiviti bilo kakvoj promeni uglovne brzine. S druge strane, ako nema promene uglovne brzine onda je obrtanje stabilno, odnosno jednoliko kada je uglovna brzina konstantana. Tada kažemo da se telo ravnomerno ili jednoliko obrće. I, drugi zaključak, da brzina kretanja tela kod translacije odgovara uglovna brzina kod rotacionog kretanja.

✓ Računski primer: Homogeni metalni valjak čija je masa $m = 100 \text{ kg}$, kreće se pri kotrljanju po horizontalnom putu stalnom brzinom $v = 10 \text{ m/s}$. Kolika je ukupna kinetička energija takvog valjka? Moment inercije homogenog valjka u odnosu na osu rotacije iznosi $I = \frac{1}{2}mr^2$, gde je r u stvari poluprečnik valjka. Ukupna energija pri kotrljanju mora da bude jednaka zbiru kinetičke i rotacione energije pa imamo:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}mr^2 \frac{v^2}{r^2},$$

odnosno

$$E = \frac{3}{4}mv^2 = \frac{3}{4} \cdot 100 \text{ kg} \cdot 10^2 \text{ m}^2/\text{s}^2 = 7,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

ili

$$E = 7,5 \text{ kJ} \approx 0,002 \text{ kWh}.$$

31

4.6. Moment količine kretanja

Količini kretanja kod translacije odgovara moment količine kretanja pri rotaciji. S toga je moment količine kretanja u rotaciji jedna od važnih veličina.

Uzmimo, prvo, moment količine kretanja materijalne tačke mase Δm_1 (sl. 31), koja se nalazi na rastojanju r_1 , od ose O. Vektor $\Delta \vec{m}_1 \vec{v}_1$ predstavlja vektor količine kretanja, a proizvod rastojanja r_1 od ose i količine kretanja zove se moment količine kretanja koji označavamo sa L_1 :

$$L_1 = \Delta m_1 \cdot v_1 \cdot r_1,$$

ili obzirom da je $v_1 = r_1 \cdot \omega$ imamo

$$L_1 = \omega \cdot \Delta m_1 \cdot r_1^2 = \omega \cdot I_1,$$

Sl. 31

gde je I_1 - moment inercije materijalne tačke u odnosu na osu O. Poslednji obrazac daje moment količine kretanja samo jedne materijalne tačke. Ako uzmemo celo telo kao sistem materijalnih tačaka, dobićemo ukupni moment količine kretanja:



$$L = \omega \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2,$$

111

$$L = I \cdot \omega$$

(IV,9).

Iz poslednjeg obrasca izlazi da je ukupni moment količine kretanja tela u odnosu na datu osu brojno jednak proizvodu uglovne brzine i momenta inercije.

Za moment količine kretanja (ili impuls obrtanja) važi zakon o održanju kao i za održanje količine kretanja, koji glasi:

Ako u jednom sistemu deluju samo unutrašnji momenti sile, ukupni moment količine kretanja je konstantan, tj.:

$$L = I\omega = \text{const} \quad (\text{IV},10).$$

Ukoliko se desi da se pri rotaciji tela menja moment inercije I, mora da dodje do promene i uglovne brzine iz prostog razloga što je njihov proizvod konstantan. Kao primer za to imamo pri rotaciji balerine, pri skakanju u vodu i drugi.

V. glava: ELASTIČNE DEFORMACIJE

24
33

5.1. Vrste elastičnih deformacija. Hukov zakon.

Pri dejstvu spoljne sile telo menja svoj oblik i zapreminu, tj. deformiše se. Samo telo opire se deformaciji stvaranjem elastičnih sila kao otpornih koje imaju zadatak da spreče deformaciju. Tako, na primer, zategnuta čelična žica teži da se vrati na svoju prvobitnu dužinu. Taj otpor je uto-liko veći, ukoliko je deformacija jača. Otuda i otpornost ma-terijala, kao karakteristika materijala.

Posle prestanka dejstva sile deformacije telo se vraća u svoj prvobitni položaj. Ta osobina zove se elastičnost. Ob-jašnjenje za tako nešto možemo dati na osnovu dejstva Kohezi-onih sila. Naime, pri deformaciji tela povećava se rastojanje izmedju molekula. Ako je reč o istezanju nekog štapa, moleku-li se udaljuju jedan od drugog i kohezija slabi. Ako se telo deformiše tako da se molekuli više ne mogu vratiti u svoj pr-vobitni položaj i rastojanje, kažemo da je to telo prešlo gra-nicu elastičnosti. Pri takvoj deformaciji elastičnost se gubi i telo ostaje trajno deformisano. Zbog toga takve deformacije nazivaju se trajne ili neelastične. Izvesna tela mogu da trpe velike promene oblika i zapremine, pa ipak da ostanu elasti-

čna, kao što je slučaj kod čelika, kaučuka i drugih materijala. S druge strane, postoje i takva tela koja pri najmanjoj promeni oblika prelaze granicu elastičnosti. To su krta ili neelastična tela. Razume se, da se ne može povući oštra granica između jednih i drugih i prostog razloga što nema ni potpuno elastičnih ni potpuno neelastičnih tela.

Telo se može deformisati na razne načine, koje ćemo ovde pobrajati.

Uzmimo telo u obliku žice na čijim krajevima deluju dve sile u suprotnom smeru tako da zatežu žicu. Molekuli u žici udaljavaju se jedan od drugog usled čega ćemo imati izvesno istezanje ΔL .

Deformacija suprotna istezanju zove se sabijanje koje predstavlja drugu vrstu elastične deformacije. Dok se istezanje najbolje može posmatrati kod žice, dotle sabijanje imamo kod deblje šipke, tečnosti i drugih tela, gde je deformacija negativna, jer se prvobitna zapremina smanjuje.

Treća vrsta deformacije je savijanje kada se šipka učvrsti na jednom kraju, koje nastaje kada se na drugi slobodni kraj deluje transverzalno izvesnom silom. Savijanje može da bude različito zavisno od toga kako je telo pričvršćeno i na kom mestu deluje sila. Pored već navedenih vrsta deformacija imamo: smicanje i torziju (ili uvrtnje), koje se takodje često sreću u tehnicima i praksi.

Najprostiji oblik deformacije je istezanje, gde se vodi računa o promeni samo jedne dimenzije. Zato se takva vrsta deformacije zove dužinska deformacija, koja se može pokazati na žici, kada na slobodni kraj deluje sila deformacije (Sl. 17). Istezanje ili mehanička dilatacija (L), može se meriti na više načina. Najčešće se koristi nonius u laboratoriji, jer su istezanja vrlo mala.

Mehanička dilatacija zavisi od više faktora, kao što su prvobitna dužina žice, poprečnog preseka, prirode materijala i sile deformacije, po relaciji:

$$\Delta L = e \frac{F \cdot L}{S} \quad (V, 1),$$

gde je e - koeficijent proporcionalnosti, koji karakteriše prirodu materijala (metala) od koga je žica napravljena. Prethodna jednačina može se napisati u jednostavnijem obliku ako se izraz $S/e \cdot L$ zameni drugom konstantom (k):

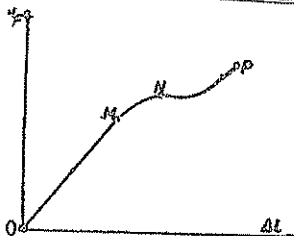
$$F = k \cdot \Delta L \quad (V, 2).$$

Odavde sledi definicija za Hukov zakon:

Sila deformacije je srazmerna veličini deformacije dok su deformacije male, odnosno sile slabe.

Ovakva definicija koja važi za bilo koju vrstu deformacije, može se proveriti na istezanju žice pomoću grafika na sl. 32. Za ordinatu je uzeta sila deformacije, a za apscisu - mehanička dilatacija. Hukov zakon važi na grafiku OM, tj. važi za

pravolinijski deo krive. Zato tačka M predstavlja tzv. granicu proporcionalnosti, do koje važi Hukov zakon. Pri daljem istezanju javlja se izvesno odstupanje linearnog odnosa između sile i istezanja i to ide sve do granice elastičnosti (tačka N). Pri dejstvu jače sile dolazi do daljeg izduženja žice sa trajnom deformacijom, sve do kidanja (tačka P).



Sl. 32

5.2. Modulo elastičnosti i normalni napon

Jedna od vrlo važnih konstanti u Mehanici kod elastičnih deformacija jeste moduo elastičnosti. Za dužinsku deformaciju zove se još Jungov moduo, koji se može dobiti za-
menom recipročne vrednosti koeficijenta e (V,1), jer je $E = 1/e$. Posle zamene, Hukov zakon za dužinsku deformaciju dobija sledeći oblik:

$$E = \frac{F \cdot L}{S \cdot \Delta L}$$

(V,3).

Da bi smo definisali moduo elastičnosti, uzećemo žicu jediničnog poprečnog preseka. Zatim, treba delovati takvom silom deformacije da se takva žica udvostruči, što znači da istezanje bude jednako prvobitnoj dužini. Na osnovu takvih uslova definicija nije teška. Naime,

moduo elastičnosti brojno je jednak sili koja svojim dejstvom udvostručava dužinu žice jediničnog poprečnog preseka.

Jedinica za moduo elastičnosti u Međunarodnom sistemu jeste njutn po kvadratnom metru. To znači da sila deformacije od jednog njutna deluje normalno na poprečni presek od jednog kvadratnog metra. Pošto je to relativno mala jedinica, može se koristiti kN/cm^2 , koja je 10 miliona puta veća od njutna po kvadratnom metru. To je istovremeno približno jednako kilopondu po kvadratnom milimetru (kp/mm^2), koja se posle 1. januara 1981. godine ne može koristiti. Zato su u tabeli, koja sledi, date brojne vrednosti za module u kN/cm^2 , dok su u zagradi date brojne vrednosti u kp/mm^2 . Takvo poredjenje je neophodno, jer se u mnogim dosadašnjim izdanjima koristio kp/mm^2 .

<u>materijali</u>	<u>E u kN/cm^2</u>	<u>kp/mm^2</u>
Čelik - kovno gvoždje	20.000 - 22.000	(20.000-22.000)
Elektrolitičko gvoždje	19.000 - 21.000	(19.000-21.000)
Bakar	11.000	(11.000)

<u>materijali</u>	<u>E u kN/cm²</u>	<u>(kp/mm)²</u>
Dur - aluminijum	6.300 - 7.200	(6.300-7.200)
staklo	5.000 - 7.000	(5.000-7.000)
krvo (niz vlakno) oko	1.000	(oko 1.000).

prethodna tabela pokazuje da su brojne vrednosti iste kao i u ranijim tekstovima, jer je nova jedinica - kN/cm² - praktično ista kao i stara - kp/mm².

Hukov zakon za dužinsku deformaciju bolje se pamti, ako se napiše u obliku dvojnog razlomka:

$$E = \frac{F/S}{\Delta L/L} \quad (V, 4).$$

količnik sile i površine poprečnog preseka predstavlja tzv. normalni napon a količnik istezanja i prvobitne dužine zove se relativno izduženje, tako da se moduo elastičnosti može lako i drukčije:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad (V, 5).$$

atle imamo da se moduo elastičnosti može dati i kao količnik normalnog napona (σ) i relativnog izduženja (ϵ).

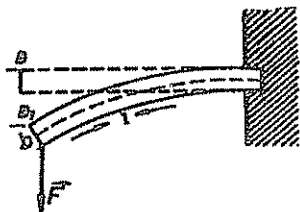
Računski primer: Koliki je moduo elastičnosti žicovo-da (pored železničke pruge) dužine $L = 1,2$ km, poprečnog preseka $S = 1,2 \text{ mm}^2$, ako se pri dejstvu sile $F = 100$ N, izduži za 50 cm? Sopstvena težina žice se ne uzima u obzir.

Na osnovu Hukovog zakona dobijamo:

$$E = \frac{F \cdot L}{S \cdot \Delta L} = \frac{100 \text{ N} \cdot 1,2 \cdot 10^3 \text{ m}}{1,2 \text{ mm}^2 \cdot 50 \text{ cm}} = 20.000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} = 20 \frac{\text{MN}}{\text{cm}^2}.$$

5.3. Savijanje

Deformacija putem savijanja, kada sila deluje normalno na dužinu, vrlo je česta u praksi. Savijanje grede,



Sl. 33

na primer, može da bude različito što zavisi od načina njenog pričvršćavanja s jedne, i od položaja napadne tačke sile deformacije, s druge strane. U najprostijem obliku savijanja razlikujemo tri slučaja. Prvi slučaj bio bi kada je greda utvrđena na jednom kraju, dok na drugom deluje sila deformacije, kako je to predstavljeno na sl. 33. To je u stvari slučaj konzole.

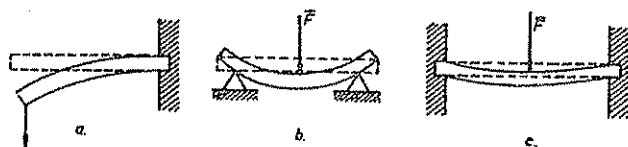
Uzmimo sada da je presek grede pravougaonik sa stranama a i b. Pri dejstvu sile greda se savija i na gornjoj,

ispupčenoj, strani nastaje istežanje, dok na drugoj (ugnutoj) sabijanje. Samo je po sebi jasno da u unutrašnjosti tela mora da postoji izvestan sloj koji ne trpi nikakvu deformaciju. Dimenzije toga sloja ostaju nepromenjene i za vreme trajanja deformacije pa se otuda i zove neutralni sloj. To dalje govori da ti središnji delovi tela nisu ni potrebni. Baš zbog toga, cevi pokazuju veći otpor nego masivne grede, koje su napravljene od iste količine materijala. S druge strane, cevi su lakše od šipke sa istim dimenzijama, pa se zbog toga u tehnici koriste cevi a ne šipke ili grede. Uzmimo samo jedan primer: bicikl. Međutim, i u prirodi ima takvih primera: kosti ptica su u obliku cevi, zatim životinja itd.

I ovde je, kao kod istežanja, savijanje srazmerno sili deformacije. Eksperimentalno je utvrđeno kod grede sa pravouglim presekom da je veličina savijanja Y , data sledećom relacijom:

$$Y = K \frac{F \cdot L^3}{E \cdot a \cdot b^3} \quad (V, 6),$$

gde su L - dužina, a - širina, a b - visina grede. K je konstanta koja zavisi od načina utvrđivanja grede i ima brojne vrednosti: $4, 1/4$ i $1/16$. Kada je greda utvrđena na jednom kraju (sl. 34a), $K = 4$. Kada je greda naslonjena na svojim krajevima, a na sredini deluje sila (sl. 34b), K ima vrednost $1/4$. Najzad, ako je greda učvršćena na oba kraja (sl. 34c), savijanje je najmanje $K = 1/16$.



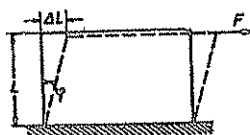
Sl. 34

Slučaj predstavljen na sl. 34b, je posebno interesantan i najčešće vidjen, recimo, kod mostova. S druge strane, savijanje grede (i mostova) ne zavisi samo od sile koja deluje, nego i od dužine L i to na trećem stepenu. Znači, ako je greda (most) tri puta duža, savijanje će biti 27 puta veće, i tako dalje. Međutim, veličina savijanja obrnuto je srazmerna visini grede b i to opet na trećem stepenu. Zato je prirodno što na mostovima nalazimo uvek grede sa presekom čija je jedna strana (visina) velika. Iz istih razloga željezničke šine postavljene su tako da im je visina znatno veća od debljine.



5. 4. Smicanje

U tehnici se često sreću još dve vrste elastičnih deformacija - smicanje i torzija (uvrtanje). Uzmimo prvo smicanje koje nastaje kada na gornju površinu jednog tela (bloka), sl. 35, tangencijalno deluje sila F . Količnik te sile deformacije i površine S u čijoj ravni sila deluje, zove se tangencijalni napon. Donja površina tela (bloka) jeste pričvršćena, tako da se taj sloj ne "smiče" u pravcu dejstva tangencijalne sile.



Sl. 35

Velicina deformacije meri se uglom smicanja, koji predstavlja relativnu deformaciju ($\varphi = \Delta L/L$). Samo je po sebi očigledno da jači tangencijalni napon prouzrokuje veću relativnu deformaciju pa imamo jednačinu:

$$\frac{F}{S} = E_s \varphi$$

(V. 7),

gde je E_s moduo smicanja. I ovaj moduo koristi istu jedinicu kN/cm^2 ili, pak, MN/cm^2 . Donja tabela daje brojne vrednosti za moduo smicanja nekih materijala:

<u>Materijali</u>	<u>E_s (u kN/cm^2)</u>
Kovano gvoždje i čelik	8.000 - 8.300
Elektrolitičko gvoždje	7.700 - 8.000
Duraluminijum	2.600
Drvo (niz vlakno)	800

Ova tabela pokazuje da za iste materijale velika je razlika u brojnim vrednostima za moduo elastičnosti i moduo smicanja. To je svakako posledica različitih vrsta deformacije, gde elastičnost materijala zavisi i od vrste deformacije.



5.5. Torzija

Torzija nastaje kada na jednu žicu deluje (na slobodnom kraju) spreg sile oko njene uzdužne ose. Spreg sile imamo u slučaju kada dve paralelne sile, istih intenziteta a suprotnih smerova, deluju u ravni normalnoj na pravac žice (sl. 36). Velicina deformacije pri uvrtanju jeste ugao torzije ili uvrtanja. Kao rezultat tog uvrtanja svi preseći žice koji stoje normalno na njenoj dužini obrnuće se u odnosu na sledeći za izvestan ugao koji je utoliko veći ukoliko je jači moment sprega, koji je dat proizvodom sile i normalnog rastojanja između tih sile. Eksperimentom je utvrđeno da ugao torzije, pored momenta sprega zavisi još i od dužine žice, njenog



Sl. 36

poluprečnika kao i od prirode materijala (što će reći od modula torzije E_t), na sledeći način :

$$\varphi = \frac{2LM}{r^4 \eta E_t} \quad (V, 8a).$$

Iz obrasca se vidi da je ugao torzije obrnuto srazmeran četvrtom stepenu poluprečnika žice, što znači da dva puta deblja žica ima 16 puta slabiju torziju. Najzad, da napomenemo da i ovde, kao i kod drugih vidova deformacije, svako telo ima svoju granicu elastičnosti. Ugao torzije dat je ovde u radijanima.

Gornji obrazac može da se reši po E_t , kada dobijamo:

$$E_t = \frac{2LM}{r^4 \eta \varphi} \quad (V, 8b).$$

Količnik momenta sprega u ugla torzije zove se torziona konstanta c ($c = M/\varphi$), pa zamenom u obrascu dobijamo da je modul torzije:

$$E_t = \frac{2Lc}{r^4 \eta} \quad (V, 8c).$$

Torziona konstanta c brojno je jednaka momentu sprega koji svojim dejstvom uvrne žicu za jedinični ugao (1 rad). Njena jedinica je Nm/rad.



5.6. Sabijanje – zapreminska deformacija

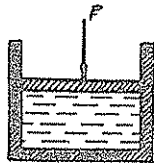
Jedna od vrsta elastičnih deformacija jeste i zapreminska deformacija koja se svodi na sabijanje, tj. smanjivanje zapremine pri dejstvu spolne sile. Takvu vrstu deformacije najčešće imamo kod tečnosti i gasova, što ne znači da se kod čvrstih tela ne vrši sabijanje. Kod čvrstih tela ta promena je toliko mala da se praktično ne uzima u obzir.

Promena zapremine ΔV uvek je sa negativnim znakom jer se zapremina smanjuje a ne povećava. Proučimo, zbog toga, sabijanje neke tečnosti koja se nalazi u sudu sa jakim zidovima. Sila F deluje na klip (sl. 37) a preko klipa na tečnost pritiskom $p = F/S$, gde S predstavlja dodirnu površinu klipa. Taj pritisak očigledno je srazmeran relativnoj promeni zapremine sa negativnim znakom:

$$p = -\text{const} \cdot \frac{\Delta V}{V}$$

Konstantna proporcionalnost nije ništa drugo no modul elastičnosti pri zapreminskoj deformaciji E_v , koji se zove još zapreminski modul stisljivosti, pa imamo:

$$p = -E_v \frac{\Delta V}{V}$$



Sl. 37

Obrazac se može i drukčije napisati:

$$E_v = \frac{p}{\Delta V/V} = \frac{F/S}{\Delta V/V}$$

gde je u brojiocu pritisak, a u imeniocu - relativna promena zapremine. Znak minus je izostavljen, obzirom da se radi o brojnoj vrednosti modula stišljivosti.

Tabela modula zapreminske deformacije za neke materijale u kN/cm²:

<u>Materijal</u>	<u>Modul zapreminske deformacije</u>
Aluminijum	7.690
Gvoždje	16.320
Bakar	13.770
Olovo	5.400
Bronza	9.180
Kvarc	1.530

Recipročna vrednost modula jeste koeficijent stišljivosti, koji je jednak relativnoj promeni zapremine pri povećanju pritiska za jediničnu vrednost, (recimo 1 MPa). Koeficijent stišljivosti tečnosti je relativno mali, obzirom da su moduli sa velikom vrednošću ($e_v = 1/E_v$). Kao primer možemo uzeti vodu, čiji koeficijent iznosi $5 \cdot 10^{-5}$, što znači da se pri promeni pritiska za 0,1MPa, zapremina vode smanji za 5 stotiljaditih delova od svoje prvobitne vrednosti. Odatle izlazi da će voda pri pritisku od 100 MPa (1000 tehničkih atmosfera) smanjiti svoju zapreminu samo za 5%. Slično je i kod drugih tečnosti, pa se može uzeti da su tečnosti za razliku od gasova, slabo stišljive. To je stvarni razlog što kažemo da su tečnosti praktično nestišljive.

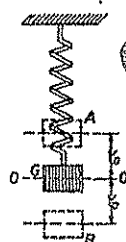
VI glava: OSCILACIJE

6.1. Oscilatorno kretanje

U tehnici i svakodnevnoj praksi vrlo često srećemo takozvano oscilatorno kretanje. Kretanje klipa u cilindru toplotne mašine, oscilovanje klatna koje je nastalo pod dejstvom gravitacionog polja i drugi, predstavljaju primere oscilatornog kretanja.

Oscilacije spadaju u periodična kretanja, tj. kretanja koja se posle izvesnog vremena ponavljaju na isti način.

Osnovne osobine takvog oscilatornog kretanja možemo proučiti pomoću Sl. 38. Na spiralnu oprugu obesimo teg G. Opruga će se istežati sve dok se ne uspostavi ravnoteža između težine tela i elastične sile opruge. Teg će se naći u položaju O, koji se zove ravnotežni položaj. Ako se tada teg izvede iz ravnotežnog položaja, trošeći nato izvestan rad, ravnoteža će se pomeriti i javiće se sila koja teži da vrati teg u ravnotežni položaj. Telo se, pod uticajem te sile, ubrzano kreće ka ravnotežnom položaju i usled inercije prolazi kroz njega, ide na više i sabija oprugu. Kako se sada elastična sila suprotstavlja kretanju, telo se usporava dok ne stane, odakle se vraća ka ravnotežnom položaju, menjajući smer kretanja.



Sl. 38

Kažemo da telo osciluje. Iz rečenog se jasno vidi da je kinetička energija tela najveća pri prolazu kroz ravnotežni položaj (najveća brzina), a potencijalna na krajnjim tačkama (A i B). Naprotiv, kinetička energija u tačkama A i B je jednaka nuli, kao što je jednaka nuli elastična potencijalna energija dok telo prolazi kroz ravnotežni položaj. Kod ovakvih kretanja imamo, dakle, naizmenično pretvaranje kinetičke u potencijalnu energiju.

Najveće udaljenje od ravnotežnog položaja koje telo postigne pri svom oscilovanju zove se amplituda i beleži slovom y_0 . Svako drugo rastojanje zabeleženo u datom trenutku, naziva se elongacijom. Vreme potrebno da telo izvrši celu oscilaciju (put od A do B i natrag) zove se period oscilovanja ili vreme trajanja cele oscilacije i označava slovom T.

Kod oscilacija veoma je važna takozvana frekvencija ili učestanost koja se definiše brojem oscilacija u jednoj sekundi. U stvari, jednaka je količniku broja oscilacija i vremena t.

$$\nu = \frac{n}{t}$$

(VI, 1).

Jedinica za frekvencu zove se herc (1 Hz) i predstavlja jednu oscilaciju u sekundi. Odnos između frekvence i vremena trajanja jedne oscilacije dobija se ako se u prethodnoj jednačini stavi $n = 1$, kada je $t = T$, pa imamo:

$$\nu = \frac{1}{T}$$

(VI, 2).

Iz iskustva je poznato da će elastična sila opruge biti toliko veća ukoliko je teg izveden dalje iz ravnotežnog položaja. Otuda izlazi da je sila srazmerna elongaciji pa imamo da je

$$F = -k \cdot y$$

(VI, 3).

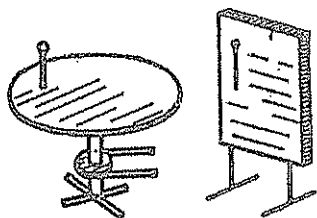
Sila F koja je uvek orijentisana prema ravnotežnom položaju u stvari je elastična sila, koja se drukčije zove sila restitucije. Iz jednačine se vidi da restitucionalna sila nije konstantna po veličini, već zavisi od rastojanja od ravnotežnog položaja. To znači da je jednaka nuli kada je telo u ravnotežnom položaju, odnosno kad prolazi kroz ravnotežni položaj. Maksimalnu vrednost ($F_m = k \cdot y_0$) ima sila kada je telo u amplitudnom položaju. To dalje znači da je ubrzanje promenljivo u toku kretanja tela pa kretanje nije jednoliko promenljivo. Konstanta proporcionalnosti K zavisi od elastične prirode opruge i brojno je jednaka sili kada se telo nalazi na jediničnom rastojanju od ravnotežnog položaja. Znak minus u obrazloženju dolazi otuda što je sila F uvek usmerena prema ravnotežnom položaju, a elongacija y uvek se meri od ravnotežnog položaja.

Ovakve oscilacije za koje važi poslednji obrazac zovu se harmonijske oscilacije ili sinusne oscilacije.

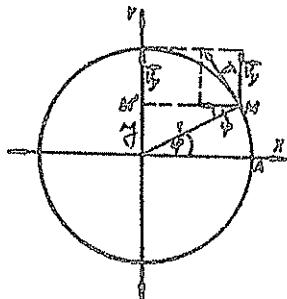
35

6.2. Harmonijske oscilacije

Harmonijske oscilacije, koje predstavljaju najprostije oscilacije uopšte, mogu se lepo pokazati pomoću sledećeg oglada. Na horizontalnu kružnu ploču, koja može da se obrće, pričvrsti se uspravan štap (sa kuglicom na svom vrhu, kako je to pokazano na sl 39). Na izvesno rastojanje od ploče postavi se zaklon tako da senka štapa sa kuglicom pada na njega. Kada se pomoću nekog motora ploča jednoliko obrće, senka kuglice kreće se tamo amo po jednoj horizontali na zaklonu sa promenljivom brzinom. Međutim, da bismo te oscilacije proučili, posmatrajmo projekciju tačke M, po ipsilon osi, koja se ravnomerno kreće po krugu poluprečnika r (sl. 39a).



Sl. 39



Sl. 39a

Neka početak kretanja tačke M bude u položaju A (sl. 39a). Posle izvesnog vremena t tačka će se naći u položaju M. Poluprečnik kruga za to vreme opisao je ugao φ . Projekcija tačke M na y-osi nalazi se u položaju M', na rastojanju y od centra O. Sa slike se vidi da je tada y , koje predstavlja elongaciju projekcije tačke od ravnotežnog položaja O, dato obrascem:

ili

$$y = r \cdot \sin \varphi \quad (\text{VI}, 4),$$

$$y = y_0 \cdot \sin \omega t, \quad (\text{VI}, 4a).$$

Iz jednačina se vidi da je elongacija projekcije M', koja osciluje po y-osi, u stvari sinusna funkcija. Elongacija je jednaka nuli kada tačka M seče x-osu, a njena projekcija prolazi kroz ravnotežni položaj. Tada su uglovi koje zaklapa poluprečnik r sa pozitivnim delom x-ose jednaki nuli, odnosno 180° , čiji su sinusi uvek jednaki nuli.

Projekcija M' pri oscilovanju oko ravnotežnog položaja O ima promenljivu brzinu, što znamo i iz oscilatornog kretanja uopšte. Da bismo tu brzinu proučili razložimo na komponente u pravcima x- i y-ose brzinu $\vec{v}$, kojom se tačka kreće po krugu. Komponenta $\vec{v}_y$ je u stvari brzina projekcije tačke po y-osi. Iz slike se vidi da je v_y kosinusna funkcija pa imamo:

$$v_y = v \cdot \cos \varphi = v \cdot \cos \omega t$$

Analizirajući poslednju jednačinu vidimo da je brzina maksimalna kada projekcija prolazi kroz ravnotežni položaj u jednom i drugom smeru. Tada su uglovi jednaki nuli i 180° , kada je kosinus ravan jedinici. Tada je $v_y = v$. Brzina projekcije jednaka je nuli kada se projekcija nađe u amplitudnom položaju, gde se tačka i projekcija poklapaju.

39
36

6.3. Ubrzanje i period kod harmonijskih oscilacija

Projekcija po y-osi menja brzinu pri oscilovanju usled čega se javlja ubrzanje (a_y). To ubrzanje projekcije može se dobiti ako radijalno ubrzanje tačke M koja se kreće po krugu, projektujemo na y-osu (sl. 40).

Ubrzanje projekcije (a_y) dato je obrascem:

$$a_y = -a \cdot \sin \varphi.$$

Znak minus stoji zbog toga što je ubrzanje projekcije uvek usmereno prema ravnotežnom položaju, što se iz slike jasno vidi. Poslednji obrazac može se napisati i drukčije, ako radijalno ubrzanje zamenimo sa:

$$a = r \cdot \omega^2, \text{ pa imamo}$$

$$a_y = -r \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi.$$

S obzirom na obrazac VI,4, poslednja jednačina dobija sledeći oblik:

$$a_y = -\omega^2 \cdot y \quad (\text{VI},6)$$

Izvedeno ubrzanje imaće svaki telo mase m koje osciluje na isti način kao projekcija M' , tj. koje osciluje harmonijski. Kad takvo ubrzanje pomnožimo sa masom m dobićemo silu:

$$F = ma_y = -m\omega^2 \cdot y,$$

gde su i masa tela i uglovna brzina, konstantne veličine pa se mogu zameniti novom konstantom:

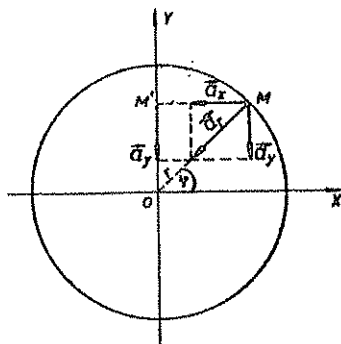
$$k = m \cdot \omega^2.$$

Sila tada dobija oblik

$$F = -k \cdot y,$$

koji smo već sreli kod oscilatornog kretanja. Otuda izlazi da je oscilovanje projekcije tačke, koja se ravnomerno kreće po krugu, u stvari harmonijsko oscilovanje.

Iz obrasca koji daje novu konstantu može da se nađe period oscilacije projekcije T , ako uglovnu brzinu zamenimo



Sl. 40

odnosom $2\pi/T$:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

(VI, 7).

Iz poslednjeg obrasca vidimo da vreme trajanja oscilacije zavisi kako od mase tela koje osciluje tako i od elastične prirode same opruge.

Najzad, iz napred datih obrazaca zaključujemo da je ubrzanje projekcije najveće kada je telo u amplitudnim položajima, tj. kada su brzine jednake nuli. Pri prolazu tela kroz ravnotežni položaj brzina je maksimalna, a ubrzanje jednako nuli. Odatle se vidi odnos brzine i ubrzanja kod harmonijskih oscilacija.

Računski primer: Telo mase $m = 400g$ obešeno je o spiralnu oprugu. Izračunati period oscilacije T pomenutog tela, kad se zna da teg težine od $1N$, prouzrokuje istezanje opruge za 5 cm . Rešenje se može naći ako se predhodno odredi elastična konstanta k pomoću obrasca za restitucionu silu: $F = k \cdot y$, odakle je

$$k = \frac{F}{y} = \frac{1N}{5\text{cm}} = 20N/m.$$

Period oscilacije dobija se iz obrasca VI, 7:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,4\text{kg}}{20N/m}} = 0,9s.$$

37

6.4. Energija kod harmonijskih oscilacija

Pri oscilatornim kretanju vrši se naizmenični prelaz potencijalne u kinetičku energiju i obrnuto, što znači da oscilator ima i kinetičku i elastičnu potencijalnu energiju:

Materijalna tačka m , koja osciluje oko ravnotežnog položaja, ima kinetičku energiju:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_y^2$$

(VI, 8),

gde je brzina v_y promenljiva. Otuda i kinetička energija mora da bude promenljiva sa vremenom. Maksimalna je pri prolazu tela kroz ravnotežni položaj - jer je maksimalna brzina - a jednaka nuli, u amplitudnim položajima, s druge strane, elastična potencijalna energija ima maksimalnu vrednost tamo gde je kinetička jednaka nuli.

Poreklo elastične potencijalne energije je poznato. Ona je rezultat dejstva spoljne sile deformacije i meri se radom iste sile na putu deformacije koje je jednako elongaciji. Jednačina za elastičnu potencijalnu energiju daje se obrascem:

$$E_e = \frac{1}{2} k (\Delta L)^2 = \frac{1}{2} k y^2$$

(VI, 9).

Iz obrasca se vidi da je potencijalna energija ravna nuli kada telo prolazi kroz ravnotežni položaj a maksimalna - u amplitudnim položajima.

Ako u gornje jednačine unesemo vrednosti za y_v i y , dobićemo:

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot y_0^2 \cdot \omega^2 \cdot \cos^2 \omega t = \frac{1}{2} k y_0^2 \cdot \cos^2 \omega t$$

i

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot y_0^2 \cdot \sin^2 \omega t.$$

Ukupna energija kod harmonijskog kretanja jednaka je zbiru kinetičke i potencijalne energije:

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} k \cdot y_0^2 \cdot \cos^2 \omega t + \frac{1}{2} k \cdot y_0^2 \cdot \sin^2 \omega t,$$

koja se može napisati i u jednostavnijem vidu:

$$E = \frac{1}{2} k \cdot y_0^2$$

(VI, 10),

s obzirom na to da je zbir kvadrata sinusa i kosinusa jednog ugla, ravan jedinici.

Dakle, ukupna oscilatorna energija upravo je srazmerna kvadratu amplitude. Oдавде imamo da je kod neamortizovanih oscilacija (čije su amplitude konstantne) ukupna energija konstantna. Na taj način, na primeru oscilovanja tela, dokazali smo zakon o održanju mehaničke energije. Tu gubitaka energije nema, jer nema ni opadanja amplitude. Drukčija stvar stoji kod amortizovanih ili prigušenih oscilacija. Tamo se energija tela smanjuje, odnosno gubi. Izgubljena energija otišla je u stvari putem trenja i otpora vazduha za vreme oscilovanja u toplotu. Oscilacije će prestati kada sva energija E, koju je telo imalo, predje u toplotnu energiju.

41

38

6.5. Amortizovane oscilacije

Do sada smo prećutno prelazili preko činjenice da oscilacije mogu biti kako amortizovane (prigušene) tako i neamortizovane (neprigušene), želeći da ne komplikujemo objašnjavanje osnovnih karakteristika oscilatornog kretanja. Međutim, poznato je da će amplitude opadati tokom vremena ako se telo ostavi da osciluje sopstvenom energijom. Drugim rečima, ako telo ne dovodimo, u određenim vremenskim intervalima, odgovarajuću energiju koja se troši na trenje i drugo, telo će se posle izvesnog vremena zaustaviti. Takve oscilacije nazivamo amortizovanim. Kao primer navodimo oscilovanje klatna (matematičkog ili fizičkog), zatim oscilovanje tega G obešenog o spiralnu oprugu, koji je izveden iz ravnotežnog položaja, itd.

Postoje, pak i neamortizovane oscilacije, koje imaju

stalnu amplitudu za vreme oscilovanja tela. Razume se, da se takve neamortizovane oscilacije mogu održavati samo uz ritmičko dovodjenje energije. Kao primer ovakvog oscilovanja imamo kod lokomotive. Energija se dobija pri radu pare. Kada trloda radi kao oscilator proizvodi neamortizovane oscilacije. Isto tako neamortizovane oscilacije imamo kod klatna, zidnih časovnika, koji gubitak energije na trenje nadoknađuju elastičnom potencijalnom energijom navijene opruge. Svi ti primeri pokazuju da oscilacije mogu biti neamortizovane i pored toga što se ne mogu izbeći gubici energije.

Amortizovane oscilacije isto kao i neamortizovane mogu se predstaviti grafički (sl. 41). Neamortizovane oscilacije u stvari su sinusne oscilacije jer se mogu predstaviti sinusoidom (grafik a na slici). Kako se iz same slike vidi amplitude su za svaku pojedinu oscilaciju iste. Drukčije stvar stoji kod grafika b, koji predstavlja amortizovane oscilacije. Tamo je amplituda y_{01} veća od y_{02} ($y_{01} > y_{02}$), a y_{02} veća od y_{03} itd. dok pre ili kasnije na postane jednaka nuli.

U vezi s tim treba pomenuti stepen amortizacije. Naime, nije svejedno za koliko će, recimo amplituda y_{02} biti manja od y_{01} i uopšte:

$$y_{0n+1} < y_{0n}$$

To zavisi u prvom redu od veličine sile trenja i drugih gubitaka energije. Zato kažemo

da će izvesne amortizovane oscilacije imati utoliko veći stepen amortizacije ukoliko je odnos između dveju uzastopnih amplituda na istoj strani oscilovanja veći. Otuda se brojna vrednost stepena k daje količnikom uzastopnih amplituda na istoj strani oscilovanja:

$$k = \frac{y_{0n}}{y_{0n+1}}$$

(VI, 11).

Može se desiti da je stepen amortizacije toliko veliki da se oscilovanje zaustavi pre nego što telo prodje kroz ravnotežni položaj pri povratku iz amplitudnog položaja. Tada imamo takozvanu aperioidičnu oscilaciju, koja se javlja kod merenih instrumenata (u elektrotehnici).



6.6. Matematičko klatno

U praksi imamo mnogo primera za oscilatorna kretanja ali u vrlo malo slučajeva harmonijske oscilacije. To je zbog toga što su harmonijske ili sinusne oscilacije najprostije oscilacije uopšte. Otuda se takve oscilacije proučavaju sa telima koja, strogo uzev, ne osciluju harmonijski. Takav slučaj imamo kod matematičkog klatna dok osciluje oko ravnotežnog položaja, pod uslovom da su amplitude vrlo male (do 1 cm).

Matematičko klatno predstavlja telo malih dimenzija (kuglica obašena o neistegljiv konac) koje može da osciluje oko ravnotežnog položaja pod dejstvom gravitacione sile, odnosno težine tela (sl. 42). Kuglica osciluje po putanji koja predstavlja luk BAB', jer je na takvu putanju primorava neistegljiv konac. S obzirom na to da težina kuglice deluje vertikalno naniže, potrebno je razložiti silu G na odgovarajuće komponente (u pravcu konca i po tangenti putanje), kako je to već pokazano na slici. Komponenta N samo zateže konac ali ne saopštava kuglici nikakvo ubrzanje, dakle uravnotežava se sa otporom konca.

Sasvim drukčije stvar stoji sa drugom komponentom, silom F, koja deluje u pravcu putanje. To je aktivna sila, koja je preko težine data sledećom relacijom:

$$F = G \cdot \sin \phi = mg \sin \phi.$$

Dakle intenzitet sile F zavisi od sinusa ugla koji gradi konac kada je telo u ravnotežnom položaju i kada ima odgovarajuću elongaciju y. Pod uslovom da je ugao vrlo mali, tj. da je ispod 5 lučnih stepeni kada je amplituda mala (manja od 1 cm) tetiva y (vidi sliku) praktično je jednaka odgovarajućem luku, pa možemo aproksimativno staviti da je

$\sin \phi = \frac{y}{L} = \phi$. Zamenom u gornjoj jednačini vodeći računa o znaku (-) dobijamo da je

$$F = -mg \frac{y}{L}$$

Kako su veličine m, g i L stvarno konstantne, to se odgovarajućom konstantom mogu da zamene, pa imamo:

$$F = -ky,$$

Sl. 42

gde je $k = mg/L$.

Dobijena je jednačina za restitucionu silu koju smo imali kod harmoniskih oscilacija. Otuda zaključak da i za oscilacije matematičkog klatna, vodeći računa o aproksimaciji koja je napred data, mogu se primeniti obrasci koji važe za harmonijske oscilacije. To znači da se može primeniti i obrazac za period oscilovanja

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Zamenom konstante $k = mg/L$ dobijamo obrazac za period oscilacije kod matematičkog klatna:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

(VI, 12).

Iz poslednjeg obrasca izlazi sledeće:

- period oscilacije ne zavisi od mase klatna, jer se masa ne pojavljuje u jednačini,
- period oscilacije upravo je srazmeran kvadratnom korenu iz dužine klatna,
- period oscilacije obrnuto je srazmeran gravitacionom ubrzanju.

Ovo poslednje omogućuje da se na relativno jednoštavan način, koristeći se gornjim obrascem, izračuna gravitaciono ubrzanje što studenti i rade u laboratoriji.

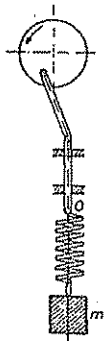
6.7, Prinudne oscilacije i pojava rezonancije

Telo može da osciluje bilo da se izvede iz ravnotežnog položaja i pusti da slobodno osciluje ili da spoljna periodična sila prinudjuje telo da osciluje onako kako to zahteva periodična sila.

U prvom slučaju imamo takozvane slobodne oscilacije. Telo osciluje sopstvenom frekvencom (ν_s) koja se, očigledno, tokom vremena ne menja. Međutim, oscilacije su amortizovane jer se energija tela (oscilatora) troši na trenja i otpore na koje telo nailazi pri kretanju.

U drugom slučaju imamo prinudne oscilacije iz prostog razloga što telo osciluje onom frekvencom koju ima spoljna periodična sila. Takve prinudne oscilacije vrši parna mašina usled oscilovanja klipa u cilindru, koje se prenosi na točak zamajac. Drugi primer imamo kod zvučnika gde membrana vrši prinudne oscilacije sa frekvencom koja je određena brojem oscilacija električne struje koja prolazi kroz namotaje elektromagneta. I drugi primeri.

Na ovom mestu zadržaćemo se na pitanju kva veza postoji između prinudne frekvence koja može da se menja i amplitude samih oscilacija. Odgovor se može naći pomoću sledećeg ogleada (sl. 43). Za jedan disk odgovarajućeg poluprečnika vezana je ekscentrično u odnosu na osu rotacije poluga na lakat čiji donji deo može da osciluje gore-dole. Za donji kraj poluge (tačka O) obešen je oscilator koji se sastoji od spiralne opruge i jednog tela mase m . Oscilovanje tela uopšte ne može da se postigne na dva načina: 1) da se telo izvede iz ravnotežnog položaja i prepusti da osciluje sopstvenom frekvencom (ν_s) i 2) da se disk stavi u rotaciju pomoću elektromotora usled čega se poluga na lakat prinuditi tačku vešanja O da osciluje odgovarajućom prinudnom frekvencom ν_p .



Sl. 43

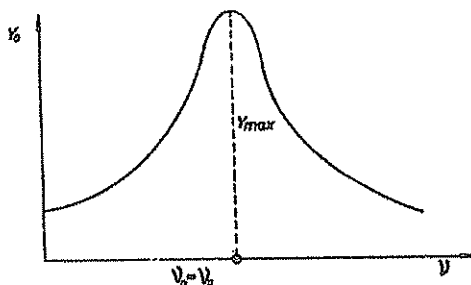
Uzmimo da elektromotor može da menja broj obrtaja diska po jedinici vremena, tj. da se može da menja frekvencija tačke O. U početku je prinudna frekvencija daleko manja od sopstvene

frekvence oscilatora. Tada telo osciluje sa vrlo malim amplitudama. Sa povećanjem prinudne frekvence tačke O, odnosno samog tela, raste i amplituda, koja postaje maksimalna kada se prinudna frekvencia izjednači sa sopstvenom frekvencijom oscilatora, tj. kada je:

$$v_p = v_{s..}$$

(VI,13).

Ta pojava maksimalnih amplituda oscilatora zove se mehanička rezonancija. Sa daljim povećanjem prinudne frekvencije, što se postiže bržim obrtanjem diska, amplitude oscilatora opadaju. Grafički se to može predstaviti pomoću sl. 44, gde je za apscisu uzeta prinudna frekvencija a za ordinatu



Sl. 44

amplitude oscilatora y_0 . Maksimalna amplituda javlja se kada je zadovoljen gornji uslov (VI,13). Treba napomenuti da maksimalna amplituda pri rezonanciji zavisi od stepena amortizacije samih oscilacija. Sa porastom stepena amortizacije k , y_{max} opada, tj. smanjuje se, pa se dobija čitava porodica krivih linija na grafiku. U idealnom slučaju, kada je stepen amortizacije ravan jedinici, tj. kada nema nikakvog trenja ni gubitaka energije, amplituda u rezonanciji postaje beskonačno velika. Kako se to ne događa nije ni predstavljeno na grafiku.

Značaj pojave rezonancije u fizici i praksi je svakako veliki. Uostalom rezonancija se javlja ne samo u mehanici, nego i u akustici, optici, kod električnih oscilacija i drugde. Kako bismo našli željenu radio-stanicu na prijemnom aparatu kada ne bi bilo električne rezonancije. Ili, kako bi se vršilo razbijanje stene ili bušenje kada ne bi bilo mehaničke rezonancije. Medjutim, postoji ovde i druga strana medalje. Naime, pojava rezonancije može da bude vrlo štetna što se na odredjen način mora da otklanja. Uzećemo i ovde radi interpretacije štetnog dejstva, nekoliko primera.

Poznat je slučaj rušenja mosta sa jednom četom vojnika. To nije bilo zbog tereta već zbog rezonancije bata nogu i oscilacije mosta. Naime, pri marširanju vojnici su udarom u stvari delovali periodičnom silom na most. Frekvencia te peri-

ođične sile, kao prinudna frekvenca, bila je jednaka sopstvenoj frekvenci mosta, usled čega je došlo do povećavanja amplituda dok se most nije srušio. Ka drugi, ali nesvakidašnji primer, za rezonanciju je opet rušenje jednog lančanog mosta udarom vetra. I mnogi drugi primeri.

VII. glava: HIDROSTATIKA. ATMOSFERSKI PRITISAK

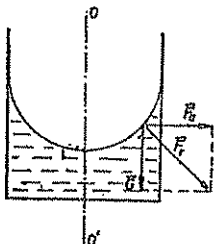
7.1. Osobine tečnosti

Tečnosti, ili tečna tela, predstavljaju jedno od četiri agregatna stanja - čvrsto, tečno, gasovito i stanje plazme. Danas se plazma zbilja ne može da zaobiđe kao posebno, četvrto stanje zbog svojih karakteristika, koje su predmet intenzivnog istraživanja.

Tečnosti se bitno razlikuju po svojim osobinama kako od čvrstih tela s jedne, tako i od gasova s druge strane. Reč je o tome da između molekula uopšte, deluju takozvane međumolekulske sile koje su jače kod čvrstih tela a slabije kod gasova, u odnosu na iste kod tečnosti. Zato ćemo, ukratko pomenuti neke osnovne osobine tečnosti.

Prvo, zbog velike pokretljivosti molekula, tečnosti se uvek kreću prema nižim mestima usled dejstva gravitacione sile, odnosno težine tela. Zbog toga tečnosti nemaju stalan oblik već zauzimaju oblik suda u kome se nalaze uz formiranje slobodne površine. U slučaju da je tečnost u miru i da na istu deluje samo težina G , slobodna površina tečnosti biće horizontalna, tj. upravna na pravac težine kao vektorske veličine. Ako, pak, na tečnost deluje još kakva druga sila, onda se

slobodna površina formira tako da rezultantna sila stoji normalno na slobodnoj površini. Kao primer uzećemo da na tečnost u jednom sudu, deluje težina tela i centrifugalna sila, dok tečnost rotira (sl. 45). Slaganjem pomenutih sila dobija se rezultantna sila F_r , koja stoji normalno na element površine tečnosti. Pravac i brojna vrednost rezultantne sile zavisi od rastojanja delića tečnosti od ose rotacije OO' , pa se slobodna površina tečnosti, dok sud rotira, formira u obliku rotacionog paraboloida.

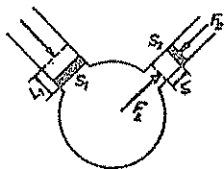


Sl. 45

Druga osobina tečnosti jeste činjenica da molekuli tečnosti vrše translatorno kretanje od sudara do sudara sa drugim molekulima. Kod čvrstih tela, međutim, javlja se oscilatorno kretanje molekula ili atoma oko svojih ravnotežnih položaja. Otuda je pokretljivost molekula vrlo velika.

Treće, pokretljivost molekula nije podjednaka kod raznih tečnosti. Iz iskustva znamo da će alkohol i voda mnogo lakše isteći iz neke boce nego, na primer, med ili glicerol. To se tumači činjenicom da između molekulskih slojeva deluju međumolekulske sile kao i između molekula uopšte, pa je potrebno delovati odgovarajućom silom da bi se to privlačno dejstvo savladalo. Takva sila je sila unutrašnjeg trenja ili sila viskoznosti o kojoj će biti reči u hidrodinamici. Samu pojavu, pak zovemo viskoznost ili unutrašnje trenje.

Dalje, pritisak spolja prenosi se kroz tečnosti na sve strane podjednako (Paskalov zakon), dok se kod čvrstih tela vrši samo u pravcu dejstva sile. To prenošenje pritiska kroz tečnosti na sve strane može se dokazati pomoću suda koji ima dva klipa sa različitim presecima i različitim pravcima svojih osa, kako je šematski pokazano na sl. 46. Uslov je da je tečnost nestišljiva kao i da nema unutrašnjeg trenja. Kada spoljnom silom F_1 delujemo na klip sa presekom S_1 , onda će se klip pomeriti za neku dužinu L_1 . U isto vreme izvršiće pomeranje i drugi klip sa presekom S_2 , u smeru pokazanom strelicom, koje je uravnoteženo silom F_2 . S obzirom na to da je tečnost nestišljiva, zapremina tečnosti koju istisne prvi klip ($V_1 = S_1 \cdot L_1$) mora da bude jednaka zapremini kod drugog cilindra ($V_2 = S_2 \cdot L_2$), pa imamo da je



Sl. 46

$$S_1 \cdot L_1 = S_2 \cdot L_2 \text{ odnosno}$$

$$S_1 : S_2 = L_2 : L_1$$

(VII, 1)

S druge strane, rad koji izvrši sila F_1 , pomeranjem klipa na putu L_1 , ravan je proizvodu sile i puta: $A_1 = F_1 \cdot L_1$. To isto

važi i za drugi klip i rad tečnosti. Po zakonu o održanju energije, s obzirom na to da nema gubitka rada u tečnosti, rad sile prvog klipa mora da bude jednak radu kojim tečnost deluje na drugi klip i pomera ga na putu L_2 , pa imamo da je:

$$F_1 \cdot L_1 = F_2 \cdot L_2, \text{ odnosno } F_1 : F_2 = L_2 : L_1. \quad (\text{VII}, 2)$$

Poredjenjem jednačina 1. i 2, dobićemo relaciju

$$F_1 : F_2 = S_1 : S_2, \text{ odnosno}$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = p_1 = p_2, \quad (\text{VII}, 3)$$

odakle proističe Paskalov zakon: Pritisak se kroz tečnosti prenosi na sve strane podjednako. Iz poslednje jednačine izlazi da će sila pritiska biti utoliko jača, ukoliko je površina na koju sila deluje veća. To je upravo iskorišćeno kod hidrauličnih presa.

7.2. Sila potiska

Iz iskustva znamo da kamen u vodi lakše držimo nego u vazduhu. To dolazi otuda, što voda, i tečnosti uopšte, deluju na potopljena tela u njima, izvesnom silom vertikalno naviše. Takva sila koja je suprotnog smera od gravitacione, zove se sila potiska. Razume se da potisak ne treba mešati sa silom pritiska odozdo, kako je to dato na sl. 47.

Veličinu sile potiska možemo odrediti na sledeći način. Na telo u obliku cilindra koje je potopljeno u nekoj tečnosti, deluju sile hidrostatičkog pritiska sa svih strana. Sile bočnog pritiska uravnotežuju se kao jednake a suprotno usmerene. Međutim, ostaju sile pritiska odozgo i odozdo. Ova druga koja deluje na donju osnovu ($F_2 = p_2 \cdot S$) veća je od prve ($F_1 = p_1 \cdot S$) koja deluje na valjak odozgo (sl. 47). Pošto su te dve sile suprotnog smera, rezultanta će biti:

$$F_p = F_2 - F_1 = p_2 \cdot S - p_1 \cdot S, \text{ ili}$$

$$\text{Sl. 47} \quad F_p = h_2 \cdot \sigma \cdot S - h_1 \cdot \sigma \cdot S = \sigma \cdot S (h_2 - h_1)$$

Razlika u dubinama ($h_2 - h_1 = h$) u stvari predstavlja visinu valjka sa zapreminom $V = S \cdot h$, pa imamo da je potisak:

$$F_p = \sigma \cdot V. \quad (\text{VII}, 4)$$

Sila potiska brojno je jednaka proizvodu iz zapremine potopljenog tela i specifične težine tečnosti. Naime, potisak je jednak težini tečnosti koju je istislo potopljeno telo. To je u stvari Arhimedov zakon: Na telo koje je u tečnosti potopljeno, deluje potisak jednak težini istisnute tečnosti. Veličina potiska ovde je izvedena za pravilno geometrijsko telo.

Medjutim, to važi za telo bilo kog oblika.

Kada je telo potpuno potopljeno u nekoj tečnosti, mogu, zavisno od specifične težine tečnosti i tela, nastupiti tri sledeća slučaja:

a) U slučaju da je težina tela veća od potiska ($G > F_p$) telo pada na dno. Rezultanta težine i potiska ima smer naniže.

b) Telo lebdi u tečnosti ako je njegova težina jednaka potisku ($G = F_p$).

c) Za $G < F_p$, telo pliva, jer se jednim svojim delom nalazi u tečnosti. U ovom trećem slučaju interesantno je proučiti uslove plivanja i ravnoteže. Ukratko treba reći da težište mora da bude ispod napadne tačke potiska (težište istisnute tečnosti) ako hoćemo da imamo stabilnu ravnotežu. Zbog toga sva mašinska postrojenja i veći deo tereta kod brodova, uvek stoje na dnu broda.

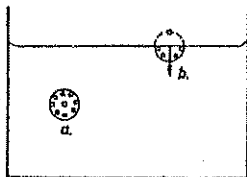
Potisak, dalje, omogućava određivanje specifične težine tela. To se postiže na više načina. Jedna od metoda je pomoću hidrostatičkih terazija koja se detaljiše u laboratorijskom praktikumu.

43

7.3. Površinski napon

Pojava površinskog napona posledica je dejstva međumolekulskih sila koje se javljaju kako izmedju istosrodnih tako i različitih molekula.

Međumolekulske sile, za razliku od gravitacionih i elektrostatičkih sila, deluju vrlo intenzivno samo na vrlo kratkim rastojanjima koja ne prelaze 6 nanometra. One deluju od jednog molekula podjednako na sve strane na druge molekule do gore pomenutog rastojanja i time se stvara sfera molekularnog dejstva (jednog molekula) čiji je poluprečnik $r = 6 \text{ nm}$ (sl. 48). Na slici crni kružić predstavlja molekul koji deluje na druge, okolne molekule, dok veći krug daje sferu molekulskog dejstva.



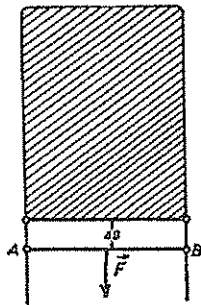
Formiranje slobodne površine tečnosti, koja deluje kao kakva skramica, Sl. 48
opet je rezultat međumolekulskih sila. Pokažimo to na istoj slici sa sferom dejstva jenog površinskog molekula.

Crni kružić predstavlja površinski molekul na koga s donje strane deluju molekuli tečnosti, dok odozgo imamo molekule vazduha. Kako je gustina vazduha relativno vrlo mala u odnosu na tečnost, to će privlačno dejstvo molekula vazduha biti tako malo da se može zanemariti. Ostaje, dakle, međumolekulsko privlačno dejstvo susednih molekula tečnosti u donjoj polusferi dejstva. Saberemo li te sile dobićemo rezultantnu silu koja ima uvek smer prema unutrašnjosti tečnosti.

a pravac normalan na slobodnu površinu. Dakle, javlja se rezultantna sila sa dejstvom prema unutrašnjosti. Kod međumolekulskog dejstva u unutrašnjosti tečnosti rezultantna sila uvek je jednaka nuli, zbog simetričnog međusobnog dejstva (videti sl. 50, a). Očuda rapi tečnosti, kada slobodno formiraju oblik, uvek zauzimaju oblik sfere jer svaki površinski molekul teži, zbog rezultantne sile, da udje u unutrašnjost. To dovodi do formiranja takvog oblika koji za datu masu tečnosti ima najmanju površinu. Iz geometrije je poznato da sfera ima najmanju površinu za datu zapreminu.

Dalje, pojava površinskog napona može da se pokaže na mnogobrojnim ogledima. Uzmimo samo neke. Insekti lako plivaju po površini vode. Čelična igla može da stoji (pliva) na površini tečnosti ako se pažljivo spusti na slobodnu površinu.

Posebno interesantan primer imamo kod sledećeg ogleda, pomoću kojeg možemo da odredimo konstantu površinskog napona, koja karakteriše samu pojavu površinskog napona. Ram od žice u obliku slova "U", koji ima jednu stranu koja se može pokretati (sl. 49, deo AB), stavi se u sapunicu u kojoj ima malo glicerina. Tako se formira skramica (membrana) unutar rama. S obzirom na to da površinski molekuli s jedne i druge strane teže da udju u unutrašnjost, dolazi do smanjenja slobodne površine. Zbog toga se žica AB podiže navise za neki put Δs . Da bismo žicu vratili u prvobitno položaj potrebno je delovati spoljnom silom F na niže da bi se savladala sila površinskog napona.



Sl. 49

Rad koji pri tome treba izvršiti da se žica pomeri za Δs , upravo je srazmeran povećanju slobodne površine ΔS , pa imamo relaciju:

$$A = \alpha \cdot \Delta S \quad (\text{VII}, 5)$$

gde alfa, kao koeficijent proporcionalnosti predstavlja konstantu površinskog napona. Povećanje slobodne površine u stvari znači povećanje obe strane membrane pa imamo da je $\Delta S = 2L \cdot \Delta s$. S druge strane, iz mehanike znamo da je $A = F \cdot \Delta s$. Zamenimo li sve to u jednačini VII, 5, dobićemo da je

$$\alpha = \frac{F}{2L} \quad (\text{VII}, 6).$$

Na osnovu jednačine VII, 5 može se definisati konstanta površinskog napona. Naime,

konstanta površinskog napona brojno je jednaka radu koji treba utrošiti da se poveća slobodna površina tečnosti za jediničnu vrednost.

Jedinica za konstantu površinskog napona je džul po kvadratnom metru, ili njutn po metru, što je isto. Naime,

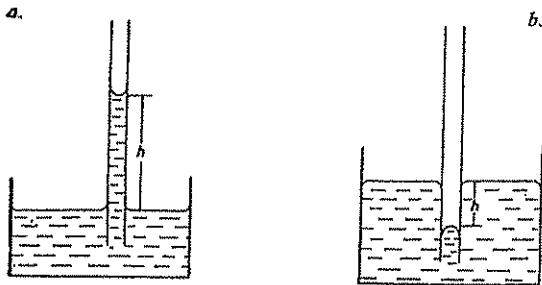
$$\frac{1J}{1m^2} = \frac{1N}{1m}$$

Može se koristiti i cN/m, što je sto puta manje od njutna po metru.

Najzad, konstanta površinskog napona može se odrediti eksperimentalno u laboratoriji.

44 7.4. Kapilarne pojave

Kapilarne pojave jesu isto tako posledica međumolekulskih sila (kohezije i adhezije), koje se manifestuju kod uzanih cevi čiji je poluprečnik vrlo mali (milimetar i manje). Naime, kada jednu takvu kapilarnu cev stavimo u tečnost (koja je u nekom širem sudu) dolazi do odstupanja od



Sl. 50

prvog zakona o spojenim sudovima gde su visine jednake. Tečnost se penje ili spušta u cevi, u odnosu na nivo u širem sudu, zavisno od toga da li kvasi ili ne zidove kapilare (sl. 50). Tako, na primer, voda "kvasi" drvo, staklo, metale i neka druga tela, ali ih ne "kvasi" ako su premazana nekom masti. Živa, pak, "kvasi" bakar, olovo, cink i drugo, ali ne kvasi porcelan, staklo i neke druge materijale

Interpretacija kapilarnih pojava nije nimalo teška kada se zna da međumolekulske sile mogu da budu kao kohezione i adhezione sile. Prve imamo između istih molekula, dok adhezione sile deluju privlačno između različitih molekula. Tečnost se diže u kapilari ako su adhezione sile između molekula tečnosti i suda jače od kohezivnih sila molekula same tečnosti (sl. 50a) u tom slučaju, sila površinskog napona (F) deluje vertikalno naviše, nasuprot težini (G) stuba tečnosti u kapilari. To penjanje vrši se sve donde dok se sila površinskog napona ne izjednači sa težinom G . Tada nastupa ravnotežno stanje kada se nivo u kapilari stabilizuje, pa imamo da

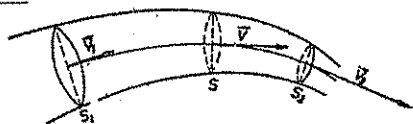
* Proučićemo ovde prostije slučajeve kada tečnosti potpuno kvase zidove suda.

VIII. glava: HIDRODINAMIKA

34
 45 8.1. Strujanje tečnosti

Kretanje tečnosti u određenom smeru daleko je komplikovanije od kretanja čvrstog tela obzirom na osobine same tečnosti - pokretljivost molekula i druge osobine. Zato će ovde biti reči samo o nekim osnovnim pojmovima.

Kretanje tečnosti u najopštijem vidu deli se na laminarno i turbulentno. Pod laminarnim kretanjem podrazumeva se kretanje tečnosti u vidu slojeva, ukoliko se radi o realnim tečnostima kod kojih imamo unutrašnje trenje. Sa povećavanjem brzine strujanja takvo kretanje prelazi u turbulentno ili vrtložno, što samo po sebi govori da se pri strujanju javljaju vrtlozi kao rezultat određenih prepreka ili drugih uzroka.



Sl. 52

Najprostije kretanje tečnosti je takozvano stacionarno strujanje. Analogno tome kretanje, kod čvrstih tela jeste jednoliko pravolinijsko kretanje, kao najprostije kretanje uopšte. No i pored toga, stacionarno strujanje je daleko složenije. Objasnićemo to pomoću sl. 52. Pri prolazu kroz

preseka S_1 date cevi, tečnost će imati brzinu v_1 , a kroz presek S_2 , brzinu v_2 , i svaki drugi delić tečnosti na tim presecima imaće iste brzine v_1 i v_2 . To je osnovna odlika stacionarnog strujanja.

Dalje proučavanje stacionarnog strujanja ne može se zamisliti bez jačine proticanja ili protoka pod kojim se podrazumeva zapremina protekle tečnosti u jedinici vremena (kroz presek S):

$$i = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

(VIII, 1).

Ili, protok tečnosti je jednak količniku zapremine protekle tečnosti i vremena proticanja. Jedinica za protok dobija se iz samog obrasca: m^3/s .

Gornji obrazac može se napisati i drukčije, ako podjemo od toga da je presek cevi približno isti na jednom svom delu. U tom slučaju za vreme t , delić tečnosti pri kretanju, predje put Δs . Pomnožimo li put sa presekom, dobija se zapremina protekle tečnosti, pa imamo da je

$$i = \frac{S \cdot \Delta s}{\Delta t} = S \cdot v$$

(VIII, 2).

Otuda, jačina proticanja ili protok daje se brojno proizvodom preseka cevi i brzine proticanja. Kada je presek manji, brzina proticanja je veća i obrnuto. To izlazi iz same činjenice da je protok kroz bilo koji presek cevi isti, pod uslovom da je tečnost nestišljiva i da nema niti izvora ni uvira na datom delu cevi. To je posledica kontinuiranog proticanja.

Na sl. 54 data su dva preseka sa odgovarajućim brzinama proticanja. Protok je isti i kroz jedan i kroz drugi presek na osnovu kontinuiteta proticanja kako je napred već rečeno, pa imamo da je

$$i_1 = i_2,$$

odnosno

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2.$$

(VIII, 3).

Poslednji obrazac predstavlja jednačinu kontinuiteta iz koje se vidi da se preseći imaju obrnuto srazmerno brzinama proticanja. Da je to tako pokazuju nam brojni primeri. Na ovom mestu uzмимо samo jedan tok reke sa različitim presecima. Tamo gde je reka uža, brzina je veća i obrnuto (Dunav kod Sipskog kanala, gde je brzina proticanja velika u odnosu na proticanje u ravnici).

Najzad, podvučimo da imamo dve vrste protoka - zapreminski i maseni protok. Maseni protok brojno je jednak masi protekle tečnosti kroz dati presek za jednu sekundu:

$$i_m = \frac{\Delta m}{\Delta t}$$

(VIII, 4).

gde je Δm - masa protekle tečnosti kroz presek cevi, a Δt -

- vreme za koje je masa tečnosti protekla kroz isti presek jedinica za maseni protok u Međunarodnom sistemu jeste kg/s . U praksi se koriste još tona po sekundi (t/s).

46 8.2. Bernulijeva jednačina

Bernulijeva jednačina predstavlja, u stvari, zakon o održanju energije kod idealnih tečnosti sa stacionarnim strujanjem. Otuda i potreba da se izvede takva jednačina, predpostavivši da je tečnost nestišljiva i da nema gubitaka energije.

Razmatrajmo, u tom cilju, dinamiku strujanja tečnosti u cevi koja je data na sl. 53. Delić tečnosti mase m prolazi u datom trenutku kroz presek S_1 i kreće se kroz cev prema drugom kraju. Kinetička energija tog delića mase nije ista s obzirom na različite brzine strujanja v_1 i v_2 .

Pošto je $v_2 > v_1$, što se iz slike očigledno vidi, izlazi da je kinetička energija delića mase kroz drugi presek veća, tj. da je:

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2.$$

Po zakonu o održanju energije priraštaj kinetičke energije može da se dobije samo na račun izvršenog rada (teorema žive sile), odnosno smanjenje energije nekog drugog vida. Otuda se postavlja pitanje koji se rad vrši pri stacionarnom strujanju tečnosti kroz cev.

Pre svega, to je rad gravitacione sile A_g jer delić mase tečnosti smanjuje svoju visinu pri strujanju sa h_1 na h_2 . To znači da se smanjuje gravitaciona potencijalna energija. Zato je rad gravitacione sile dat razlikom potencijalnih energija delića mase:

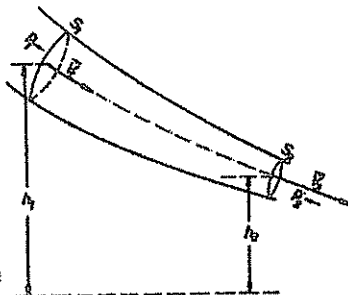
$$A_g = mgh_1 - mgh_2.$$

Pored ovog javlja se i rad sile pritiska. Naime, tečnost će brže da teče (ističe) ako je veća razlika u pritiscima koji egzistiraju u preseccima S_1 i S_2 . Uzmimo konkretan primer gradskog vodovoda gde pritisak tečnosti u cevima (p_1) može da ima vrednost 10 at, a pritisak vazduha (p_2) u koji voda ulazi, oko jedne tehničke atmosfere. Pritisak p_2 deluje suprotno strujanju tečnosti pa će rad sile pritiska biti:

$$A_p = V(p_1 - p_2) = Vp_1 - Vp_2$$

gde je V zapremina delića mase m .

Pošto nema drugih radova u tečnosti, niti gubitka energije, to izlazi da je povećanje kinetičke energije jednako



Sl. 53

zbiru pomenutih radova:

$$\Delta E_k = A_g + A_p.$$

Zamenom odgovarajućih obrazaca, dobićemo:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_1 - mgh_2 + p_1V - p_2V,$$

ili

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 + p_1V = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 + p_2V.$$

Oдавде izlazi da je zbir kinetičke energije, potencijalne energije i rada sile pritiska datog delića mase m, jedan i isti za preseke S_1 i S_2 . To važi i za bilo koji drugi presek S pa se može napisati:

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh + pV = \text{const}' \quad (\text{VIII}, 5).$$

To je u stvari Bernulijeva jednačina koja se češće piše u obliku zbira pritisaka a ne energije. Naime, ako se poslednja jednačina podeli za zapreminom V , dobiće se:

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + p = \text{const}. \quad (\text{VIII}, 6).$$

Svaki član na levoj strani predstavlja pritisak. Prvi pritisak Bernuli je nazvao brziński ili hidrodinamički pritisak, koji je brojno jednak kinetičkoj energiji tečnosti jedinične zapremine. Drugi član nije ništa drugo: no hidrostatički pritisak, koji zavisi od visine na kojoj se delić mase nalazi u datom trenutku. Najzad, pritisak p predstavlja pritisak u tečnosti prouzrokovao dejstvom sile pritiska. Kao primer na-vedimo da takav pritisak imamo u gradskom vodovodu koji daje pumpa sa ciljem da gura vođu u razne delove grada. U stvari drugi i treći član predstavljaju faktički hidrostatički pritisak. Otuda Bernulijeva jednačina može da se definiše i na sledeći način: zbir hidrodinamičkog i hidrostatičkog pritiska datog delića tečnosti je konstantna veličina.

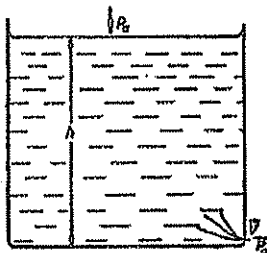
47

8.3. Toričelijeva teorema

Na osnovu Bernulijeve jednačine može da se izvede Toričelijeva teorema koja se odnosi na isticanje tečnosti iz širokog suda kroz otvor malog preseka (sl. 54). Ovako širok sud sa malim otvorom potreban je kako pri isticanju tečnosti praktično ne bi došlo do spuštanja nivoa vode u sudu. Tada se može reći da je brzina kretanja slobodne površine tečnosti jednaka nuli.

Posmatrajmo sada dva preseka na dva različita nivoa: prvi nivo - slobodna površina tečnosti u širem sudu, a dru-

gi - nivo otvora. Prvi presek tečnosti, zbog širokog suda je toliko veliki u odnosu na presek otvora da je brzina površinskog sloja toliko mala da je uzimamo kao da je jednaka nuli. Pritisak p na jednom i drugom preseku je atmosferski pritisak pa prema tome jedan i isti, jer tečnost ističe u vazduhu. Najzad nulti nivo za merenje visine jednog i drugog preseka je u stvari nivo otvora, pa je njegova visina jednaka nuli a druga je visina h . Kada se sve to uzme u obzir, Bernulije-va jednačina za ta dva nivoa (preseka)



$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \rho gh_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2.$$

Sl. 54

dobija sledeći oblik:

$$p_a + \rho gh = p_a + \frac{1}{2} \rho v^2.$$

Odatle konačno imamo obrazac:

$$v = \sqrt{2gh}$$

(VIII, 11)

koji predstavlja Torčelijevu teoremu:

Brzina isticanja tečnosti iz suda jednaka je brzini tela pri slobodnom padanju sa iste visine.

Sa ovom teoremom usko je vezan protok tečnosti ili jačina strujanja, tj. zapremina istekle tečnosti za jednu sekundu. Jer, istekla tečnost za sekundu uvek je manja od izračunate vrednosti po obrascu $i = S \cdot v$. To dolazi otuda što Torčelijeva teorema ne uzima u obzir ni unutrašnje trenje tečnosti ni sužavanje mlaza. U stvari presek mlaza pri isticanju kroz otvor uvek je manji od preseka otvora zbog takozvane kontrakcije mlaza. Odnos preseka mlaza S_m i otvora dat je sledećom jednačinom: $|S_m = kS|$. Otuda se protok (vidite obrazac VIII, 2) tečnosti može da napiše u obliku jednačine:

$$i = S_m \cdot v = k S \sqrt{2gh}.$$

(VIII, 12)

Konstanta k čija je brojna vrednost najčešće 0,65, zove se koeficijent kontrakcije mlaza, koji je različit za razne tečnosti. U stvari, koeficijent kontrakcije zavisi od oblika otvora, od viskoznosti tečnosti i nekih drugih faktora.

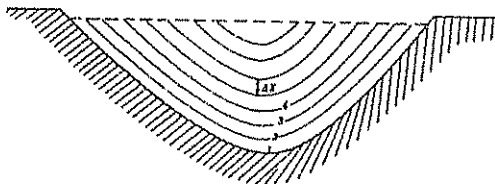
48²⁷

8.4. Trenje u tečnostima

Kod realnih tečnosti, kojih u prirodi jedino i ima, javlja se trenje u samoj tečnosti između molekulskih slojeva usled dejstva međumolekulskih sila. Otuda se može reći da je i unutrašnje trenje ili viskoznost kod tečnosti, kao i površinski napon, posledica međumolekulskih sila.

Sila unutrašnjeg trenja ili sila viskoznosti javlja se u onim slučajevima kada dva susedna sloja imaju različite brzine proticanja (v_1 i v_2). Sloj sa većom brzinom, usled privlačnog dejstva međumolekulskih sila, vuče drugi sloj i obrnuto - drugi sloj koči prvi, jer se sporije kreće.

Otuda se može zaključiti da sila trenja deluje u ravni slojeva koji klize jedan preko drugog, tj. deluju tangencijalno. Na sl. 55, dat je poprečni presek reke sa idealnim koritom čije je dno u vidu luka. Prvi sloj prilepljen je za dno i ima brzinu jednaku nuli. Drugi sloj klizi preko prvog izve-



Sl. 55

snom (malom) brzinom v_2 , treći preko drugog brzinom v_3 , koja je veća, i tako sve do poslednjeg sloja čija je brzina najveća. Ti slojevi sa najvećom brzinom koji su najčešće na sredini reke, predstavljaju njenu maticu za koju znamo iz svakodnevnog iskustva. Ima i drugih primera, kao što je proticanje tečnosti kroz cevi i mnogi drugi.

Njutm je dao obrazac za silu unutrašnjeg trenja polazeći od toga da je sama sila upravo srazmerna takozvanom brzinskom gradijentu $\Delta v / \Delta x$, koji je brojno jednak razlici brzina kretanja susednih slojeva po jedinici normalnog rastojanja (sl. 55). Odatle odmah postaje očigledno da nema sile trenja ako se dva susedna sloja kreću istim brzinama. Dalje, sila trenja zavisi još od dodirne površine slojeva S , što nije slučaj kod trenja između dva čvrsta tela. To postaje očigledno ako se zna da veća površina sloja znači i veći broj molekula koji deluju na iste susednog sloja.

Najzad, unutrašnje trenje zavisi od prirode tečnosti, odnosno od tzv. dinamičke viskoznosti η (ili: koeficijent viskoznosti), tako da jednačina za silu trenja dobija sledeći oblik:

$$F = \eta S \cdot \frac{\Delta v}{\Delta x}$$

(VIII, 13).

Po definiciji,

dinamička viskoznost (koeficijent viskoznosti) brojno je jednaka sili trenja koja se javlja između dva sloja tečnosti površine 1 m^2 , na rastojanju 1 m , kada je razlika u brzinama ta dva sloja 1 m/s .

Jedinica za dinamičku viskoznost, u Međunarodnom sistemu,

jeste paskalsekunda, koja se dobija iz prethodne relacije:

$$\eta (=) \frac{N \cdot m}{m^2 \cdot m/s} = \frac{Ns}{m^2} = \boxed{Pa \cdot s.}$$

Naime,

paskalsekunda je dinamička viskoznost homogenog fluida koji laminarno struji, u kome između dva paralelna sloja sa razlikom u brzini od 1 metra u sekundi, nastaje napon smicanja od jednog paskala.

Dalje sledi tabela za dinamičku viskoznost kod nekih tečnosti u paskalsekundama, odnosno u milipaskalsekundama (na 20°C):

Glicerín	1,495 Pa·s,	ili	1.495 mPa·s.
Sumporna kiselina	0,027 Pa·s,	ili	27 mPa·s.
Živa	0,00155 Pa·s,	ili	1,55 mPa·s.
Voda	0,001 Pa·s,	ili	1,0019 mPa·s.
Hloroform	0,00057 Pa·s,	ili	0,57 mPa·s.
Etiletar	0,00024 Pa·s,	ili	0,24 mPa·s.

Uz ovu tabelu treba podvući da se ranije koristila druga jedinica za dinamičku viskoznost: poaz (1P), koji je 10 puta manji od paskal.sekunde (10 P = 1 Pa·s).

Za ovaj kurs fizike od interesa je i kinematička viskoznost (η_k), koja se dobija količnikom dinamičke viskoznosti i gustine date tečnosti:

$$\eta_k = \frac{\eta}{\rho}$$

(VIII,14).

Jedinica za kinematičku viskoznost jeste kvadratni metar po sekundi (m^2/s). Inače po definiciji,

jediničnu kinematičku viskoznost ima fluid čija je dinamička viskoznost paskal.sekunda a specifična masa jedan kilogram po kubnom metru.

Stara jedinica - štoks - više se ne može da koristi posle 1980.godine.

Na kraju treba podvući činjenicu da dinamička i kinematička viskoznost vrlo mnogo zavise od temperature tečnosti. Naime, sa porastom temperature viskoznost se smanjuje i obrnuto. Dovoljna je promena samo za tri - četiri stepena, pa da dodje do značajne promene viskoznosti.

rešenje 4/6/12

RAČUNSKI ZADACI IZ MEHANIKE

1. Dva rudnika nalaze se na međusobnom rastojanju od 400 km. Da bi se stiglo iz jednog u drugi rudnik postoje dva puta - jedan bolji a drugi slabiji. Po gorem putu dozvoljena brzina kretanja iznosi 45 km/h, a na boljem putu dozvoljena brzina je 60 km/h. Koje će putovanje biti kraće, ako je na boljem delu puta, na dužini od 80 km, dozvoljeno kretanje brzinom samo od 40 km/h?

Odgovor: Slabiji put daje sledeće vreme:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{400 \text{ km}}{45 \text{ km/h}} = 8,8 \text{ h.}$$

Na boljem putu imamo dva vremena:

$$t_1 = \frac{320 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 5,33 \text{ h, i } t_2 = \frac{80 \text{ km}}{40 \text{ km/h}} = 2 \text{ h.}$$

Rezultat pokazuju da je kraće vreme na boljem putu (7,33 h), nego na gorem iako je jedna deonica (80 km), vrlo loša.

2. Lopta iz stanja mirovanje počinje da se kotrlja niz strmu ravan dužine 220 m. Ako je za prelazak tog puta bilo potrebno 100 s, izračunati:
- ubrzanje lopte, i
 - nacrtati grafik brzine u funkciji od vremena.

Odgovor: a) Pošto je to jednoliko ubrzano kretanje, ubrzanje se dobija preko jednačine:

$$a = \frac{2s}{t^2} = 0,044 \text{ m/s}^2, \text{ ili: } a = 4,4 \text{ sm/s}^2.$$

3. U nekom oknu odroni se komad rude i počne slobodno da pada. Nakon 8,58 s čuje se udar komada o dno okna.

Koliki je put prešao komad rude, ako je brzina zvuka $c = 330 \frac{\text{m}}{\text{s}}$?

Odgovor: Ukupno vreme t_u jednako je zbiru vremena padanja (t_p) i vremena prostiranja zvuka (t_z):

$$t_u = t_p + t_z = 8,58 \text{ s.}$$

Putevi padanja komada i prostiranja zvuka su jednaki:

$$\frac{1}{2} g \cdot t_p^2 = c(t_u - t_p),$$

a odatle se dobija kvadratna jednačina

$$g \cdot t_p^2 + 2c t_p - 2c t_u = 0.$$

Čije rešenje daje $t_p: t_p = 7,7 \text{ s.}$

Predjeni put rude, odnosno zvuka je:

$$H = c(t_u - t_p) = 290,4 \text{ m.}$$

4. Voz prelazi od stanice 600 m, jednoliko ubrzanim kretanjem i razvija brzinu od 36 km/h. Izračunati vreme kretanja voza i njegovo ubrzanje.

Odgovor: Pošto voz polazi iz stanice, radi se o jednoliko ubrzanom kretanju bez početne brzine, pa imamo jednačine

$$a = v/t \text{ i } s = a \cdot t^2 / 2.$$

Njihova rešenja daju:

$$t = 120 \text{ s} \text{ i } a = 8,3 \text{ cm/s}^2.$$

5. Vagonet natovaren rudom kreće se jednoliko usporeno sa usporenjem od $0,3 \text{ m/s}^2$. Početna brzina vagona bila je $3,9 \text{ m/s}$. Za koje vreme i na kom rastojanju od početnog položaja treba da se zaustavi taj vagon?

Rešenje: $t = 13 \text{ s}$

$$s = 25,35 \text{ m.}$$

6. Voz polazi sa stanice M po svom redu vožnje i kreće se brzinom od 110 km/h . Na rastojanju od 85 km nalazi se stanica N, iz koje istovremeno kreće teretni voz brzinom od 60 km/h , prema stanici M. Gde treba postaviti stanicu za

njihovo ukrštavanje?

Odgovor: Ukupni put: $85 \text{ km/h} = s_1 + s_2$,
odnosno: $v_1 \cdot t + v_2 \cdot t = 85 \text{ km/h}$, a odatle: $t = 0,5 \text{ h}$.
Zatim se dobijaju predjeni putevi:

$$s_1 = 55 \text{ km}, \text{ i } s_2 = 30 \text{ km}.$$

7. Izračunati periférijsku i ugaonu brzinu kretanja meseca oko Zemlje, ako je period kretanja 27 dana, a srednji poluprečnik mesečeve putanje $R = 3 \cdot 10^5 \text{ km}$.

Odgovor: a) $v = 807,6 \text{ m/s}$, i

$$b) \omega = 2,69 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}.$$

Kao što se vidi periférijska brzina je relativno vrlo velika.

8. Koliki rad izvrši motor lifta pri izvlačenju radnika iz rudarskog okna dubine 500 m, ako je težina kabine sa radnicima 3000 N?

$$\text{Rešenje: } A = 1,5 \cdot 10^6 \text{ J} = 1,5 \text{ MJ}$$

9. Vučna sila brzovozne lokomotive, pri brzini od 108 km/h, iznosi 20 kN. Odrediti snagu lokomotive u vatima i kilovatima:

$$\text{Rešenje: } P = F \cdot v = 20 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 30 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 600 \text{ kW}.$$

10. Koliki rad treba da izvrši jedna pumpa da bi iz poplavljenog rudarskog okna izvukla 250 m^3 vode, ako je dubina okna 120 m? Izračunati snagu motora te pumpe, ako tu količinu vode izvuče za 2 časa.

$$\text{Rešenje: } A = 294,3 \text{ MJ} = 81,75 \text{ kWh};$$

$$P = 40,88 \text{ kW}.$$

11. Lokomotiva teretnog voza razvija snagu od 699 kW, pri brzini od 45 km/h. Izračunati vučnu silu lokomotive u njutnima i kilonjutnima:

Rešenje: $F = 55.917 \text{ N} = 55,92 \text{ kN}$

12. Za koje vreme može dizalica da podigne teret od 450 kN, na visinu od 6,4 m, ako njen motor razvija snagu od 40 kW? Stepenn korisnog dejstva (mehanički stepenn korisnog dejstva) iznosi 60%.

Odgovor: Rad je dat obrascem $A = \eta P \cdot t = G \cdot h$,
odakle je:

$$t = \frac{G \cdot h}{P \cdot \eta} = \frac{450 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 6,4 \text{ m}}{40 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 0,6} = 120 \text{ s}$$

13. Motorno vozilo, čija je težina 25 kN, ima motor snage $P = 40 \text{ kW}$. Izračunati brzinu koju može da razvije to vozilo po horizontalnom putu, ako je ukupni koeficijent trenja jednak 0,05. Brzinu izraziti u metrima po sekundi i kilometrima po času.

Odgovor: Iz jednačine za snagu, $P = F_{\text{tr}} \cdot v$,
imamo za brzinu:

$$v = \frac{P}{F_{\text{tr}}} = \frac{P}{\mu \cdot G} = 32 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 115,2 \text{ km/h.}$$

14. Na površinskom kopu jednog rudnika mašina podiže 4500 N rude na visinu od jednog metra i to 10 puta u minutu. Koliko bi radnika obavljalo isti posao kao ta mašina, ako uzmemo da je snaga jednog radnika jednaka 75 W?

Odgovor: Mašina podiže teret za 6 s na datu visinu, pa je snaga mašine data obrascem:

$$P_m = \frac{G \cdot h}{t} = \frac{4500 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}}{6 \text{ s}} = 750 \text{ W.}$$

S druge strane, snaga radnika iznosi 75 W. Odnos te dve snage pokazuje da mašinu može zameniti 10 radnika.

15. U toku jednog sata elevator podiže 100 m^3 uglja na visinu od 10 m. Kolika je snaga motora tog elevatorsa ako je stepen korisnog dejstva 0,6? Prostorna težina uglja iznosi 12 kN/m^3 .

Rešenje: $P = \frac{G h}{\eta \cdot t} = 5,55 \text{ kW}$.

16. Železnička kompozicija, koja vrši transport rude od rudnika do topionice, teška je 4 MN. Koliko je potrebno povećanje snage lokomotive da bi se brzina kompozicije povećala od $v_1 = 36 \text{ km/h}$ na $v_2 = 72 \text{ km/h}$, po horizontalnom putu, dužine $s = 1 \text{ km}$, ako se ne vodi računa o trenju? Rad izraziti u megadžulima i kilovatčasovima.

Odgovor: Da bi smo izračunali snagu potrebnu za povećanje brzine kompozicije, potrebno je izračunati rad na tom putu i vreme tog kretanja.

$$A = E_{k2} - E_{k1} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

odnosno, $A = 61,12 \text{ MJ} = 16,977 \text{ kWh}$.

Vreme t dobija se iz obrasca za jednoliko ubrzano kretanje

$$s = \frac{v_1 + v_2}{2} \cdot t, \text{ a odatle } t = 66,66 \text{ s}.$$

Konačno, povećanje snage iznosi:

$$\Delta P = \frac{A}{t} = \frac{61,12 \text{ MJ}}{66,66 \text{ s}} = 916,89 \text{ kW}$$

17. Tegljač - vučni brod, vuče za sobom na užetu šlep brzinom od 12 km/h . Pri tome sila zatezanja užeta iznosi $F = 90 \text{ kN}$. Koliku snagu treba da razvije mašina tegljača, ako je poznato da za kretanja bez šlepa sa istom brzinom, mašina tegljača razvija snagu od 100 kW ?

Odgovor: Ukupna snaga tegljača jednaka je zbiru snaga bez i sa šlepom:

$$P = P_t + F \cdot v = 100 \text{ kW} + 90 \text{ kN} \cdot 3,33 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

odnosno: $P = 399,7 \text{ kW}$.

18. Izračunati brzinu koju ima veštački Zemljin satelit, kada se kreće po kružnoj putanji na 1000 km iznad Zemlje. Izračunati isto tako, vreme potrebno da satelit obidje Zemlju.

Odgovor: Da bi se satelit kretao po kružnoj putanji na datoj visini, neophodno je da gravitaciona sila, kao centripetalna, bude uravnotežena centrifugalnom silom, pa imamo da je:

$$\frac{m \cdot v^2}{R + H} = \gamma \frac{m \cdot M}{(R+H)^2},$$

gde su:

m - masa satelita,

M - masa Zemlje, koja iznosi $6 \cdot 10^{24}$ kg,

$R = 6370$ km,

H - visina na kojoj leti satelit, a

v - brzina kretanja satelita.

Iz prethodne relacije dobija se brzina kretanja:

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M}{R + H}} = 7.400 \text{ m/s} = 7,4 \text{ km/s}.$$

Vreme obilaska Zemlje:

$$T = \frac{2(R+H)}{v} = 6.254,54 \text{ s} = 104,24 \text{ min}.$$

19. Koliko puta dnevno zemljin satelit obidje Zemlju ako se kreće po kružnoj putanji na visini od 970 km?

Rešenje: 14 puta.

20. Lokomotiva sa vagonima kreće se brzinom $v_1 = 72$ km/h. Na putu od 500 m, mašinovodja je kočio tako da se brzina voza smanjila na $v_2 = 12$ m/s. Koliko je dugo trajalo kočenje i koliko je usporenje voza?

Odgovor: Zadatak se može rešiti pomoću zakona žive sile:

$$A = E_{k1} - E_{k2}, \text{ odnosno: } m \cdot a \cdot s = E_{k1} - E_{k2}.$$

Usporenje voza odatle izlazi:

$$a = 0,256 \text{ m/s}^2 = 25,6 \text{ cm/s}^2.$$

Vreme trajanja kočenja dobija se iz relacije

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \text{ odnosno } \Delta t = 31,25 \text{ s}.$$

Napominjemo da je vrednost usporenja ustvari srednja vrednost, jer u zadatku nije rečeno da se radi o jednoliko usporenom kretanju.

21. Motor snage $P = 3,3 \text{ kW}$ podiže teret $m = 5 \text{ t}$, na visinu $H = 10 \text{ m}$, za vreme $t = 10 \text{ min}$.

Izračunati:

- a) stepen korisnog dejstva motora, i
b) vreme za koje će motor izvršiti ovaj rad ako je stepen korisnog dejstva $0,9$.

Odgovor:

a) Stepenn korisnog dejstva motora dobija se preko relacije $\eta = P_k/P_p$, a odatle je

$$\eta = \frac{G \cdot H}{P_p \cdot t} = \frac{5 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m}}{3,3 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 600 \cdot \text{s}} = 0,247 = 24,7\%$$

b) Vreme za vršenje rada istog motora sa stepenom korisnog dejstva od $0,9$ bilo bi:

$$t = 165 \text{ s}.$$

22. Automobil težine $G = 14000 \text{ N}$ kreće se brzinom $v = 54 \text{ km/h}$. Za koliko treba povećati vučnu silu motora, da bi se brzina povećala dva puta, na putu dužine $s = 280 \text{ m}$? Uzmite da je $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.

Odgovor: Na osnovu zakona žive sile, imajući u vidu podatak da je $v_2 = 2v_1$, dobija se rezultat:

$$F = 1,687 \text{ kN}.$$

23. Vozilo težine $G = 8000 \text{ N}$ približava se raskrsnici brzinom $v = 72 \text{ km/h}$. Na kojem minimalnom rastojanju treba upotrebiti kočnice, da bi se vozilo zaustavilo na raskrsnici, ako je sila kočenja $F = 4.000 \text{ N}$?

Odgovor: Pošto se vozilo zaustavilo, postaje očigledno da je kinetička energija vozila otišla na rad trenja pri kočenju, pa imamo relaciju:

$$A = E_k, \text{ odnosno } F \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v^2, \text{ a odatle:}$$

$s = 40 \text{ m}$, ako se na 10 m/s^2 zaokruži gravitaciono ubrzanje.

24. Hidrocentrala Jablanica ima branu visoku 80 m , u čijem se podnožju nalazi vodena turbina iz koje izlazi voda

brzinom od 32 m/s.

Izračunati stepen korisnog dejstva tog hidrosistema i dati ga u procentima.

Odgovor: Pošto se radi o mehaničkom stepenu korisnog dejstva, treba znati da je primarna energija koju turbina koristi, ustvari, gravitaciona potencijalna energija vode iznad brane. Energija koju turbina daje u vidu kinetičke energije nije ništa drugo nego koristan rad hidrosistema, pa imamo jedan načinu:

$$\eta_m = \frac{E_k}{A_g} = \frac{\frac{1}{2} m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot h} = \frac{v^2}{2gh} = 0,6437,$$

odnosno: $\eta_m = 64,37\%$

25. Na dati točak zamajac sa momentom inercije $I = 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, deluje tangencijalna sila $F = 8 \text{ kN}$. Koliko je ugaono ubrzanje zamajca, ako je njegov poluprečnik jednak 2 m?

Odgovor: Ovde treba iskoristiti obe jednačine za moment sile i izjednačiti ih:

$$M = I\alpha = F \cdot r, \text{ a odatle je:}$$

$$\alpha = \frac{F \cdot r}{I} = 1,60 \text{ rad/s}^2.$$

26. Osovina motora automobila rotira sa 3000 obrtaja po minuti i prenosi na točkove automobila snagu tog motora. Izračunati moment sile na osovini, ako je snaga motora $P = 46,4 \text{ kW}$, pri čemu treba zanemariti trenje.

Odgovor: Pošto je obrt u minutu isto što i $2\pi/60$ radijana po sekundi, to jednačina za snagu ovde biće:

$$P = M \frac{2\pi n}{60}, \text{ a odatle: } M = 147,15 \text{ Nm.}$$

27. Kolika je ukupna kinetička energija masivnog valjka čija je masa $m = 100 \text{ kg}$, ako se pri kotrljanju kreće brzinom $v = 10 \text{ m/s}$

Odgovor: Kada se valjak kotrlja poseduje i translacionu i rotacionu kinetičku energiju, pa imamo jednačinu:

$$E = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2.$$

S druge strane, moment inercije valjka u odnosu na osu rotacije iznosi $I = m \cdot r^2 / 2$, pa zamenom dobija se relacija koja omogućava da se izračuna ukupna energija:

$$E = 7,5 \text{ kJ.}$$

28. Masivan homogen valjak, čija je masa $m = 400 \text{ kg}$, poluprečnika $r = 0,6 \text{ m}$, odgurnut je brzinom $v = 3 \text{ m/s}$, po horizontalnom putu. Koliki će put preći valjak do zaustavljanja, ako je sila trenja pri kotrljanju $F = 100 \text{ N}$? Moment inercije po uzdužnoj osi kod valjka dat je relacijom $I = m \cdot r^2 / 2$.

Odgovor: Na osnovu zakona o održanju energije, energija valjka odlazi na rad sile trenja, pa imamo:

$$A_{tr} = E = E_k + E_r,$$

odnosno:

$$F_{tr} s = \frac{1}{2} m \cdot v^2, \text{ odakle konačno ima-}$$

mo za put:

$$s = 27 \text{ m.}$$

29. Udarajući u lopatice turbine, poluprečnika $r = 1 \text{ m}$, voda deluje tangencijalnom silom $F = 8 \text{ kN}$. Kolika je snaga turbine, ako se obrće sa 150 ob/min , kada ima stepen korisnog dejstva $0,85$?

$$\text{Odgovor: } P_k = \eta_m \cdot M \cdot \omega = 0,85 \cdot 8 \cdot 10^3 \text{ Nm} \cdot 15 \frac{\text{rad}}{\text{s}},$$

$$\text{odnosno: } P_k = 102 \text{ kW}$$

30. Tocilo prečnika od $0,5 \text{ m}$, debljine od 8 cm , čija je gustina $\rho = 4 \text{ kg/dm}^3$, obrće se sa 80 ob/min . Za koje će se vreme zaustaviti po prestanku rada pogonskog motora, ako je moment sile trenja $0,37 \text{ Nm}$? Moment inercije tocila iznosi $m \cdot r^2 / 2$.

Odgovor: Da bi našli traženo vreme, prvo treba naći masu tocila:

$$m = \rho \cdot V = 62,8 \text{ kg, a onda}$$

moment inercije:

$$I = \frac{1}{2} m \cdot r^2 = 1,95 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

Tek sada koristimo obrazac za moment sile ($M = I \cdot \alpha$), odakle se dobija da je $\Delta t = 44 \text{ s}$, obzirom da je ugaono ubrzanje dato relacijom $\alpha = (\omega_0 - \omega) / \Delta t$.

31. Telo mase m nalazi se na platformi diska, koji počinje da rotira sa stalnim ugaonim ubrzanjem oko vertikalne ose. Pri kojoj će ugaonoj brzini početi da pada sa diska usled rotacije, ako je koeficijent trenja 0,1, a poluprečnik (diska) iznosi 0,4 m? Navodimo da se telo nalazi na samoj periferiji diska.

Odgovor: Iz uslova da je sila trenja jednaka centrifugalnoj sili ($F_{tr} = F_{cf}$), dobijamo ugaonu brzinu: $\omega = 1,57 \text{ rad/s}$.

32. Za okno dubine $h = 900 \text{ m}$, upotrebljeno je uže čija je gustina $7,8 \text{ kg/dm}^3$. Izračunati poprečni presek čeličnog užeta (s) na koje, pored sopstvene težine, deluju: koš težine $G_k = 60 \text{ kN}$ i vagoneti sa ukupnim teretom $G_v = 90 \text{ kN}$. Dozvoljeni napon užeta je $\sigma_d = 22 \text{ kN/cm}^2$.

Odgovor: Normalni napon je dat količnikom svih sila koje deluju i poprečnog preseka užeta:

$$\sigma_d = \frac{G_v + G_k + G_v}{s} = \frac{\rho g h \cdot s + G_k + G_v}{s},$$

a odatle imamo:

$$s = \frac{G_k + G_v}{\sigma_d - \rho g h} = \frac{150 \cdot 10^3 \text{ N}}{22 \frac{10^3 \text{ N}}{10^{-4} \text{ m}^2} - \frac{7,8 \text{ kg}}{10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^2} \cdot 900 \text{ m}},$$

odnosno:

$$s = \frac{150 \cdot 10^3 \text{ N}}{150 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 10^{-3} \text{ m}^2 = 10 \text{ cm}^2$$

33. Kojom silom treba delovati na blok od drveta, čija gornja površina iznosi 2 m^2 , da bi se postigle relativna deformacija pri smicanju od 0,01? Moduo smicanja drveta niz vlakno iznosi $E_s = 8 \text{ GN/m}^2$.

Odgovor: Na osnovu relacije za moduo smicanja, dobija se tangencijalna sila:

$$F = E_s \cdot s \cdot \frac{\Delta L}{L} = 8 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 2 \text{ m}^2 \cdot 0,01 = 160 \text{ MN}.$$

Napomena: Radi se o izuzetno jakoj sili.

34. Spiralna opruga je opterećena masom od 0,5 kg. Izračunati frekvenciju (ν) ovih oscilacija, kada se zna da teg od 2 kg prouzrokuje spuštanje mase za 10 cm.

Odgovor: Za rešenje ovog zadatka treba iskoristiti jednačinu

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$. Konstanta k određuje se iz obrasca za restitucionu silu:

$$k = \frac{F}{y} = \frac{2\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,1\text{m}} = \frac{19,62\text{N}}{10^{-1}\text{m}}$$

odnosno $k = 196,2 \text{ N/m}$

Zamenom dobijamo:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 6,28 \sqrt{\frac{0,5\text{kg}}{196,2\text{N/m}}} = 0,314 \text{ s}$$

Konačno: $v = \frac{1}{T} = 3,2 \text{ s}^{-1}$.

35. Gvozdena greda, potopljena u morskoj vodi, vuče se naviše stalnom brzinom. Kolikom najmanjom silom treba vući gredu naviše kroz vodu, ako je težina grede $G = 20 \text{ kN}$? Gustina gvoždja iznosi $7,8 \text{ kg/dm}^3$, a gustina morske vode $1,04 \text{ kg/dm}^3$.

Odgovor: Najmanja sila biće ako se greda podiže bez ubrzanja, dakle sa konstantnom brzinom. Tada je rezultatna sila jednaka nuli:

$$F_r = G - F_p - F = 0.$$

Odatle je: $F = G - F_p = G - \rho_v \cdot g \cdot V$,

$$\text{odnosno: } F = G - \rho_v g \frac{G}{\rho_{Fe} \cdot g},$$

$$\text{ili: } \underline{F = 17,34 \text{ kN}}.$$

36. Jedna čelična žica izduži se za 2 mm , kada se obesi teg težine G . Koliko je izduženje iste žice, ako se teg potopi u naftu, čija je gustina $0,84 \text{ kg/dm}^3$? Gustina materijala od koga je teg napravljen iznosi $\rho_t = 8,4 \text{ kg/dm}^3$.

Odgovor: Izduženje žice pod dejstvom tega određuje se Hukovim zakonom:

$$\frac{G}{S} = E \cdot \frac{\Delta L}{L} \quad (1).$$

Teg u nafti trpi silu potiska F_p , pa sila zatezanja iznosi:

$$F = G - V \cdot \rho_n \cdot g = G - \frac{G}{\rho_t} \rho_n = G \left(1 - \frac{\rho_n}{\rho_t}\right).$$

Tu silu unosimo u Hukov zakon, pa imamo:

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta L_1}{L}, \quad \text{odnosno:} \quad G \left(1 - \frac{\rho_n}{\rho_t}\right) / S = E \cdot \frac{\Delta L_1}{L} \quad (2).$$

Daobom prve i druge jednačine, dobićemo konačno rezultat:

$$\Delta L_1 = \Delta L \left(1 - \frac{\rho_n}{\rho_t}\right) = 1,8 \text{ mm.}$$

37. Potok širine 2 m i dubine 0,5 m, teče prosečnom brzinom $v = 2,5 \text{ m/s}$. Kolikom snagom raspolaže vodeni tok?

Odgovor: Snaga vodenog toka data je količnikom kinetičke energije i vremena, ili, pak, preko zapreminskog protoka:

$$P = \frac{1}{2} \rho v^3 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ W} = 7,8 \text{ kW.}$$

38. Kroz cev, postavljenu horizontalno, teče nafta u širem delu cevi brzinom od 2,5 m/s. Kolika je brzina strujanja u užem delu cevi, ako je između njih razlika u pritisku $7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$? Gustina nafte iznosi $0,9 \text{ kg/dm}^3$.

Odgovor: Iz bernulijeve jednačine za horizontalnu cev dobija se druga brzina (u užem delu cevi):

$$v_2 = \sqrt{\frac{0,5 \cdot \rho \cdot v_1^2 + \Delta p}{0,5 \rho}} = 12,6 \text{ m/s.}$$

39. Rezervoar za vodu ima otvor površine od 9 cm^2 , na dubini od 12 m ispod slobodne površine. Izračunati zapreminu vode koja će isticati za 3 min, ako je koeficijent kontrakcije mlaza 0,63.

$$\text{Odgovor: } V = I \cdot t = k \cdot S \sqrt{2gh} \cdot t = 1,5656 \text{ m}^3,$$

$$\text{ili: } V = 1565,6 \text{ lit.}$$

40. Koliki je protok vode kroz hidroturbinu, čija je korisna snaga $P_k = 80 \text{ MW}$, ako voda pada sa visine od 50 m? Stepen korisnog dejstva hidroturbine iznosi 0,9.

Odgovor: Korisna snaga turbine je $P_k = \eta P_m$, gde je P_m - snaga vodenog mlaza, koji ulazi u turbinu.

Inače, snaga vodenog mlaza daje se relacijom

$$P_m = \frac{m \cdot v^2}{2t} = I \cdot \rho \cdot gh.$$

Konačno, dobija se relacija:

$$I = \frac{P_k}{\eta \rho gh} = 181,22 \text{ m}^3/\text{s}.$$

41. Kolika je gustina pare, pod pritiskom od $78,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$, ako njen mlaz struji u vakuum brzinom od 560 m/s ? Cev kroz koju struji para je u horizontalnoj ravni.

Odgovor: Bernulijeva jednačina za ovaj slučaj daje relaciju

$$p = \frac{1}{2} \rho v^2, \text{ a odatle:}$$

$$\rho = \frac{2p_1}{v_1^2} = \frac{2 \cdot 78,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}}{(560)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 5 \text{ kg/m}^3.$$

Rezultat pokazuje relativno veliku gustinu pare, što je logično, obzirom da se radi o pritisku oko 8 tehničkih atmosfera.

181

II. DEO

TOPLOTA I TERMODINAMIKA

IX. glava: TOPLOTA I TEMPERATURA

49 9.1. Temperatura

Temperatura je jedna od sedam osnovnih veličina u Međunarodnom sistemu jedinica. Zato je Kelvinov stepen osnovna jedinica u istom sistemu. Inače, temperatura je jedina osnovna veličina iz Toplote i Termodinamike.

Temperatura se može definisati kao stepen zagrejanosti tela, što je sasvim tačno, jer karakteriše zagrejanost tela. Međutim, imajući u vidu kinetičku teoriju, kao i činjenicu da od temperature zavisi srednja energija molekula u telu, bilo da se radi o gasu, tečnosti ili čvrstom telu, definicija je drukčija:

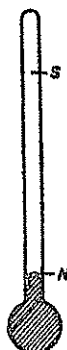
Temperatura je mera za srednju energiju toplotnog kretanja molekula datog tela.

Zatim, temperatura i toplota su u uzročnoj vezi, naime količina toplote i temperatura stoje u vezi kao uzrok i posledica. Naime, dovodjenjem toplote jednom telu dolazi do promene njegove unutrašnje energije, tj. do promene temperature.

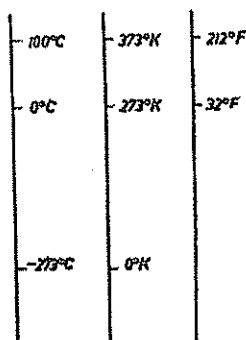
Temperatura se može meriti na razne načine.

Instrumenti koji objektivno mogu da mere temperaturu zovu se termometri i oni rade kako na principu širenja tela pri zagrevanju, tako i na principu promene drugih parametara.

Proučimo prvo one termometre koji su zasnovani na principu širenja tela pri zagrevanju. Poznato je, naime, da se tela pravilno šire pri zagrevanju i ukoliko je temperatura viša utoliko će promena njihove zapremine biti veća. Kako su te promene kod čvrstih i tečnih tela vrlo male, termometri se tako prave da ih (promene) lako možemo posmatrati. Prvi termometar koji je napravljen i koji se često koristi jeste živin termometar (živa je jedini tečni metal). Živin termometar pravi se od stakla u obliku kapilara, koji je na svom donjem delu proširen u rezervoar (sl. 56). Takav termometar



Sl. 56



Sl. 57

u koji se sipa živa a zatim odstrani vazduh i zatopi gornji kraj kapilare, stavlja se prvo u led sa vodom. Nivo žive će doći u položaj N. Zatim se termometar stavi u paru vode koja ključa pod normalnim uslovima*. Živa se širi i penje do novog nivoa i ponovo stabilizuje (položaj S). Celzijus je prvi položaj (N) uzeo za nulu, a drugi (S) za 100. Rastojanje između njih podeljeno je na 100 jednakih delova - stepeni. Tako je postala Celzijuseva temperaturska skala.

Pored Celzijuseve, postoje još i Farenhajtova koja se i danas upotrebljava u Americi i Engleskoj. Kod Farenhajtove skale tačka topljenja leda obeležena je sa 32°F, a tačka ključanja vode sa 212°F, tako da je rastojanje između njih podeljeno sa 180. U fizici se upotrebljava i Kelvinova skala čija se nula nalazi na - 273°C, o kojoj ćemo detaljnije govoriti na odgovarajućem mestu. Odnos navedenih skala i njihovih stepena dat je na slici 57, gde slova iza stepeni predstavljaju skale. Tako, slovo C znači Celzijusevu skalu, slovo

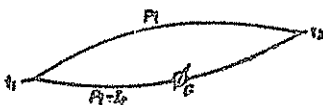
* Pod normalnim uslovima u atmosferskom pritisku podrazumeva se pritisak od 76cm živinog stuba, koji je bio uzet za jednu fizičku atmosferu. Posle 1980. godine zabranjena je upotreba fizičke atmosfere, koja u paskalima iznosi: $1 \text{ atm} = 101.325 \text{ Pa}$.

F - Farenhajtovu, dok je K uzeto za Kelvinovu skalu.

Živin termometar može da se koristi za merenje temperature između -38° (tačka mržnjenja žive) do oko 360°C , kada nastupa ključanje žive pod normalnim uslovima. Živin termometar je u mnogo slučajeva praktičan ali nedovoljno precizan. Njihova osetljivost zavisi od prečnika kapilara. Ukoliko su kapilari užji, živin konac će biti duži pri istom zagrevanju.

Za merenje nižih temperatura (ispod -38°C) koriste se termometri sa alkoholom. To stoga što se alkohol, ukoliko je dovoljno čist, mrzne na -130°C . Za merenje visih temperatura upotrebljavaju se kvarcni živini termometri, koji se mogu da koriste za merenje temperature sve do 620°C .

Veoma često se za merenje visokih temperatura koriste termoelementi koji se najčešće zovu pirometri. Termoelement je u stvari spoj dva različita metala (sl. 58) kroz koji teče električna struja ako se spojevi drže na različitim temperaturama. Elektromotorna sila koja se pri tome javlja, upravo je srazmerna temperaturskoj razlici spojeva u određenom temperaturskom intervalu. Sama temperatura drugog spoja meri se pomoću pogodnog mernog instrumenta čija je skala baždarena direktno u temperaturskim stepenima. Merni instrument vezan je serijski kako je to na slici dato. Jedan spoj termoelementa drži se na stalnoj temperaturi a drugi u sredini čiju temperaturu želimo da izmerimo. To omogućuje da se meri temperatura na onim mestima gde se ne može da stavi živin ili neki drugi termometar.



Sl. 58

9.2. Toplotna energija i specifična toplota

Toplota je jedan od oblika energije. Kao dokaz tome služi činjenica da se pri trenju mehanička energija pretvara u toplotu. Isto tako, električna prelazi u toplotnu u električnom rešou i svim termičkim potrošačima. Kod toplotnih motora dobija se mehanički rad na račun toplotne energije, i brojni drugi primeri.

S druge strane, telo se zagreva ako mu se dovodi toplotna energija spolja. Po Zakonu o održanju energije, dovedena toplotna energija odlazi na tzv. unutrašnju energiju, pod kojom podrazumevamo ukupnu energiju svih molekula koji čine to telo. Uz to unutrašnja energija zavisi od apsolutne temperature tela, što znači da pri dovodjenju topline spolja dolazi do promene unutrašnje energije. Otuda zaključak:

Pri dovodjenju toplotne energije spolja jednom telu, dolazi do promene unutrašnje energije tog tela, tj.

$$Q = \Delta U$$

(IX,1).

Unutrašnja energija tela raste pri dovodjenju toplotne energije spolja (promena energije je pozitivna) i opada, pri odvodjenju energije (hladjenju tela), kada je promena energije negativna. U tim slučajevima Q predstavlja količinu toplotne koja dovodi do promene temperature tela, bilo da ista raste ili opada. Otuda je količina toplotne koja se telu dovodi uzrok promene temperature tela.

Inače, dovedena količina toplotne jednom telu zavisi od mase tela, specifične toplotne i temperaturske razlike, po obrascu:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \quad (\text{IX}, 2).$$

Jedinica za količinu toplotne u Medjunarodnom sistemu jeste džul, kao i za svaku drugu energiju. Mogu se koristiti i multipli, koji su poznati. Po Zakonu o mernim jedinicama i merilima iz 1976. godine kalorija i kilokalorija zvanično ne mogu da se koriste posle 1980. godine. Radi preračunavanja, treba znati odnos džula i kalorije. Naime,

$$1 \text{ J} = 0,239 \text{ cal, odnosno } 1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J.}$$

S druge strane, često se poredi kilokalorija sa kilovatčasom, pa i to treba navesti:

$$1 \text{ kWh} \approx 860 \text{ kcal.}$$

Specifična toplota je važna termička konstanta tela, koja se drukčije zove masena količina toplotne. Iz prethodne jednačine imamo da je

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta t} \quad (\text{IX}, 3),$$

odakle proističe i definicija:

Specifična toplota brojno je jednaka količini toplotne koja kilogram mase zagreje za jedna temperaturski stepen.

Jedinica za specifičnu toplotu u Medjunarodnom sistemu jeste džul po kilogram. stepenu ($\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$). Dakle, jediničnu specifičnu toplotu imaće ono telo kada dovedena količina toplotne od jednog džula zagreje kilogram mase za jedan temperaturski stepen. Ranije se koristila $\text{cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$, odnosno $\text{kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, koje su brojno jednake a obe veće od džula po kilogram. stepenu za 4.186 puta. U tabeli koja sledi, date su brojne vrednosti u $\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$, a u zagradi u $\text{kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$.

materijali	c ($\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$)	($\text{kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$)
Olovo	129,76	(0,031)
Bakar	376,74	(0,09)
Gvoždje	460,46	(0,11)
Staklo	795,34	(0,19)
Cement	1120,2	(0,27)
Leđ	2113,9	(0,505)

<u>materijali</u>	<u>c (J/kg.°C)</u>	<u>(kcal/kg.°C)</u>
Glicerin	2427,8	(0,58)
Voda	4186,0	(1,00)

Najzad, za kalorimetriju važna je još jedna veličina - toplotni kapacitet (C_k), koji se daje sledećom relacijom:

$$C_k = \frac{Q}{\Delta t} = m \cdot c \quad (\text{IX}, 4),$$

odakle se može dati i definicija:

Toplotni kapacitet brojno je jednak količini toplote koju treba dovesti telu date mase da se zagreje za jedan temperaturski stepen.

Jedinica za toplotni kapacitet je džul po stepenu, tj. J/°C.

52) 9.3. Linearno širenje čvrstih tela

Iz iskustva znamo da se sva čvrsta tela šire pri zagrevanju, tj. pri povišenju temperature povećava im se zapremina. Kao primer navodimo železničke šine koje se ne smeju sastaviti pri hlađenju, jer bi se leti iskrivile zbog izduženja. Zatim, telgrafske žice leti se istežu zbog visokih temperatura a zimi skraćuju, i tako dalje.

Ako pri zagrevanju dolazi do znatne promene samo u jednoj dimenziji, kao što je slučaj kod železničkih šina, šipki, žica, onda imamo linearno širenje. Pored ovog, kod čvrstih tela postoji i zapreminsko širenje, gde dolazi do većih promena u sva tri pravca, odnosno dimenzija.

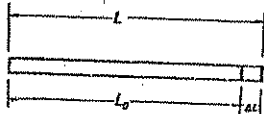
Zato ćemo prvo proučiti linearno širenje, na primeru jedne šipke. Neka je dužina jedne šipke L_0 , kada je temperatura Celzijuseva nula. Posle zagrevanja do temperature t , šipka će se izdužiti za ΔL i imaće konačnu dužinu L (sl. 59). Eksperimentom se možemo uveriti da je izduženje (termička dilatacija) ΔL srazmerno temperaturi do koje je šipka zagrejana, zatim da zavisi od prvobitne dužine L_0 . Najzad, izduženje zavisi i od prirode materijala date šipke ili šine tako da imamo:

$$\Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta t, \quad (\text{IX}, 5)$$

gde je α - termički koeficijent linearnog širenja. Rešimo li jednačinu po α , dobićemo:

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot t} \quad (\text{IX}, 6),$$

odakle sledi definicija:



Sl. 59

Koeficijent linearnog širenja predstavlja izduženje neke šipke jedinične dužine pri povišenju temperature za 1°C . Ili, to je relativna dilatacija za jedan temperaturni stepen. Primera radi navodimo da koeficijent linearnog širenja za čelik iznosi $0,000011\ 1/^{\circ}\text{C}$, što znači da se jedan čelični štap od 1 m pri zagrevanju za 1°C , produžio za $0,000011\text{m}$, odnosno za $11\mu\text{m}$. Donja tabela daje vrednosti α za razne materijale.

Tabela linearnih koeficijenata nekih tela $\alpha (-\frac{1}{^{\circ}\text{C}})$

Gvoždje	0,000012
Bakar	0,000014
Aluminijum	0,000023
Olovo	0,000029
Zlato	0,000014

Sada se lako može naći dužina šipke (ili šine) L posle zagrevanja. Iz slike se jasno vidi da je:

$$L = L_0 + \Delta L.$$

Zamenimo li ΔL iz jednačine, dobićemo obrazac:

$$L = L_0(1 + \alpha t).$$

(IX, 7).

Poslednja jednačina govori da je promena dužina šipke pri zagrevanju srazmerna prvobitnoj dužini (L_0) i temperaturi. Međutim, taj linearan odnos važi samo u izvesnim granicama temperature. Mi ćemo izvedenu formulu koristiti upravo u tom intervalu, i možemo je smatrati dovoljno tačnom.

Obrazac IX, 7 koristi se u slučajevima kada znamo dužinu šipke na 0°C . Vrlo često, međutim, imamo neku dužinu L_1 na temperaturi t_1 koja nije Celzijuseva nula. Pri zagrevanju od t_1 do t_2 dobićemo neku dužinu L_2 , koja se shodno prethodnoj jednačini, izražava na sledeći način:

$$L_2 = L_1 \cdot (1 + \alpha \Delta t)$$

(IX, 7a),

gde je Δt u stvari razlika u temperaturi posle i pre zagrevanja.

W Računski primer: Točak zamajac kod lokomotive ima poluprečnik $r_0 = 1\text{m}$, na temperaturi od 0°C . Koliko će obrtaja manje izvršiti takav točak na pruži Beograd-Zagreb ($s = 414\text{ km}$) nekog letnjeg dana na temperaturi od 30°C , nego zimi kada je temperatura -30°C ? Linearni koeficijent širenja gvoždja iznosi $\alpha = 0,000012\ 1/^{\circ}\text{C}$.

Pošto je broj obrtaja dat količnikom puta i obima točka, to će broj obrtaja na višoj temperaturi biti manji i obrnuto. Otuda se javlja razlika kako sledi:

$$\Delta n = n_1 - n_2 = \frac{s}{L_1} - \frac{s}{L_2} = s \left(\frac{1}{L_1} - \frac{1}{L_2} \right),$$

gde su L_1 i L_2 obimi istog točka na temperaturama

$$t_1 = -30^\circ\text{C} \text{ i } t_2 = 30^\circ\text{C}.$$

Odatle je:

$$\text{odnosno} \quad \Delta n = s \left(\frac{1}{2r_0 \sqrt{1-30\alpha}} - \frac{1}{2r_0 \sqrt{1+30\alpha}} \right),$$

$$\Delta n = 414.000(0,1593-0,15918) \approx 50 \text{ obrtaja}.$$

53

9.4. Širenje čvrstih tela i tečnosti. Anomalijska voda

U prošlom članu je već napomenuto da se čvrsta tela šire i zapreminski i da je to širenje kod izotropnih tela u svim pravcima jednako. Stoga je oblik zagrejanog tela sličan onom obliku pre zagrevanja. Iz geometrije znamo da se zapremine sličnih tela odnose kao kubovi njihovih linearnih dimenzija:

$$\frac{V}{V_0} = \left(\frac{L}{L_0} \right)^3,$$

gde su V i V_0 , zapremine tela na t° i 0°C , respektivno. Unesemo li sada vrednost za L iz jednačine IX,7, dobićemo:

$$\frac{V}{V_0} = \frac{L_0^3(1+\alpha \cdot t)^3}{L_0^3} = 1+3\alpha t+3\alpha^2 \cdot t^2+\alpha^3 t^3.$$

Iz tabele se jasno vidi da su linearni koeficijenti termičkog širenja mnogih tela reda veličine 10^{-5} i manje. Stoga se njihovi članovi sa kvadratom i kubom mogu odbaciti (zanemariti).

Otuda imamo:

$$V = V_0(1+3\alpha t),$$

odnosno

$$V = V_0(1+\beta \cdot t).$$

(IX,8).

Veličina $\beta \approx 3\alpha$ predstavlja termički koeficijent zapreminskog širenja i definiše se kao povećanje jedinice zapremine pri povišenju temperature za 1°C .

za praksu je od interesa istaći činjenicu da se šuplja tela šire isto kao da su ispunjena. Tako, na primer: neka metalna cev povećae svoju zapreminu za isto onoliko, koliko bi to učinila odgovarajuća šipka istih dimenzija. To važi za sva čvrsta tela.

Tečnosti se u pogledu termičkog širenja razlikuju od čvrstih tela po tome što se šire samo zapreminski, za koje važi isti zakon kao i za čvrsta tela. Da se tečnosti stvarno šire pri zagrevanju, uverava nas vrlo jednostavan ogled. Balon sa produženom uzanom cavi u kome se nalazi obojena tečnost, zagreva se na rešou. Posle izvesnog vremena nivo tečnosti u cavi počinje da se diže jer se tečnost širi. Razume se da će se to dogoditi ako je zapreminski koeficijent širenja tečnosti veći od koeficijenta širenja suda, što je uvek slučaj kada su u pitanju stakleni balon i voda.

Do sada smo govorili da se tečnosti šire pri zagrevanju. Izuzetak čini voda koja se skuplja pri zagrevanju od 0°C do $+4^{\circ}\text{C}$. Pri daljem zagrevanju širi se slično drugim tečnostima. Ta činjenica navodi nas na logičan zaključak da je voda pod normalnim uslovima najgušća na $+4^{\circ}\text{C}$, pa je ta gustina uzeta za jedinicu. Iznad i ispod te temperature gustina vode manja je od jedinice.

To odstupanje zove se anomalija vode, koje je od vitalnog značaja za prirodu. Voda u rekama i jezerima smrzava se samo odozgo, dok niži slojevi ka dnu ostaju na $+4^{\circ}\text{C}$. To dolazi otuda što je voda na $+4^{\circ}\text{C}$ gušća od one na 0°C , pa kao teža pada na dno. Znači, kada voda na površini počinje da se hladi onda se i skuplja i pada na niže. Kada se ohladi ispod 4°C , gornji slojevi se šire, gustina im postaje manja i ostaju na površini. Kada temperatura na površini dostigne 0°C , dolazi do smrzavanja. Led je lakši od vode i ostaje na površini. Dalje hladjenje vode ka dnu znatno se usporava, jer je njena toplotna provodnost vrlo mala. To omogućuje životinjskom svetu život u jezerima i rekama i kada su jake hladnoće.

(54)

9.5. Gasni zakoni i apsolutna temperatura

Gasovi mogu da menjaju zapreminu ne samo pri promeni temperature, već i u slučajevima kada je ona konstantna, ako menjamo njihov pritisak. Drugim rečima, pored temperature i zapremine ovde moramo voditi računa i o pritisku koji ima data masa gasa, što predstavlja novinu u odnosu na čvrsta tela i tečnosti. Zato ćemo odmah definisati zakone koji daju zavisnost jedne veličine od druge, dok je treća za to vreme konstantna.

Kao prvo, da vidimo kako se menja zapremina nekog gasa sa promenom pritiska uz konstantnu temperaturu ($t^{\circ} = \text{const}$). Vrlo prostim ogledom može se dokazati da se zapremina gasa menja obrnuto proporcionalno njegovom pritisku:

$$v = \frac{k}{p}$$

(IX,9),

tj. pritisak se povećava onoliko puta koliko se smanji zapremina pri kompresiji. I, obrnuto, pri ekspanziji pritisak opadne onoliko puta za koliko se poveća zapremina. Gornji odnos otkrili su Bojl i Mariot, pa imamo Bojl-Mariotov zakon koji glasi:

Proizvod pritiska i zapremine određene količine gasa je konstantan na stalnoj temperaturi:

$$pV = \text{const.}$$

(IX,9a).

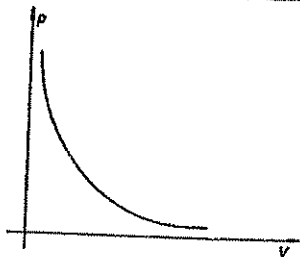
Grafički prikaz Bojl-Mariotovog zakona dat je na sl. 60, koji je predstavljen ravnostranom hiperbolom. Sama kriva, s obzirom na to da se odnosi na proces kod gasova gde je temperatura konstantna, zove se izoterma.

Drugi zakon dao je Gej Lisak i on se odnosi na promenu zapremine datog gasa sa temperaturom uz konstantan pritisak ($p = \text{const}$). Obrazac je isti kao i za izotropna čvrsta tela i tečnosti, tj.

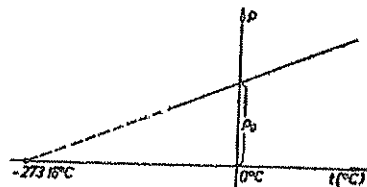
$$V = V_0(1 + \gamma_v t)$$

(IX,10),

s tom razlikom što je ovde γ_v - termički koeficijent širenja gasova, čije su brojne vrednosti znatno veće od onih kod čvrstih i tečnih tela. Dalje, γ_v je približno isti za sve takozvane idealne gasove kojima su bliski gasovi kao što su vodonik, helijum, vazduh i drugi iznosi $1/273,16$ - deo od jedinične zapremine pri zagrevanju za 1°C . Takav proces, gde je $p = \text{const}$, zove se izobarni.



Sl. 60



Sl. 61

Treći zakon daje zavisnost pritiska gasa u nekom sudu sa zagrevanjem ako se zapremina suda ne menja ($V = \text{const}$). Pri zagrevanju gasa u zatvorenom sudu mora da dodje do povećanja pritiska, jer gas pojačava težinu za ekspanzijom. Jednačina koja to definiše slična je prethodnoj i ima sledeći oblik:

$$p = p_0(1 + \gamma_p \cdot t).$$

(IX,11).

γ_p predstavlja naponski koeficijent gasova za koji je utvrđeno da je brojno jednak koeficijentu γ_v , pa ćemo od sada oba koeficijenta označavati sa γ . Sam proces gde se pritisak menja sa temperaturom uz stalnu zapreminu, zove se izohorni. Iz jednačine izlazi da pritisak opada sa snižavanjem temperature, tj. pri hladjenju gasa. Ako je temperatura ispod Celzijusove nule, imaćemo znak minus umesto plus u zagradi što govori da je pritisak p manji od pritiska na 0°C (p_0):

$$p_{(-t)} = p_0 \left(1 - \frac{1}{273,16} t\right).$$

Idemo li, tako, teorijski sa hladjenjem do $t^0 = -273,16^\circ\text{C}$, pritisak će nestati, tj. biće ravan nuli:

$$p_{(-273,16)} = p_0 \left(1 - \frac{273,16}{273,16}\right) = 0.$$

Pošto pritisak p_0 ima vrednost koja je različita od nule,

pritisak na temperaturi od $-273,16^{\circ}\text{C}$ mora da bude jednak nuli. To se, uostalom vidi iz grfika čije su kordinate temperatura i pritisak (sl. 61), gde prava seče t-osu na $-273,16^{\circ}\text{C}$. U tom slučaju nema kretanja molekula, jer pritisak se shvata kao zbir svih udara molekula u zidove suda u ls. Stoga je ta temperatura ($-273,16^{\circ}\text{C}$), koja u fizici ima izvanredan principijelan značaj, uzeta za apsolutnu nulu. Temperatura koja se sada meri od apsolutne nule (stepeni su jednaki Celzijusovim) zove se apsolutna temperatura i označava slovom T. U čast lorda Kelvina, poznatog engleskog fizičara, apsolutna temperatura zove se još i Kelvinova, pa se stepeni beleže slovom K. Po Kelvinovoj skali Celzijusova nula je isto što i $273,16\text{ K}$, pa u opštem slučaju imamo odnos:

$$T = (273,16 + t^{\circ})\text{K}, \quad (\text{IX}, 12),$$

što se iz slike 57 očigledno vidi.

Najzad, mora se podvući da izvedeni zakoni važe samo za idealne gasove čije su osobine ukratko sledeće. Prvo, to su pritisci na zidove suda relativno mali a temperature visoke. Drugo, uzeto je da su molekuli takvih gasova u obliku kuglica koje su savršeno elastične izmedju kojih vlada veliko rastojanje u odnosu na njihove prečnike. Tako nešto je moguće samo kada je pritisak gasa nizak, odnosno gustina mala. Treće, izmedju njihovih molekula ne postoje nikakve međumolekulske sile koje se inače manifestuju kod realnih gasova i para. Medjutim, kad se ide na niže temperature daleko ispod Celzijusove nule, kao i kada pritisci postanu veći, javljanju se odstupanja. Zato, apsolutna nula koja je dobijena iz Gej Lisakovog zakona, izvedena je teorijski. Naime, gasovi sa kojima vršimo ogleda pri hladjenju do vrlo niskih temperatura, kondenzuju se u tečnosti pa otuda ne možemo eksperimentalno da dodjemq do apsolutne nule.

55 9.6. Jednačina stanja idealnih gasova

Stanje nekog gasa potpuno je određeno trima veličinama: zapreminom, pritiskom i temperaturom. Stoga treba izvesti formulu koja će dati ponašanje gasa pri istovremenoj promeni sve tri veličine. To se može postići na sledeći način:

Neka je zapremina nekog gasa na 0°C bila V_0 (sl. 62) kada je klip (koji se sporo kreće i bez trenja) bio u položaju A. Ako zagrevamo gas do $t^{\circ}\text{C}$, uz stalni pritisak, klip će se podići do položaja B. Zapremina će biti:

$$V' = V_0(1 + \gamma \cdot t).$$

Zapremina V' je veća od V_0 ali je pritisak ostao na onoj vrednosti koju je imao na Celzijusevoj nuli. Ako sada pri konstantnoj temperaturi menjamo pritisak za zapreminom, recimo

sabijamo gas (klip dolazi u položaj C), dobićemo po Bojll-Mariotovom zakonu

$$p \cdot V = p_0 \cdot V',$$

gde je na levoj strani dat proizvod pritiska i zapremine gasa posle sabijanja, a na desnoj pre kompresije. Zamenimo li vrednost V' dobićemo:

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 (1 + \gamma \cdot t), \quad (\text{IX}, 13),$$

koja predstavlja jednačinu stanja idealnih gasova i koja daje zavisnost pritiska i zapremine sa promenom temperature (u Celzijusovim stepenima). Uvodenjem apsolutne temperature, poslednja formula može se uprostiti. Naime, stavimo li brojnu vrednost za γ , imaćemo:

$$p \cdot V = p_0 \cdot V_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right) = \frac{p_0 \cdot V_0}{273} (273 + t),$$

odnosno

$$p \cdot V = \frac{p_0 \cdot V_0}{273} \cdot T. \quad (\text{IX}, 14).$$

Dalje uprošćavanje izvršio je Klapajron, uvodeći pojam zapremine gram-molekula (V_m), koja je pod normalnim ulovima jednaka za sve gasove i iznosi 22,4 litara. Pod normalnim stanjem nekog gasa podrazumeva se ona zapremina V_0 koju gas ima na temperaturi od 0°C i pri normalno pritisku od 76 cm živonog stuba. Zapremina V_0 može se tada zameniti relacijom $V_0 = n \cdot V_m$, gde je n - broj gram-molekula. Poslednji obrazac posle te zamene izgledao bi ovako:

$$p \cdot V = n \frac{p_0 \cdot V_m}{273} \cdot T.$$

S obzirom na to da su veličine p_0 i V_m konstantne i iste za sve gasove, to se poslednji obrazac može dati u konačnom obliku:

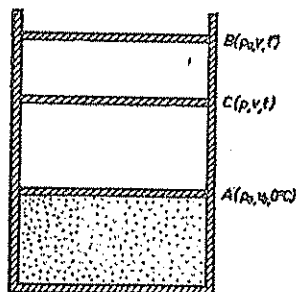
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T, \quad (\text{IX}, 15)$$

koji je poznat pod imenom Klapajronove formule. To je u stvari jednačina stanja, koja važi za idealne gasove i koje određuje stanje gasa. R predstavlja univerzalnu gasnu konstantu, koja se daje pomoću obrasca

$$R = \frac{p_0 \cdot V_m}{273} \quad (\text{IX}, 16),$$

odakle se može i definicija dati. Naime,

univerzalna gasna konstanta brojno je jednaka radu koji izvrši gram-molekul idealnog gasa pri zagrevanju za jedan temperaturni stepen.



Sl. 62

Brojna vrednost može se dobiti iz relacije IX,16, kada se zamene vrednosti za pritisak i molarnu zapreminu, imajući u vidu da normalni atmosferski pritisak (76 cm živinog stuba) u paskalima iznosi 101.325 Pa:

$$R = \frac{101.325 \text{ Pa} \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{273 \text{ mol} \cdot \text{K}} = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}.$$

Dakle, gram-molekul idealnog gasa pri zagrevanju za jedan temperaturski stepen izvrši rad od 8,31 džula.

59 9.7. Toplota sagorevanja

Pri sagorevanju goriva razvija se toplotna energija, koja se dobija na račun hemijske energije goriva, koja egzistira u potencijalnom vidu. Proces sagorevanja, dakle, znači pretvaranje hemijske energije goriva u toplotnu energiju.

Sagorevanje je, kao što je iz hemije poznato, egzoterna reakcija, pri kojoj se oslobadja toplotna energija. Ukoliko proces sagorevanja teče brzo, dolazi do visokih temperatura, pa i eksplozija. Inače, sagorevanje goriva počinje na određenoj temperaturi, tj. na temperaturi paljenja.

Danas je poznato da se goriva razlikuju po kvalitetu, zavisno od toga koliko se toplotne energije oslobadja pri potpunom sagorevanju jednog kilograma datog goriva. Zbog toga imamo tzv. toplotu sagorevanja ili toplotnu moć goriva. Po definiciji,

toplota sagorevanja brojno je jednaka količini toplotne energije koja se oslobadja pri potpunom sagorevanju jednog kilograma datog goriva.

Toplota sagorevanja može se eksperimentalno odrediti pomoću tzv. kalorimetrijske bombe, u koju se unosi gorivo zajedno sa kiseonikom, radi kompletnog sagorevanja. Izmeri se prvo masa goriva koja se unosi u kalorimetrijsku bombu, (m), a onda količina toplotne energije (Q_s) koja se pri tome oslobadja. Deobom ukupne tople dobijene sagorevanjem date mase goriva sa tom masom, dobija se tražena toplota sagorevanja (q_s):

$$q_s = Q_s / m$$

(IX,17).

Jedinica za toplotu sagorevanja u Međunarodnom sistemu je džul po kilogramu (1 J/kg), što proističe iz prethodne relacije. Pošto je to relativno mala jedinica u odnosu na kilokaloriju po kilogramu (koja je 4.186 puta veća), može se koristiti kilovatčas po kilogramu (1 kWh/kg). Navodimo odmah da je kWh/kg veći 3,6 miliona puta od džula po kilogramu, pa se može koristiti jer je dozvoljena Zakonom iz 1976. godine. Kilokalorija po kilogramu zvanično se više ne može koristiti posle 1980. godine.

Tabela koja sledi, daje brojne vrednosti toplotne sago-

revanja za neke vrste goriva i to orijentaciono, jer to zavisi od kvaliteta datog goriva. Uzećemo samo jedan primr -
- naftu. Zavisno do ležišta nafte imamo razne toplotne moći i to od 10 kWh/kg do 11 kWh/kg, što u kilokalorijama po kilogramu ide od 8.600 - 10.000 kcal/kg. Zato u tabeli ispred brojne vrednosti uvek stoji "oko".

<u>gorivo</u>	<u>toplota sagorevanja</u>
petrolej	oko 14 kWh/kg, ili 50 MJ/kg
benzin	" 12,8 " , ili 46 MJ/kg
nafta (sirova)	" 10,5 " , ili 37 MJ/kg
kameni ugalj	" 8 " , ili 29 MJ/kg
mrki ugalj	" 5 " , ili 18 MJ/kg
lignit	" 3 " , ili 10 MJ/kg
drvo (prosečni kvalitet)	" 4 " , ili 15 MJ/kg

U tabeli su date najčešće vrste klasičnog goriva, koje se često koriste, pri čemu se ima u vidu potpuno sagorevanje celokupne mase goriva. Uz ova klasična goriva treba navesti onu drugu vrstu koja se koristi u nuklearnim reaktorima. To su tzv. nuklearna goriva, o kojima će biti reči pri kraju ovog udžbenika, kada se bude govorilo o nuklearnoj energiji.

X. glava: TERMODINAMIKA

(X) 10. 1. Unutrašnja energija (ΔU)

Danas je opštepoznato da toplota predstavlja jedan od mnogobrojnih oblika energije. To znači da se toplotna energija može dobiti transformacijom mehaničke, električne, hemijske, nuklearne ili nekog drugog oblika energije pod pogodnim uslovima. Te transformacije mogu da budu potpune i nepovratne, jer to i jesu. S druge strane, znamo iz mnogobrojnih primera da se i toplotna energija može transformisati u gore pomenute oblike energije.

Termodinamika, koja kao deo fizike proučava transformaciju mehaničke u toplotnu energiju i obrnuto, ne može se razumeti bez shvatanja veličine unutrašnje energije i njene promene. Otuda je u ovoj glavi potrebno na samom početku proučiti unutrašnju energiju.

Po kinetičkoj teoriji gasova molekuli se kreću haotično i imaju brzine sa najraznovrsnijim pravcima, koje su i po intenzitetu različite. Odatle se može izvesti očigledan zaključak da molekuli gasa imaju (s obzirom na brzine) i kinetičke energije koje su date poluproizvodom mase i kvadrata odgovarajuće brzine. Kako se u gasu bilo koje zapremine nalazi veoma veliki broj molekula, to se nikada ne operiše pojedinačno već statistički, sa srednjim vrednostima. Naime, ne može se meriti kinetička energija jednog molekula. Zato

je uveden pojam srednje kinetičke energije $\bar{E}_k$ molekula, koja je po kinetičkoj teoriji gasova (koju ovde ne možemo detaljno razmatrati) upravo srazmerna apsolutnoj temperaturi gasa:

$$\bar{E}_k = \text{const. } T \quad (X, 1).$$

Na taj način, srednja energija molekula povezuje se sa jednom makroskopskom veličinom - temperaturom, koja se lako može da meri. Iz jednačine izlazi, dalje, da srednja kinetička energija molekula ne zavisi od pritiska niti zapremine već samo od temperature. To znači da na istoj temperaturi molekuli gasa raspolažu podjednako srednjom kinetičkom energijom. Ovako nešto može da bude samo kod idealnih gasova, gde je dejstvo međumolekulskih sila toliko slabo da se može zanemariti. Kod realnih gasova to nije slučaj, o čemu će govoriti Van der Valsova jednačina.

Unutrašnja energija (U) gasa predstavlja ukupnu energiju svih molekula u datom gasu, tj. predstavlja zbir svih kinetičkih energija molekula:

$$U = \sum_{i=1}^n E_{ki}.$$

Unutrašnja energija može se dati i proizvodom srednje kinetičke energije molekula i broja molekula n u gasu:

$$U = n\bar{E}_k = n \cdot \text{const. } T. \quad (X, 2).$$

Iz poslednje jednačine izlazi da unutrašnja energija datog gasa (datog n) zavisi samo od apsolutne temperature; na višoj temperaturi biće veća unutrašnja energija i obrnuto sa hlađenjem gasa smanjuje se unutrašnja energija. Otu- da ima smisla govoriti o promeni unutrašnje energije ΔU , kao razlike dveju unutrašnjih energija na različitim temperaturama, pa možemo da napišemo:

$$\Delta U = U_2 - U_1 \quad (X, 3),$$

gde U , predstavlja unutrašnju energiju na temperaturi gasa T_2 a U_1 - na temperaturi T_1 .

Promena unutrašnje energije, recimo povećanje energije, dolazi na račun toplote koju gasu dovodimo spolja. Promena unutrašnje energije može da bude i negativna ako se ona smanjuje, što se događa kada toplota odlazi iz gasa a gas se hladi. Najzad, zaključak je da se pri zagrevanju, unutrašnja energija gasa povećava, a pri hlađenju smanjuje.

10.2. Prvi zakon termodinamike

Prvi zakon termodinamike predstavlja prošireni zakon o održanju energije, koji govori o pretvaranju toplotne energije u mehanički rad i obrnuto, što se može pokazati na širenju gasa usled zagrevanja.

Pokažimo sada opšti izraz prvog zakona termodinamike

na primeru širenja gasa pri zagrevanju koje je nastalo usled dovodjenja toplote sa strane. Gasu u sudu, sa pokretnim klipom, dovodi se toplota q (sl. 63).

Gas se pored zagrevanja, odnosno povećanja svoje unutrašnje energije i širi, usled čega se podiže klip koji je pod stalnim pritiskom. Rad pri širenju gasa jednak je proizvodu sile pritiska i puta: $A = F \cdot \Delta h$. Pošto je sila pritiska data proizvodom pritiska i površine klipa, to imamo da je mehanički rad, koji gas vrši:

$$A = p \cdot S \cdot \Delta h = p \cdot \Delta V, \quad (X, 4),$$

jer je $\Delta V = V_2 - V_1$, gde je V_1 zapremina pre, a V_2 - posle zagrevanja. Otuda izlazi, s obzirom na to da se gas i širi i zagreva, da je dovedena toplota otišla kako na povećanje unutrašnje energije tako i na vršenje mehaničkog rada:

$$Q = \Delta U + A. \quad (X, 5a)$$

Ili, ako se uzme da je $A = p \cdot \Delta V$, onda je

$$Q = \Delta U + p \cdot \Delta V. \quad (X, 5b).$$

Relacija X,5a predstavlja analitički izraz Prvog zakona termodinamike, čija definicija glasi:

Količina toplote koja se dovodi gasu (sistemu) ide je-
dnim delom na povećanje unutrašnje energije a drugim
delom na vršenje mehaničkog rada.

Može i drukčije:

Nemoć je perpetuum mobile prve vrste.

To znači da se ne može napraviti mašina koja bi bila u stanju da vrši rad bez utroška energije.

10.3. Izotermske promene kod idealnih gasova

Izotermiski proces kod idealnih gasova vrši se pri konstantnoj temperaturi. Ako u osnovnoj jednačini stanja idealnih gasova stavimo da je $T = \text{const}$, dobićemo da je $pV = \text{const}$, što daje Bojil-Mariotovim zakonom, koji daje zavisnost pritiska od zapremine date količine gasa pri konstantnoj temperaturi. Krive koje grafički predstavljaju tu promenu jesu u stvari hiperbole i zovu se izoterme (sl. 64).

Sva toplota koja se dovodi gasu u izotermiskom procesu u potpunosti se troši na vršenje spoljašnjeg rada, dok unutrašnja energija ostaje ista ($\Delta U = 0$), jer se temperatura gasa ne menja.

Rad gasa pri izotermiskom procesu može se izračunati ako se podje od prvog zakona termodinamike u diferencijalnom

obliku: $dQ = dU + p \cdot dV$. Kako je $dU = 0$, na osnovu definicije izotermnog procesa, to imamo da je $dQ = dA = p \cdot dV$. Pomoću integracije, zamenivši pritisak p iz jednačine stanja za idealne gasove, koja se odnosi na jedan gram-mol gasa, imamo da je:

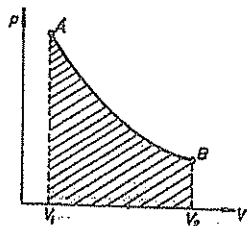
$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{RT}{V} dV = RT \cdot \ln V_2/V_1,$$

odnosno

$$A = RT \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} \quad (X, 6)$$

Rad pri širenju gasova, kada je $V_2 > V_1$, jeste pozitivan i na sl. 64 predstavljen je površinom ABV_1V_2A . Obrnuto, pri sabijanju, rad je negativan jer ga vrše spoljne sile nad gasom.

Iz obrasca se očigledno vidi da će rad gasa pri izotermnom procesu biti utoliko veći ukoliko je temperatura viša i odnos zapremine veći. Kada nema promene, nema ni rada što je sasvim očigledno.



Sl. 64

10.4. Adijabatski procesi kod gasova

Drugi proces koji je od velikog praktičnog interesa za toplotne mašine jeste takozvani adijabatski proces, pod kojim se podrazumeva promena stanja kod koje gas niti spolja dobija niti od sebe daje toplotu. To bi se, npr. približno postiglo pri sabijanju gasa u sudu čiji zidovi nimalo ne propustaju toplotu - adijabatsko sabijanje gasa. Razume se, da ne postoji sud koji je apsolutno izolovan, tj. koji uopšte ne propušta toplotu. Otuda, adijabatska promena gasa predstavlja idealan (granični) slučaj koji se u praksi ne može strogo izvesti. Ako, međjutim, proces (sabijanje) teče vrlo brzo, tako da toplota ne stigne da se prenese iz suda na okolinu, onda možemo smatrati da je to približno adijabatska promena. Praktično, dakle, adijabatska promena ostvaruje se pri brzom sabijanju (kompresiji) ili brzom širenju (ekspanziji) gasa.

Primenimo i ovde prvi zakon termodinamike. Pošto se gasu ne dovodi niti uzima toplota, imaćemo da je $Q = 0$. U tom slučaju ostaje:

$$\Delta U + A = 0, \text{ odnosno } A = -\Delta U. \quad (X, 7).$$

Ako proanaliziramo poslednju jednačinu, gde je spoljašnji rad jednak promeni unutrašnje energije sa znakom minus, videćemo da se spoljašnji rad širenja vrši samo na račun unutrašnje energije gasa. Naime, gas vrši spoljašnji rad na

račun svoje sopstvene toplote, što dovodi do ppadanja temperature. Pritisak će u tom slučaju brže da opada nego kod izotermnog širenja gasa. To sleduje iz Gej-Lisakovog zakona, gde sa snižavanjem temperature pritisak opada, znači, pritisak opada kako zbog širenja gasa, tako i zbog njegovog hlađenja. To se jasno vidi i na grafikonu (sl. 65), gde je adijabata (kriva) strmija od izoterme.



Sl. 65

Jednačina: $A = -\Delta U$ može se napisati i drukčije:

$$\Delta U = -A$$

(X,8),

koja predstavlja adijabatsko sabijanje gasa. To postižemo delovanjem spoljne sile na klip. Rad koji izvrši okolina ($-A$) odlazi na povećanje unutrašnje energije, što dovodi do povišenja temperature u gasu. U to se možemo uveriti jednim prostim ogledom. U cilindar sa debelim staklenim zidovima i klipom stavi se malo vate natopljene lako zapaljivim materijalom. Pri naglom potiskivanju klipa namigne dolazi do osetnog zagrevanja jako sabijenog vazduha i vata se zapali. Napominjemo uzgred, da se na ovom principu zasni-va paljenje kod dizelovih motora.

Konačno vidimo da se kod adijabatskih procesa rad gasa vrši na račun unutrašnje energije.

10.5. Termodinamički procesi i drugi zakon termodinamike

Pre nego što predjemo na izlaganje drugog zakona termodinamike, neophodno je, bar ukratko, upoznati se sa tzv. termodinamičkim procesima, koji u osnovi mogu biti povratni (reverzibilni) i nepovratni (ireverzibilni).

Zadržimo se prvo na nepovratnim procesima kojih u makrokosmosu jedino ima i koji se događaju spontano, bez dovođenja energije spolja. Otuda imamo diferenciju: nepovratni ili ireverzibilni procesi jesu oni koji se odigravaju sami od sebe - spontano - samo u jednom smeru. Navedimo nekoliko primera. Pri padu kamena sa visine h na Zemlju, njegova celokupna kinetička energija prelazi u toplotu koja se predaje Zemlji na onom mestu gde je kamen pao. Tle se zagreva. Iz iskustva znamo da je nemoguće podići taj isti kamen na visinu h pomoću odgovarajuće količine toplote koju bismo od Zemlje uzeli. Otuda zaključak da je padanje kamena nepovratni proces. Drugi primer: toplota spontano prelazi sa tela koje ima višu temperaturu na hladnije telo. Obrnuto se nikada nije dogodilo bez dovodenja energije spolja. Treći, ako se otvori ventil na sudu sa komprimovanim vazduhom, gas će izaći ali se neće samo od sebe vratiti. Dakle, sve su to

primeri za nepovratni proces. I uopšte, svi ti procesi završavaju se kada se postigne ravnotežno stanje, tj. kada sistem dođe iz manje stabilnog u stabilnije stanje.

Povratni ili reverzibilni procesi jesu oni koji mogu da se vrše u dva suprotna smjera bez ikakvih promena u neposrednoj okolini. Očigledno je, da u prirodi nema takvih reverzibilnih procesa niti se, pak, oni mogu tehnički izvesti. Međutim, mnoge pojave jako se približuju ovakvim procesima. Pa i pored toga, baš ti povratni procesi od velikog su značaja kod termodinamičkih pojava. Kao primer takvih povratnih procesa navodimo oscilovanje klatna gde se vrši naimeničan prelaz iz potencijalne u kinetičku energiju. Kad ne bi bilo trenja i otpora pri tom oscilovanju, onda bismo imali reverzibilan proces. Drugi primer bio bi izotermiski proces koji bi se odvijao bes krajno sporo, tako da imamo u svakom trenutku ravnotežno stanje, itd.

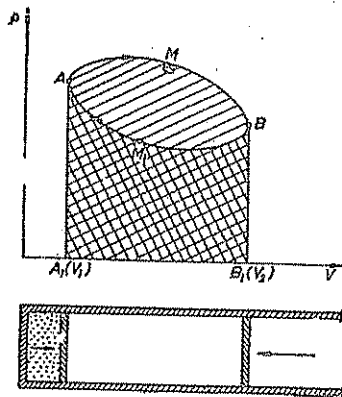
U prirodi, a posebno u termodinamici, od naročitog su značaja tzv. kružni procesi ili ciklusi. To je proces koji se vrši od izvesnog stanja A do stanja B i obrnuto (sl. 66). U pV-dijagramu kružni procesi predstavljaju se u obliku zatvorene krive linije. To dolazi otuda što je sistem (gas) - radno telo pri širenju (proces AMB) prešao iz stanja A u stanje B i izvršio rad. Taj rad dat je površinom AMBB₁A₁A, koji u stvari predstavlja pozitivan rad, jer ga je izvršio sam gas. Sada se gas sabija, proces teče po krivoj BM₁A pri čemu je rad (koji je dat površinom BB₁A₁AM₁B) negativan, jer su spoljne sile izvršile rad nad gasom.

Gas je mogao da vrši rad u prvom slučaju na račun dovedene količine toplote Q_1 . U drugom slučaju pri sabijanju, gas je predao sredini izvesnu količinu toplote Q_2 koja je manja od Q_1 . Stoga je rad, koji je gas izvršio u jednom ciklusu pozitivan i brojno je jednak zatvorenoj površini AMBM₁A, pa imamo jednačinu

$$A' = Q_1 - Q_2. \quad (X, 9).$$

Dakle, dovedena toplota Q_1 gasu pri vršenju kružnog procesa nije se potpuno pretvorila u rad, već se jedan deo te toplote vratio okolini (Q_2).

Na osnovu ovog (kružnog) i drugih procesa, došlo se do zaključka da se toplota može delimično pretvoriti u rad samo pri spontanom prelazu sa tela više, na tela niže temperature. Iz toga izlazi da je za pretvaranje toplote u rad potrebno



Sl. 66

imati dva tela sa različitim temperaturama. To čini suštinu drugog zakona termodinamike. Odatle imamo definiciju za II zakon termodinamike:

Nemoguć je proces, pri kome bi se toplota pretvorila jedino u mehanički rad bez drugih procesa.

To je jedna od mnogobrojnih definicija koju je dao Clausius. Ili, toplota ne može prelaziti spontano sa tela niže na telo više temperature.

Najzad, Planck je drugi zakon termodinamike definisao na sledeći način:

Nemoguć je perpetuum mobile druge vrste.

To znači da se ne može konstruisati mašina sa periodičnim radom čiji bi jedini rezultat bio proizvedeni rad na račun hlađenja jednog tela. Takva mašina bila bi izvor besplatne energije, a to je nemoguće. Nemoguće je, npr. konstruisati mašinu koja bi davala rad na račun hlađenja morske vode i pored toga što voda sadrži ogromne količine toplote (zbog ogromne mase), jer je potrebna sredina sa znatno nižom temperaturom. Tako nešto ne može se ostvariti jer u prirodi ne postoji.

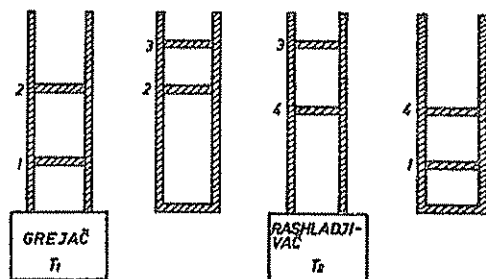
10.6. Karnov kružni proces

Karno je prvi obradio jedan idealizovan kružni proces ili ciklus (1824. godine), primenivši ga na idealnu toplotnu mašinu. Na taj način je mogao da odredi njen stepen korisnog dejstva, o čemu ćemo posebno govoriti u sledećem članu. Ovakav ciklus daje uslove za maksimalno korišćenje toplote pri njenom pretvaranju u mehanički rad. Otuda je i stepen korisnog dejstva takvih idealnih toplotnih mašina daleko veći od istog stepena kod realnih mašina (parnih mašina), zbog velikih sporednih gubitaka toplote.

Radni deo Karnove mašine predstavlja cilindar pod čijim se klipom nalazi idealni gas. Pošto se Karnov ciklus sastoji iz izotermских i adijabatskih promena stanja toga gasa, to zidovi cilindra i klip (šrafirani zidovi sl. 67), moraju da budu idealni izolatori a dno cilindra vrlo dobar provodnik toplote. Pored cilindra, neophodna su dva toplotna rezervoara i to jedan sa višom temperaturom (T_1) koji predstavlja grejač, a drugi sa nižom (T_2) - rashladivač.

Posmatrajmo sada rad klipa počevši od položaja I (sl. 67), kada je dno cilindra provodljivo za toplotu iz grejača. Na dijagramu (sl. 68) taj položaj predstavljen je tačkom A, gde gas ima zapreminu V_1 i pritisak p_1 . Gas se na račun dobivene toplote grejača Q_1 sporo širi tako da se temperatura gasa izjednačuje za celo vreme sa temperaturom T_1 . Promena stanja gasa je izotemska (AB na slici) jer gas vrši rad na račun toplote Q_1 . Klip cilindra vrši rad, jer se podiže u

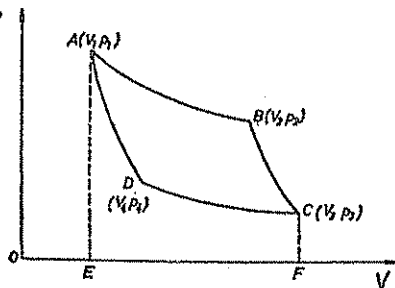
položaj 2, nasuprot atmosferskom pritisku ili uopšte nasuprot spoljnih sila. Na dijagramu je to predstavljeno tačkom



Sl. 67

B, gde je zapremina veća (V_2) a pritisak manji (p_2). Zatvorimo sada dno cilindra pločom koja ne propušta toplotu iz grejača. Gas se i dalje širi, ali adijabatski, vršedi rad na račun svoje unutrašnje energije. Klip se podiže u položaj 3, što je na dijagramu predstavljeno tačkom C (p_3 , V_3). Temperatura gasa mora da padne na T_2 , s obzirom na to da je ekspanzija adijabatska (kriva BC). Adijabatska ekspanzija prestaje kada se temperatura gasa izjednači sa temperaturom rashladjivača (T_2).

Dalji postupak sastoji se u komprimovanju (sabiyanju) gasa jer treba zatvoriti kružni proces. U tom cilju cilindar se stavlja na rashladjivač i gas se sabija izotermски (kriva CD), pošto je otklonjena izolatorska ploča. Klip dolazi u položaj 4, što je na dijagramu predstavljeno tačkom D (V_4 , p_4). Toplota nastala pri sabiyanju gasa predaje se rashladjivaču (Q_2). Zatim, zatvara se dno cilindra izolatorskom pločom i gas se komprimuje po adijabatu DA. Gas se, dakle, posle završenog kružnog procesa (dva izotermска i dva adijabatska), vratio u svoje prvobitno stanje - tačku A.



Sl. 68

Kao rezultat proučenog ciklusa idealnog gasa imamo sledeće:

1. grejač je predao količinu toplote Q_1 , gasu, u početku pri izotermској ekspanziji,
2. rashladjivač je dobio količinu toplote Q_2 pri izotermској kompresiji, koju je gas predao rashladjivaču, i

3. gas je izvršio rad A, koji je jednak razlici količina toplota koju je dao grejač (Q_1) i primio rashladivač (Q_2):

$$A = Q_1 - Q_2. \quad (X, 10).$$

Količina toplote Q_2 koja se predaje rashladjivaču ostaje neiskorišćena. Otuda po drugom zakonu termodinamike toplota se samo delimično može pretvoriti u mehanički rad, u šta smo se ovde uverili. To dalje govori da gas vrši pozitivan rad, jer je $Q_1 > Q_2$.

Opisani proces važi samo za idealnu mašinu koja se ne može konstruisati, jer se Karnov proces vrši vrlo sporo (zbog izotermkih procesa). I samo u tom slučaju temperatura gasa radnog tela za sve vreme imaće temperaturu grejača, odnosno temperaturu rashladivača.

10.7. Termički stepen korisnog dejstva toplotne mašine

U prošlom članu videli smo da se samo jedan deo toplote pri prelazu sa tela više (grejača) na telo niže temperature (rashladivač), pretvara u rad: $A = Q_1 - Q_2$. Što je veća razlika ($Q_1 - Q_2$), u poredjenju sa toplotom koju daje grejač (Q_1), utoliko će toplotna mašina biti ekonomičnija. Zbog toga se za stepen korisnog dejstva toplotne mašine uzima odnos te razlike i toplote Q_1 , pa imamo:

$$\eta_t = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (X, 11).$$

Stepen korisnog dejstva može se izračunati pomoću temperature grejača i rashladjivača. Relativno složena matematička izvodjenja daju sledeću jednačinu:

$$\eta_t = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad (X, 12).$$

gde su T_1 i T_2 apsolutne temperature grejača i rashladivača. Kao što se vidi, stepen korisnog dejstva zavisi od apsolutnih temperatura između kojih se odvija Karnov kružni proces. To znači da temperatura T_1 treba da bude što viša, a T_2 što je moguće niža. Međutim, sa temperaturom T_2 ne može da se ide ispod svakodnevnih temperature naše okoline u kojoj se nalazi rashladjivač, što otprilike iznosi 20°C . Stoga treba ići na što višu temperaturu T_1 . Kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem to se postiže sa sagorevanjem goriva.

Termički stepen korisnog dejstva ne zavisi od prirode radnog tela koje prenosi toplotu, odnosno ne zavisi od vrste gasa u cilindru. Svejedno je da li mašina radi sa vazduhom, vodenom ili kojom drugom parom. (U praksi se koristi vodena para kao radno telo). Otuda se može reći da je stepen korisnog dejstva zavisao samo od temperature grejača i rashladjivača.

Dalje, stepen korisnog dejstva je uvek manji od jedinice ($\eta_t < 1$) što se očigledno vidi iz poslednje jednačine. Naime, temperatura rashladjivača T_2 nikada ne može da bude jednaka nuli. U tom slučaju rashladjivač bi morao da bude na apsolutnoj nuli, a to je nemoguće. Naprotiv, rashladjivač je najčešće na sobnoj temperaturi, (na primer, 20°C , što u Kelvinovoj skali iznosi 293 K). Otuda termički stepen korisnog dejstva praktično nikad ne iznosi više od 33%, što pokazuje da se jedna trećina od primljene toplote Q , pretvara u mehanički rad.

10.8. Entalpija

U termodinamici je pored unutrašnje energije gasa (U) važna još jedna veličina - entalpija (H), koja kao i unutrašnja energija zavisi od stanja gasa.

Do pojma entalpije dolazi se na osnovu prvog zakona termodinamike. Kad se pritisak gasa pri dovodjenju toplote održava konstantnim, promena unutrašnje energije na osnovu prvog zakona termodinamike je jednaka:

$$\Delta U = Q - p \Delta V = Q - p(V_2 - V_1),$$

ili

$$U_1 = Q - p(V_2 - V_1).$$

Poslednja jednačina može se napisati i drukčije, naime:

$$U_2 + pV_2 - (U_1 + pV_1) = Q.$$

Zbir unutrašnje energije i rada širenja gasa zove se entalpija i beleži slovom H :

$$H = U + pV. \quad (X,13).$$

Ako to zamenimo u obrasu, dobićemo da je:

$$Q = H_2 - H_1 = \Delta H. \quad (X,14).$$

Odatle izlazi da je promena entalpije jednaka količini toplote koju gasu dovodimo pri stalnom pritisku. Da bismo to podvukli, obeležimo tu toplotu sa Q_p , tako da će obrazac imati sledeći oblik:

$$Q_p = \Delta H. \quad (X,15).$$

Sasvim drukčije stvar stoji kada se toplota dovodi gasu pri stalnoj zapremini. Tada je $\Delta V = 0$, a $V = \text{const}$, pa je rad gasa $A = 0$.

U tom slučaju $Q_v = \Delta U$, tj. dovedena toplota pri stalnoj zapremini (Q_v) odlazi na zagrevanje gasa, odnosno na povećanje unutrašnje energije.

Najzad, entalpija se ponekad zove i toplotni sadržaj, što je pogrešno pa taj naziv ne treba ni koristiti.

XI. glava: PROMENE AGREGATNIH STANJA

18

56 11.1. Topljenje kristalnih tela i latentna toplota

Čvrsta tela sa kristalnom strukturom mogu preći u tečno stanje pri zagrevanju do određenih temperatura, kada imamo topljenje tela. Temperatura na kojoj topljenje počinje zove se temperatura topljenja (tačka topljenja), koju telo zadržava sve dok se potpuno ne istopi. Svaki kristal ima svoju određenu tačku topljenja koja ga karakteriše kao što to čini specifična težina ili neka druga fizička konstanta.

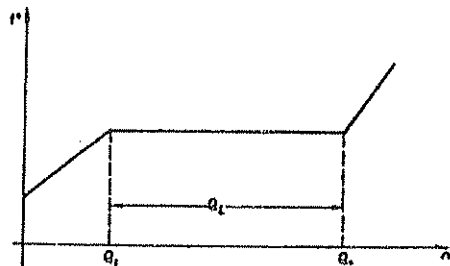
Zagrevanjem nekog kristala (komad olova) lako možemo pokazati da se temperatura za vreme topljenja ne menja. No i pored toga, toplotu i dalje treba dovoditi da bi se telo istopilo. To se vidi sa grafika (sl.69), gde je za apsclisu uzeta toplota koju telu dovodimo a za ordinatu - temperatura.

Iz slike jasno izlazi da kristalno telo moramo zagrevati i posle dovodjenja do temperature topljenja, ako hoćemo da predje u tečno stanje. Potrebno je, dakle, dovoditi toplotu iako ne dolazi do promene temperature kakav je inače slučaj. Dovedena količina toplote Q_L (Sl. 69), troši se na topljenje tela mase m , pa se zato zove toplota topljenja ili latentna toplota. Laboratorijski je dokazano da za različite kristale treba utrošiti različite količine toplote da bi se istopio 1 kg mase na svojoj temperaturi topljenja. Zato se uvodi tzv.

specifična toplota topljenja (q_L), koja se dobija po relaciji

$$q_L = Q_L / m \quad (XI, 1),$$

gde je Q_L ukupna količina toplote koja se troši na topljenje



Sl. 69

cele mase m datog kristala. Odatle proističe i definicija:

Specifična toplota topljenja brojno je jednaka količini toplote koju treba dovesti jednom kilogramu mase da se istopi na temperaturi topljenja.

Jedinica za specifičnu toplotu topljenja u Međunarodnom sistemu jest džul po kilogramu (1 J/kg). Može se koristiti i MJ/kg , što je milion puta veće. Isto tako, pogodna jedinica i Wh/kg , je je približno jednaka bivšoj kilokaloriji po kilogramu. Njihov odnos je

$$\text{kcal/kg} : \text{Wh/kg} = 1,162.$$

Donja tabela daje brojne vrednosti specifičnih toplota topljenja u J/kg i Wh/kg :

<u>materijali</u>	<u>J/kg</u>	<u>Wh/kg</u>
živa	$11,3 \cdot 10^3$	3,13
olovo	$26,4 \cdot 10^3$	7,32
platina	$100,4 \cdot 10^3$	27,90
bakar	$211,8 \cdot 10^3$	58,80
gvoždje	$267,9 \cdot 10^3$	71,70
leđ	$332,8 \cdot 10^3$	92,40
aluminijum	$389,3 \cdot 10^3$	108,00

Što se tiče procesa koji se odigravaju pri topljenju kristala može grubo da se kaže da latentna toplota odlazi na saviđajvanje međjumolekulskih sila u kristalnoj rešetki usleđ čega dolazi do njenog rušenja tj. do topljenja tela. Pri samom topljenju najčešće dolazi do povećanja zapremine date mase, jer molekuli u tečnosti egzistiraju na većim međjusobnom rastojanjima nego u kristalu. Međjutim, postoje i izuzeci.

Jedan od retkih izuzetaka imamo kod sistema led-voda gde se zapremina pri topljenju leda smanjuje (za oko 10%), zbog čega led pliva u vodi. Gustina leda ($0,91 \text{ kg/dm}^3$) otuda je manja od gustine vode koja iznosi 1 kg/dm^3 . Obrnuto, pri smrzavanju vode dolazi do povećavanja zapremine, tj. voda se pri smrzavanju širi. Ta činjenica je od vitalnog značaja u prirodi uopšte. Navedimo ovde samo jedan primer. Voda prodira u pukotine stena i smrzava se na velikim hladnoćama pri čemu povećava svoju zapreminu. Usled toga dolazi do rasprskavanja stena koje se raspadaју. To postaje očigledno kad se zna da je pritisak pri smrzavanju relativno vrlo veliki.

Pri hladjenju, zagreјane tečnosti prelaze u čvrsto stanje na istoj temperaturi na kojoj se i tope kada su u čvrstom stanju. Otuda imamo da je temperatura očvršćavanja za dato telo jednaka temperaturi topljenja. Dalje, dok za topljenje tela treba utrošiti toplotu, kod očvršćavanja toplota se oslobadja i to u istoj količini. Zato kažemo da je toplota topljenja jednaka toploti očvršćavanja.

Sve napred rečeno u vezi sa topljenjem, važi samo za kristalna tela. U prirodi postoje međjutim i amorina tela, kao što su čvrste smole, stakla i druga, koja se takodje tope pri zagrevanju ali proces topljenja je sasvim drukčiji. Pri sporom zagrevanju amornog tela dolazi do postepenog razmekšavanja u celoj masi dok ne predje u tečnost. Takva tečnost na visokoj temperaturi malo je viskozna. Pri hladjenju, pak, njena viskoznost postepeno raste, dok se ne dobije telo koje je u stanju da očuva svoj oblik. Za takva tela, dakle, nema temperature na kojoj bi istovremeno postojalo čvrsto i tečno stanje, pa se ne može govoriti ni o temperaturi topljenja kao ni o latentnoj toploti.

Dalje, tačka topljenja zavisi od pritiska. Uzmimo opet za primer led, koji se topi i ispod 0°C ako je pod pritiskom, ali se opet smrzava kada pritisak prestane. Sneg se topi na ulici kada prolaze vozila iako je temperatura sredine ispod 0°C . Ovde se dakle tačka topljenja snižava kada deluje pritisak. To važi za sva tela koja se skupljaju pri topljenju. Međjutim spoljašnji pritisak povišava tačku topljenja ako se telo pri topljenju širi.

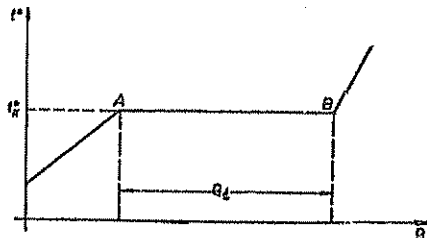
Pored specifične toplote topljenja, za kristale je karakteristična i temperatura topljenja ili tačka topljenja. Ima metala koji imaju visoku tačku topljenja, kao što su: volfram (3.550°C), platina (1.773°C), gvoždje (1.539°C), bakar (1.083°). S druge strane ima kristala sa nižim tačkama topljenja, čak i ispod Celziusove nule.

Najzad, tačka topljenja zavisi od čistoće supstance. Naime, najmanji tragovi nečistoće u nekom metalu snižavaju temperaturu topljenja. Na taj način, merenjem temperature topljenja, hemičari određuju čistoću datog kristala.

57 11.2. Isparavanje i ključanje

Isparavanje tečnosti, tj. prelaz iz tečnog u gasovito stanje, vrši se pri svakoj temperaturi. Stoga nije čudo što voda sa površine reka i jezera isparava i zimi a ne samo leti. Sam proces isparavanja sastoji se u tome što se molekuli tečnosti odvajaju sa površine i odlaze u prostor. Odvajaju se naročito samo oni molekuli koji imaju najveće brzine i koji su u stanju da saviđaju privlačne sile (medjumolekulske) susednih molekula. Za takav proces potrebno je dovoditi toplotu. Ako toga nema onda dolazi do hlađenja neposredne okoline ili hlađenja i same tečnosti. Otuda, ako želimo da održimo konstantnu temperaturu neke tečnosti pri njenom isparavanju, moramo joj dodavati odgovarajuću količinu toplote. Ta toplota koja ne povišava temperaturu, troši se na isparavanje tečnosti, zbog čega se i zove toplota isparavanja.

Pri dovodjenju veće količine toplote dolazi do daljeg zagrevanja tečnosti i do sve jačeg isparavanja, jer isparavanje raste sa temperaturom. To zagrevanje može da ide sve do one temperature na kojoj tečnost burno isparava po celoj svojoj zapremini, tj. ključa. Ta temperatura predstavlja tačku ključanja koja je za datu tečnost konstantna pri stalnom pritisku. Sva toplota koja se za vreme ključanja dovodi nekoj



Sl. 70

tečnosti, odlazi na isparavanje molekula, kada se temperatura ne menja (Sl. 70). Zato se ta količina toplote, koja je potrebna da ispari cela masa m , zove latentna toplota isparavanja. Međutim, kada se radi o isparavanju jedinične mase na temperaturi ključanja date tečnosti, onda treba količinu toplote Q_1 podeliti sa masom tečnosti koja isparava:

$$q_1 = \frac{Q_1}{m}$$

(XI, 2),

gde q_1 predstavlja toplotu isparavanja, čija definicija glasi:

Toplota isparavanja brojno je jednaka količini toplote koju treba dovesti jednom kilogramu mase da ispari na temperaturi ključanja.

Jedinica za toplotu isparavanje u Međunarodnom sistemu jest džul po kilogramu, kao i za toplotu topljenja. Mogu se

koristiti i MJ/kg i kWh/kg. Donja tabela daje brojne vrednosti za toplotu isparavanja tečnosti pod normalnim uslovima.

<u>tečnost</u>	<u>q_1 (MJ/kg)</u>	<u>q_1 (kWh/kg)</u>
voda	2,25	0,627
alkihol	0,84	0,235
vazduh	0,20	0,055
živa	0,28	0,079
olovo	0,86	0,24
srebro	0,25	0,697
aluminijum	10,75	2,988

Pri hlađenju, para prelazi u tečnost kada kažemo da se radi o kondenzaciji pare. Pri tome se otpušta ista ona količina toplote koju je tečnost uzela pri isparavanju. Zato je toplota kondenzacije jednaka toploti isparavanja.

Temperatura ključanja može se i drukčije definisati. Naime, to je temperatura na kojoj je napon same pare jednak spoljnom pritisku. Odatle izlazi da tačka ključanja zavisi od spoljašnjeg pritiska. Kriva koja tu zavisnost daje određuje se eksperimentalno na jednostavan način odakle izlazi da će temperatura ključanja biti viša ako je spoljašnji pritisak veći i obrnuto.

60 (58) 11.3. Vlažnost vazduha

U Zemljinoj atmosferi, vazduhu, uvek ima vodene pare koja je rezultat isparavanja vode sa površina okeana, jezera i kopna. Količina vodene pare u vazduhu znatno se menja pod uticajem raznih faktora kao što su temperatura, doba dana i godine (vremenski se menja), barometarski pritisak, geografski položaj i drugi. Kada je količina vodene pare u vazduhu, veća, kažemo da je veća i vlažnost vazduha. U suprotnom imamo suv vazduh.

Stepen vlažnosti vazduha određuje se pomoću tri veličine kao što su apsolutna, maksimalna i relativna vlažnost.

Količina vodene pare koju sadrži jedan kubni metar vazduha predstavlja apsolutnu vlažnost, merenu u gramima. Apsolutna vlažnost određuje se eksperimentalno i to tako što se poznata količina vazduha provede kroz cevi sa CaCl_2 , koji je jako higroskopan. Pošto CaCl_2 upija svu vlagu iz vazduha, postaje masivniji i ta razlika u masi podeljena za zapreminom (propuštenog vazduha) daje apsolutnu vlažnost u gramima po l.

Za život organizma, zatim za sušenje i uopšte za pojave u atmosferi, od značaja je da li je vazduh zasićen vodenom parom ili je daleko od toga. Naime, određena zapremina vazduha, pod datim uslovima može da primi jednu određenu količinu vodene pare. Sva para preko toga kondenzuje se pa kažemo da je vazduh zasićen. Vazduh može postati zasićen i bez dovodjenja novih količina vodene pare, ako se rashladi do izvesne tempe-

perature. U tom slučaju nastupa kondenzacija vodene pare i pojavljuje se rosa. Temperatura na kojoj se to događa zove se tačka rose. Upravo ta količina vodene pare koju vazduh na datoj temperaturi treba da sadrži pa da bude zasićen, zove se maksimalna vlažnost.

Koristeći apsolutnu i maksimalnu vlažnost u stanju smo da odredimo takozvanu relativnu vlažnost koja predstavlja odnos apsolutne vlažnosti (a) i maksimalne količine vodene pare (M) koju vazduh na datoj temperaturi može još da primi. Otuda je relativna vlažnost (data u procentima određena sledećom relacijom:

$$\sigma = \frac{a}{M} \cdot 100\%.$$

(XI, 3).

Kao što se vidi iz jednačine, relativna vlažnost izražava se u procentima od 0 - 100. Ako je relativna vlažnost 0%, kažemo da je vazduh potpuno suv - kada je isparavanje najbrže. Pri povećanju relativne vlažnosti, isparavanje opada i potpuno prestaje kad je $\sigma = 100\%$, tj. kada je vazduh zasićen.

Sprave pomoću kojih se određuje relativna vlažnost zovu se higrometri. Ima ih više vrsta, zavisno od toga gde i sa kakvom tačnošću treba vlagu meriti. Dok se jedni zasni- vaju na osobini čovečije čiste dlake da upija vodu paru i da se zbog toga izdužuje, dotle drugi rade na principu psihrometra. Danas se najčešće koriste higrometri sa čovečijom dlakom, čija je skala direktno baždarena u procentima vlažnosti.

11.4. Van Der Valsova jednačina

U prirodi imamo faktički samo realne gasove i pare kod kojih ne možemo da zanemarimo uzajamno dejstvo molekula, tj. kod kojih postoje i deluju međumolekulske sile. To su gasovi čije su gustine relativno velike i usled toga rastojanja između molekula su mala, pa se dejstvo međumolekulskih sila faktički manifestuje. Otuda, unutrašnja energija gasa ili pare nije jednaka ukupnoj kinetičkoj energiji svih molekula nego ravna je zbiru kinetičke i potencijalne energije koju molekuli imaju u polju međumolekulskih sila.

Potencijalna energija molekula pri datoj temperaturi T zavisi od rastojanja između molekula, odnosno zavisi od zapremine gasa ili pare i u vezi sa tim, zavisi i od pritiska. Otuda izlazi da unutrašnja energija realnog gasa ili pare zavisi ne samo od temperature T nego i od pritiska i zapremine. Kod idealnog gasa, gde zanemarujemo dejstvo međumolekulskih sila nema potencijalne energije pa je zato i moglo da se kaže da je unutrašnja energija zavisna samo od temperature.

Za realne gasove ne važe Gej Lisakovi zakoni niti jednačina stanja koju smo dali kod idealnih gasova. Samo postojanje međumolekulskih sila komplikuje procese kod realnih

gasova i para, pa jednačina stanja za takve gasove mora da ima složeniji oblik. Zadržimo se ukratko na tome.

Po jednačini stanja za idealne gasove, može se menjati zapremina sa pritiskom neograničeno, što znači da se gas može sabijati samo donde dok postoji međumolekulski prostor. Kada se zapremina V smanji dotle da su molekuli "naslagani" jedan do drugog, dalje sabijanje je nemoguće. Ta zapremina gasa zove se kovolumen i obeležava slovom b . Otuda izlazi da sabijanje gasa može da ide samo do vrednosti $V-b$, koju unosimo u jednačinu stanja. To bi bila prva korekcija.

Druga korekcija, koju treba uneti u jednačinu stanja za idealne gasove, odnosi se na pritisak gasa usled dejstva međumolekulskih sila. Naime, pritisak gasa u unutrašnjosti veći je od pritiska koji gas vrši na zidove suda u kome se nalazi. Molekule gasa koji podju prema zidu "koče" drugi molekuli svojim uzajamnim dejstvom, tako da su udari o zid slabiji pa otuda i pritisak gasa niži. Zbog toga se onom pritisku p koji čitamo na manometru, dodaje još jedan član p_m , pa jednačina stanja za reache gasove (koju je dao Van der Vals) glasi:

$$(p + p_m)(V - b) = nRT.$$

Dodatni član za pritisak, p_m , zavisi od kvadrata gustine gasa a ova od specifične zapremine (koja je data recipročnom vrednošću gustine). Zato se uzima da je $p_m = \frac{a}{V^2}$, gde je

gde je a odredjena konstanta. Kada se to sada zameni u gornjem obrascu, dobija se konačan oblik Van der Valsove jednačine stanja realnih gasova:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = nRT \quad (XI, 4).$$

Ovakva jednačina stanja slaže se dosta dobro sa eksperimentalnim rezultatima, koji se dobijaju za realne gasove i pare, zbog čega se najčešće i koristi pored oko 158 drugih jednačina.

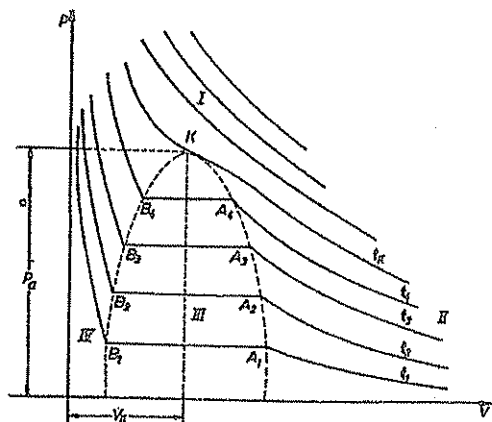
61

59 11.5. Realni gasovi i kritične temperature

Realni gasovi sa svojim ponašanjem odstupaju od idealnih. Tako, na primer, za izotermske procese kod idealnih gasova imamo ravnostrane hiperbole u pV - dijagramu. Kod realnih gasova izotermske krive daleko su komplikovanije i to utoliko više ukoliko je temperatura niža. Ako gas ima relativno visoku temperaturu, izoterme približno odgovaraju Bojli Mariotovom zakonu (sl. 71).

Izotermske krive ispod prevojne tačke K i odgovarajuće temperature t_K , imaju prelome u tačkama A_1, A_2, A_3 i A_4 i zatim, u B_1, B_2, B_3 i B_4 . Prirodno je postaviti pitanje kakve su to nagle promene u fizičkim osobinama gasa ili pare koje odgovaraju tim prelomima.

Da bismo na to pitanje odgovorili pogledajmo krive na sl. 71 polazeći od najniže izoterme sa temperaturom t_1 . Sa



Sl. 71

povećanjem pritiska smanjuje se zapremina po krivoj sve do tačke A_1 gde nastupa prelom. Sa daljim sabijanjem smanjuje se zapremina a pritisak ostaje isti. Takav slučaj imamo jedino ako se sistem sastoji od tečnosti i njene zasićene pare. Samo tada imamo smanjenje zapremine bez povećanja pritiska, jer odgovarajuća količina zasićene pare prelazi u tečnost, tj. kondenzuje se. To ide sve do tačke B_1 gde nastaje drugi prelom krive. U toj tački sva para se kondenzovala u tečnost, pa daljim sabijanjem imamo promenu zapremine tačnisti a ne pare. Stoga je dalje smanjenje zapremine neznatno i sa velikim pritiscima pa je kriva strma.

Izoterme na višim temperaturama imaju kraće horizontalne delove (A_2-B_2), (A_3-B_3 itd.) i to ide sve do tačke K na slici. Izoterma na toj temperaturi (t_K) nema horizontalni deo nego ima prevojnu tačku. Tačka K zove se kritična tačka a temperatura njene izoterme - kritična temperatura. Isto tako i pritisak i zapremina koji odgovaraju toj tački zovu se kritični pritisak i kritična zapremina. Izoterme sa temperaturama iznad kritične, približavaju se izotermama koje važe za idealne gasove. Prelaženje u tečnost moguće je samo ako se gas ohladi ispod kritične temperature. Otuda izlazi da ispod kritične temperature može postojati tečnost i njena zasićena para (oblast III). Iznad kritične temperature egzistira samo gas (oblast I) i bez obzira na pritisak, ne može se kondenzovati. Desno u dijagramu (oblast II) predstavlja oblast nezasićene pare, koja se približno ponaša po Bojli-Mariotovom zakonu. Oblast IV u stvari je tečnost, koju dobijamo pri kondenzaciji zasićene pare.

Najzad, istaknimo razliku između pojma pare i gasa. Pare su u stvari gasovi sa temperaturama ispod kritične, koje sa povećanjem pritiska mogu da predju u tečnosti. Kod gasova to nije slučaj, jer su to gasovita tela koja se ni sa kakvim pritiscima ne mogu kondenzovati, jer su im temperature iznad svojih kritičnih temperatura. Tako, na primer, kaže-mo vodena para a ne vođeni gas, jer je kritična temperatura vodena pare 374°C , što je daleko iznad prosečne dnevne temperature. S druge strane, kritična temperatura vazduha kao smeše gasova iznosi -186°C , pa kažemo da je vazduh gas a ne para na dnevnoj temperaturi. Vazduh može da predje u paru, ako se ohladi ispod kritične temperature (-186°C) jer se tada može kondenzovati. Na osnovu toga možemo zaključiti da gasovi imaju relativno niske, a pare relativno visoke kritične temperature.

Analizirajući ponašanje realnih gasova i para vidi se da u oblasti II i III imamo paru a ne gas. Međutim, i pare mogu biti različite vrste. Tako u oblasti II imamo nezasićenu paru, dok u oblasti III egzistira zasićena para koja se javlja pri isparavanju vode u parnim kotlovima i zatvorenim sudovima. No i ta zasićena para može biti vlažna i suva. Vlažna para je u stvari ona koja u sebi sadrži kapljice vode koje je sobom povukla sa površine vode pri isparavanju kada je to isparavanje bilo forsirano. Suva para, koja egzistira pod uslovima krive A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , i K, ne sadrži kapljice tečnosti. Suva para praktično se dobija ako u parnom kotlu imamo veliki parni prostor i ako isparavanje vode nije forsirano.

XII glava: PRENOŠENJE I PROLAŽENJE TOPLOTE

12.1. Vrste prenošenja toplote

Po Drugom zakonu termodinamike toplota se spontano prenosi sa tela više na telo niže temperature. Suprotan proces nikada se nije dogodio bez utroška energije koja se dovodi spolja. Pored prenošenja toplote za tehniku je značajno tzv. prolaženje toplote, kada se toplotna energija prenosi iz jedne u drugu sredinu kroz neki zid. Zato se prolaženje toplote zove još spoljašnje prenošenje toplote. Obzirom da su za tehniku od značaja i prenošenje i prolaženje toplote, biće reči o svakom procesu pojedinačno.

Prenošenje toplote sa jednog na drugo telo vrši se na tri principijelno različita načina: provodjenje (kondukcija), strujanje (konvekcija) i zračenje (radijacija).

Prenošenje toplote putem provodjenja javlja se kako kod čvrstih tela, tako i kod tečnosti i gasova. Kod gasova i tečnosti kondukcija je toliko slaba u odnosu na prenošenje toplote putem strujanja, da ih smatramo vrlo slabim provodnicima. Kod metala, pak, provodjenje je znatno što treba zahvatiti takozvanim slobodnim elektronima kojih u metalima uvek ima. Zato nije čudno što metalnu šipku ne možemo dugo držimo u ruci ako je drugi kraj u vatri. S druge strane, drvo na jednom kraju sagoreva, gde temperatura iznosi preko 600°C ,

a drugi kraj držimo u ruci. Reč je očigledno o različitim materijalima. Dok su metali dobri provodnici dotle drvo, vata, staklo i drugi, slabo provode toplotu i čine grupu termičkih izolatora.

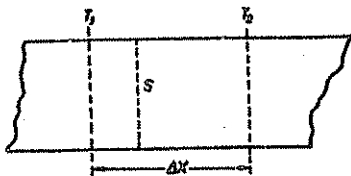
Strujanjem ili konvekcijom toplota se prenosi kroz tečnosti i gasove dok one struje, tj. dok se usmereno kreću. Na konvekciji su zasnovani prenošenje toplote kod centralnog grejanja, pojava Golske struje, strujanje u dimnjaku, vetar i drugi primeri.

Treći način prenošenja toplote vrši se putem termičkog zračenja koje emituje toplotni izvor. Termičko zračenje zagreva ono telo, odnosno onu sredinu, koja ih apsorbuje, a ne onu kroz koju zraci prolaze. Tipičan primer za ovakvo prenošenje toplote imamo kod zračenja sa Sunca. Emitovani zraci stižu na Zemlju koja ih apsorbuje i zagreva se. Pošto je termičko zračenje elektromagnetne prirode, to za njihovo prostiranje nije potrebna korpuskularna sredina. Naprotiv, najbrže se prostiru kroz vakum (300.000 km/s).

* 12.2. Provodjenje toplote

Provodjenje toplote predstavlja u suštini proces predavanja energije sa molekula na molekuli kod izolatora, a putem sudara slobodnih elektrona sa atomima i jonima, kod metala. Metali kao dobri provodnici toplote razlikuju se od izolatora po tome što imaju vrlo mnogo slobodnih elektrona koji se mogu kretati po celoj zapremini. Elektroni na zagrejanom delu metala počinju brže da se kreću i usled toga trpe mnogobrojne sudare sa jonima i atomima, vršeći pri tome s njima delimičnu razmenu energije. Taj se proces prenosi kroz metal i to mnogo brže nego oscilovanje molekula kod izolatora, pa je u jedinici vremena količina prenete toplote na jediničnom rastojanju mnogo veća kod prvih nego kod drugih tala.

Eksperimentalno se može dokazati da je količina prenete toplote (Q) kroz izvesno telo (sl. 72) upravo srazmerna temperaturskom gradijentu, koji predstavlja pad temperature po jedinici dužine u pravcu prenošenja ($\Delta T / \Delta X$). Ako u dvema tačkama tela nema razlike u temperaturi, nema ni provodjenja toplote, kao što nema ni električne struje u kolu gde nema razlike potencijala. Pored toga, preneti toplota zavisi i od poprečnog preseka S i vremena proticanja, pa imamo:



Sl. 72

$$Q = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta X} \tau.$$

(XII,1)

Sa provodjenjem toplote vezana je još jedna veličina pored

toplodne energije Q . To je tzv. termički fluks, ili protok toplote, koji se dobija kada količina prenete toplote Q (obrazac XII,1) podelimo sa vremenom tokom kojeg je toplotna energija prošla kroz presek tela:

$$Q_s = \frac{Q}{\tau}, \text{ odnosno}$$

$$Q_s = \lambda S \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

(XII,2).

Jedinica za termički fluks je vat, kao i za snagu, jer se radi o protektioj toploti za jednu sekundu.

Obe prethodne jednačine važe pod uslovom da je proces provodjenja toplote stacionaran, tj. da je temperaturski gradijent konstantan. Ukoliko to nije slučaj, onda se temperaturski koeficijent uzima u diferencijalnom obliku, što daje beskonačno malu promenu temperature na beskonačno malom rastojanju (dT/dx).

U jednačini XII,1 pojavljuje se λ , kao koeficijent proporcionalnosti, koji definiše termičku prirodu tela, zbog čega se zove termička provodnost, ili koeficijent termičke provodnosti.

Po definiciji,

Termička provodnost brojno je jednaka količini toplote koja prodje kroz telo poprečnog preseka $1m^2$, za vreme od jedne sekunde, kada je pad temperature $1K$ po dužini od jednog metra.

Jedinica za termičku provodnost u Međunarodnom sistemu je vat po metar.kelvinu ($W/m \cdot K$), koja se dobija uz relaciju XII,2. Inače, po definiciji,

vat po metar.kelvinu je termička provodnost homogenog tela u kome temperaturska razlika od $1K$, po dužini od jednog metra, poprečnog preseka $1m^2$, stvara termički fluks od jednog vata.

U sledećoj tabeli date su brojne vrednosti za termičku provodnost u odredjenim granicama, jer termička provodnost nije strogo konstantna veličina za isti materijal.

<u>materijal</u>	<u>termička provodnost ($W/m \cdot K$)</u>
srebro	300 - 310
bakar	260 - 280
aluminijum	155 - 170
gvoždje	40 - 48
bronza	25 - 35
cigla (opeka)	0,4 - 0,6
voda	oko 0,43
drvo	0,1 - 0,15
staklena vuna	0,03 - 0,05
vuna prirodna	0,03
vazduh	0,02

Uzgred navodimo da se zvanično, posle 1980. godine ne

može da koristi stara jedinica kcal/m·K·h, koja je od wata po metar kelvinu veća oko 15%.

Gornja tabela pokazuje da najveću termičku provodnost ima srebro, zatim bakar a za njima daleko zaostaje gvoždje, čija je termička provodnost skoro 8 puta manja. Sada postaje jasno zašto su metali dobri provodnici toplote. Jer, svi drugi materijali daleko zaostaju, pa ih stavljamo u grupu dobrih termičkih izolatora. Opeka, vuna, vazduh (kad miruje), kao i staklena vuna jesu dobri termički izolatori.

✱ 12.3. Strujanje i zračenje

Drugi način prenošenja toplote, putem strujanja, vrši se kod tečnosti i gasova dok se usmereno kreću, tj. dok struje ukoliko postoji razlika u temperaturi. Kod tečnosti se to događa kada se odozdo zagrevaju. Donji slojevi tada postaju usled širenja specifički lakši i penju se na više, dok hladni kao specifički teži padaju dole. Molekuli sobom nose toplotu i u tome se konvekција bitno razlikuje od kondukcije. Naime, kod kondukcije toplota se prenosi sa elektro-na ili atoma na atom ili molekul u pravcu prenošenja toplote. Ovde pak, zagrejani molekuli struje i nose toplotu i pre- daju je onoj sredini u koju stignu. Da se kroz tečnosti prak-tično toplota ne može drukčije preneti, jer su tečnosti vrlo slabi provodnici, može nam pokazati sledeći ogled. U epruvetu stavimo komad leda koji obavijamo bakarnom žicom da ne bi isplivao na površinu kada unutra sipamo vodu. Na pogodan način zagrevamo gornji deo epruvete (sa upaljačem) koja je koso pos-tavljena. Površinski slojevi vode mogu se zagreјati čak i do ključanja, a da se led na dnu ne istopi. Razlog je očigledan - voda i staklo su slabi provodnici i toplota ne može da se prenese na donje slojeve. Međutim, ako se zagreје donji deo epruvete, led koji pliva na površini brzo će se istopiti. Top-lota se odozdo prenela na više putem strujanja:

Otuda postoje očigledno kako se zagrevaju prostoriје pomoću centralnog grејanja, kada je izvor toplote (parni ko-tao) u podrumu zgrade. Zagrejana voda iz kotla penje se kroz cevi u vis, hladi se u radijatorima i tako ohladjena (pošto je predala toplotu) vraća se opet u kotao. Radijatori imaju, dalje, zadatak da prenesu toplotu sa vode na okolni vazduh u prostoriji. To prelaženje toplote sa vode na zid radijatora vrši se putem dodira - konvekcije i zračenja.

Zračenje je treći način prenošenja toplote sa toplijeg na hladnije telo, pri čemu se toplota ne prenosi direktno. Naime, termičko zračenje koje emituje toplotni izvor jeste rezultat transformacije unutrašnje energije tela u energiju elektromagnetnog zračenja. Takvi zraci zovu se još infracrveni zraci. Atomi, molekuli ili elektroni dobijaju toplotnu ene- rgiju u procesu toplotnog kretanja pri čemu se dovode u pobu-djeno stanje. Vraćajući se u normalno, prvobitno stanje oni

emituju primljenu toplotnu energiju u vidu termičkog zračenja, koje je nosi sve dok ne stigne u sredinu koja ih apsorbuje. Ta sredina dobija tada toplotu sa toplotnog izvora.

Ono što bitno razlikuje ovaj način prenošenja toplote od provodjenja i strujanja, sastoji se u činjenici da ovdje nije potrebna korpuskularna sredina kroz koju zraci treba prolaziti. Kako bi se inače objasnilo prostiranje svetlosti i termičkog zračenja sa Sunca na Zemlju, kada znamo da zraci prolaze kroz vakuum dug oko 149.10^6 km. Toplotni zraci zagrevaju samo ona tela koja ih apsorbuju. Kao primer možemo uzeti zagrevanje zemljine površine. Zemlja apsorbuje sunčeve zrake i zagreva se. Slojevi vazduha neposredno do Zemlje zagrevaju se pri dodiru sa njom. Zagrejani vazduh kao lakši pe- nje se naviše a hladniji pada dole. Na taj način nastaje zagrevanje vazduha u atmosferi.

Energija zračenja koju toplotni izvor emituje (u sekundi) zavisi od apsolutne temperature samog izvora. Taj odnos dali su Stefan i Bolcman u obliku obrasca

$$E = \sigma T^4,$$

(XII, 3)

gde su E - emisiona moć tela, odnosno emitovana energija zračenja sa 1 cm^2 površine zagrejanog tela, za jednu sekundu, a T - apsolutna temperatura toplotnog izvora. Konstanta σ zove se Stefanova konstanta koja ima određenu brojnu vrednost. Iz obrasca se jasno vidi da emisiona moć jednog toplotnog izvora zavisi od četvrtog stepena apsolutne temperature. To znači da telo sa tri puta višom temperaturom emituje 81 puta veću energiju.



12.4. Prolaženje toplote

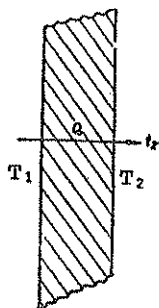
Prolaženje toplote predstavlja prenošenje toplote iz jedne sredine kroz zid u drugu sredinu (sl. 73), pod uslovom da su različite temperature jedne i druge sredine (T_1 i T_2). Kao primer možemo uzeti prolaženje toplote sa zagrevane vode ili pare u radiatoru kroz zid na okolni vazduh

Proces prolaženja toplote uključuje sva tri načina prenošenja - konvekciju, zračenje i kondukciju, a odigrava se u tri faze.

Prva faza predstavlja prelaženje toplote sa zagrevane vode ili pare na unutrašnji zid radijatora.

Druga faza je u stvari provodjenje toplote kroz sam zid radijatora, s obzirom na to da je temperatura spoljnog zida niža od temperature unutrašnjeg.

Najzad, treća faza odgovara prelaženju toplote sa spoljnog zida radijatora na okolni vazduh.



Sl. 73

Prelaženje toplote sa vode na zid ili sa spoljnog zida na vazduh, vrši se putem konvekcije (dodira) i zračenja. Udeo konvekcije je utoliko veći ukoliko je temperatura zagrejanog tela niža. Drugim rečima, udeo konvekcije je veći u odnosu na zračenja kad se radi o relativno nižoj temperaturi radnog tela u radiatoru. Naravno, važi obrnuto, da zračenje postaje veće kada je temperatura radnog tela viša u odnosu na onu nižu temperaturu.

Količina prenete toplote je ista u sve tri faze, obzirom da nema gubitaka niti dodavanja energije pri procesu prolaženja toplote. Zato možemo da napišemo relaciju po kojoj količina toplote koja je prešla iz jedne sredine kroz zid u drugu sredinu zavisi od površine zida, razlike u temperaturama odnosnih sredina i vremena prolaženja toplote:

$$Q = KS(T_1 - T_2)t \quad (\text{XII.4}).$$

Koeficijent proporcionalnosti K predstavlja koeficijent prolaženja toplote, čija definicija glasi:

Koeficijent prolaženja (prolaza) toplote brojno je jednak količini toplote koja predje iz jedne u drugu sredinu kroz zid površine 1 m² za 1 s, kada je razlika u temperaturama odnosnih sredina jedan kelvinov stepen.

Jedinica za koeficijent prolaza može se dobiti iz gornje relacije, ako je prevedemo u termički fluks, podelom sa vremenom prolaženja toplote:

$$Q_S = \frac{Q}{t} = K \cdot S(T_1 - T_2) \quad (\text{XII.5}).$$

Odatle je

$$K = Q_S / S(T_1 - T_2), \text{ odnosno}$$

$$K (=) \text{ W/m}^2 \cdot \text{K},$$

što omogućava i definiciju. Naime,

vat po metru kvadratnom kelvinu je termički fluks od jednog vata, koji predje kroz zid iz jedne u drugu sredinu pod temperaturnom razlikom od jednog kelvina, kada je površina zida 1 m².

Uz ovu definiciju treba naglasiti da koeficijent prolaza toplote nema strogo određenu brojnu vrednost iz prostog razloga što zavisi od brojnih faktora, kao što su brzina strujanja zagrejane tečnosti ili pare (u radiatoru ili parnom kotlu) od oblika površine zida, kao i od prirode samog zida. Zato se brojne vrednosti uzimaju samo orijentaciono. U prilog tome navedimo konkretno da je koeficijent prolaza kroz zid od gvoždja kod parnog kotla, gde sa jedne strane imamo usijane gasove sa druge - vođenu paru, oko 10W/m²K.

RAČUNSKI ZADACI IZ TOPLOTE I TERMODINAMIKE

1. Koliku količinu toplote treba dovesti da se 300 litara vode zagreje i ispari na temperaturi ključanja od 100°C , ako je početna temperatura vode 20°C , a toplota isparavanja $q_i = 2,26 \text{ MJ/kg}$?

Specifična toplota vode: $c_v = 4.186 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$. Toplotnu energiju izraziti u MJ i kWh.

Odgovor: Ukupna količina toplote (Q_u) iznosi:

$$Q_u = Q_t + Q_i = m_v c_v \Delta t + m_v q_i$$

odnosno:

$$Q_u = 300 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}^{\circ}\text{C}} \cdot 80^{\circ}\text{C} + 300 \text{ kg} \cdot 2,26 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$$

$$Q_u = 778,5 \text{ MJ} = 216,3 \text{ kWh}$$

2. Čelični most preko Dunava ima dužinu od 820m na Celzijusovoj nuli. Za koliko se promeni dužina mosta pri promeni temperature od -20°C do 20°C ?

Termički koeficijent linearnog širenja čelika iznosi $12 \cdot 10^{-6} 1/^{\circ}\text{C}$.

Rešenje: $\Delta L = 0,3936 \text{ m} = 39,36 \text{ cm}$.

3. Koliko toplotne energije treba dovesti gvozdеноj šipki, mase $m = 3 \text{ kg}$ i dužine od 2m, da bi imala izduženje $\Delta L = 1,5 \text{ mm}$?

Specifična toplota gvoždja iznosi $460,46 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$; termički koeficijent linearnog širenja je $12 \cdot 10^{-6} 1/^{\circ}\text{C}$.

Odgovor: $Q = m c \Delta t = mc \frac{\Delta L}{L \cdot \alpha}$,

odnosno: $Q = 86,34 \text{ kJ}$

4. Koliko treba utrošiti mrkog uglja, čija je toplotna moć $5,2 \frac{\text{kWh}}{\text{kg}}$, da se 250kg vode u parnom kotlu zagreje i ispari, ako je početna temperatura vode bila 18°C ?

Toplota isparavanja vode je $0,628 \text{ kWh/kg}$, a specifična toplota vode: $4186 \text{ J/kg}^{\circ}\text{C}$.

Odgovor: $m_u \cdot q_s = m_v \cdot c_v \cdot \Delta t + m_v \cdot q_i$,

odnosno: $m_u = \frac{m_v \cdot c_v \cdot \Delta t + m_v q_i}{q_s}$

pa se dobija:

$$m_u = \frac{250 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg}^\circ\text{C}} \cdot 82^\circ\text{C} + 250 \text{ kg} \cdot 0,628 \frac{3,6 \cdot 10^6}{\text{kg}} \text{ J}}{5,2 \cdot \frac{3,6 \cdot 10^6}{\text{kg}} \text{ J}}$$

odnosno: $m_u = 34,77 \text{ kg}$.

5. Dve železničke šine, koje su pričvršćene svojim krajevima, postavljene su tako da između njih nema slobodnog prostora. Kolika će se sila termičkog naprezanja pojaviti, ako se šine zagreju za 40°C ?

Moduo elastičnosti čelika iznosi $E = 20.600 \text{ kN/cm}^2$, poprečni presek šine je 86 cm^2 , a koeficijent linearnog širenja je $12 \cdot 10^{-6} 1/^\circ\text{C}$.

Odgovor: Šine nisu mogle da se šire, pa je došlo do termičkog naprezanja (F/S). Ispada kao da su šine sabijene za ΔL , zbog čega se termičko naprezanje povezuje sa mehaničkom dilatacijom:

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{E \cdot S} \quad \text{i} \quad \Delta L = L \alpha \cdot \Delta t.$$

Odatle je: $F = 850,4 \text{ kN}$.

6. Kolika je promena unutrašnje energije, ako se gas pri konstantnom pritisku od jednog bara, širi od 10 m^3 do 16 m^3 , pod uslovom da je primio količinu toplote od 2 kWh .

Promenu unutrašnje energije izraziti u megadžulima i kilovat časovima:

Odgovor: Na osnovu prvog zakona termodinamike imamo:

$$\Delta U = Q - A = Q - p \cdot \Delta V,$$

odnosno:

$$\Delta U = 2 \cdot 3,6 \cdot 10^6 \text{ J} - 10^5 \text{ Pa} (16 \text{ m}^3 - 10 \text{ m}^3),$$

ili:

$$\Delta U = 7,2 \text{ MJ} - 0,6 \text{ MJ} = 6,6 \text{ MJ}.$$

$$\Delta U = 1,833 \text{ kWh}.$$

7. Karnoova idealna parana mašina u jednom svom ciklusu primi od grejača 1 MJ , pri temperaturi od 393 K . Od te toplotne energije jedan deo predje u rashladjivač, čija je temperatura 295 K .

Izračunati:

a) Izvršeni mehanički rad (A),

- b) količinu toplote koju je primio rashladjivač (Q_2), i
 c) termički stepen korisnog dejstva toplotne mašine (η_t).

Odgovor:

$$a) A = Q_1 \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 254,5 \text{ kJ.}$$

$$b) Q_2 = Q_1 - A = 745,5 \text{ kJ}$$

$$c) \eta_t = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 25,4\%.$$

8. Idealna parna mašina ima termički stepen korisnog dejstva od 40%. Temperatura rashladjivača iznosi 280 K. Koliko treba podići temperaturu u grejaču (kotlu), da bi se stepen korisnog dejstva povećao na 50%.

Odgovor: Temperatura grejača za stepen korisnog dejstva od 0,4, dobija se iz relacije

$$\eta_t = (T_1 - T_2) / T_2 \text{ i iznosi: } T_1 = 466,7 \text{ K.}$$

Povišenje temperature grejača za povećani stepen korisnog dejstva dobija se iz jednačine:

$$\eta_t' = \frac{T_1 + \Delta T_1 - T_2}{T_1 + \Delta T_1}.$$

Odatle je:

$$\Delta T_1 = \frac{T_2 - T_1 (\eta_t - 1)}{1 - \eta_t} = 93,3 \text{ K.}$$

9. U parnom kotlu, čija je površina $S = 13 \text{ m}^2$, nalaze se voda i para (pod pritiskom), na temperaturi $t_u = 180^\circ \text{C}$. Temperatura spoljne strane zida iznosi $t_s = 20^\circ \text{C}$. Debljina zida iznosi 0,8 cm, a koeficijent termike provodnosti čelika $\lambda = 58 \text{ J/m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ \text{C}$.

Izračunati snagu grejača (toplote sa ložišta kotla) koju treba dovoditi spolja parnom kotlu, da bi temperatura vode i pare ostala ista. Snagu izraziti u vatima i megavati-ma:

$$P = \frac{Q}{\tau} = \lambda \cdot S \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} = 58 \frac{\text{J}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot ^\circ \text{C}} \cdot 13 \text{ m}^2 \cdot \frac{160^\circ \text{C}}{0,8 \cdot 10^{-2} \text{ m}},$$

odnosno:

$$P = 15,08 \cdot 10^6 \text{ W} = 15,08 \text{ MW.}$$

Dakle, radi se o velikoj snazi od 15 megavata.

10. Čelični štáp dužine od 1 m i poprečnog preseka 4 cm^2 , greje se na jednom kraju pri čemu se temperatura održava na 300°C .

Drugi kraj štapa je stavljen u led temperature 0°C .

Kolika će se masa leda istopiti za 20 min, ako je doeficijent termičke provodnosti $58\text{J/m}\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}$, a toplota topljenja leda $334,88\text{ kJ/kg}$?

Odgovor: Pošto nema gubitaka, preneti toplota kroz štát do leda otišla je na njegovo topljenje, pa imamo:

$$m q_L = \lambda \cdot S \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \tau,$$

a odatle:

$$m = 24,94 \cdot 10^{-3} \text{ kg} = 24,94 \text{ g}.$$

III DEO

ELEKTRIČNE STRUJE

XIII. glava: ELEKTRIČNO POLJE I NAPON

13. 1. Električna struktura materije

S obzirom na to da svaki atom ima elektrone koji kruže oko jezgra i protone pozitivno naelektrisane u jezgri, postaje očigledno da materija ima svoju električnu strukturu. Negativnoj vrsti elektriciteta pripada elektron (e^-) koji ujedno predstavlja najmanju moguću količinu elektriciteta koja može da egzistira samostalno. Nasuprot elektronu stoji pozitron (e^+) koji se od elektrona razlikuje samo po vrsti naelektrisanja (pozitivno naelektrisanje) jer su po količini elektriciteta isti. Pozitron je naelektrisanje koje ima proton. Proton i neutron jesu osnovne čestice koje čine jezgro atoma. Kako je neutron električno neutralan u odnosu na svoju okolinu, izlazi da je jezgro pozitivno naelektrisanost oko koga kruže elektroni.

Jedan atom može da bude neutralan, naelektrisan pozitivno ili negativno. Atom je neutralan kada je broj elektrona, koji kruže oko jezgra, jednak broju protona u jezgri. Može se, međutim, desiti da atom pri svojoj jonizaciji izgubi jedan ili više elektrona. Tada kažemo da je dobijen jon sa jednim ili više elektrona u manjku. Pošto je broj protona u jezgri ostao isti, takav jon predstavlja pozitivno naelektrisanu česticu. Ako se dogodi suprotno, naime, ako atom dobije jedan ili više elektrona, imaćemo negativan jon jer su tada

elektroni u višku.

Sve što je rečeno za atom i jon, važi i za telo, iz prostog razloga što se telo sastoji iz atoma i molekula koji mogu da budu kako neutralni tako i jonizovani. Otuda, svako telo ima i negativno i pozitivno naelektrisanje. Ako su ta dva naelektrisanja u podjednakim količinama, telo je neutralno. U slučaju da su elektroni u višku, telo će biti negativno naelektrisano i imaće količinu elektriciteta (q) koja predstavlja naelektrisanje onih elektrona u višku. Obratno, telo sa manjkom elektrona, pozitivno je naelektrisano. Količina elektriciteta biće i ovde jednaka naelektrisanju onog broja elektrona koji su u manjku. Jedinica za količinu elektriciteta jeste kulon (1 C), koji predstavlja naelektrisanje koje imaju $6,25 \cdot 10^{18}$ elektrona.

S obzirom na to da se proton i elektron javljaju kao naelektrisane čestice, neophodno je dati izvesne osnovne podatke kao i njihovo ponašanje u atomu.

Proton ima masu ravnu $1,67 \cdot 10^{-24}$ g, koja je oko 1840 puta veća od mase elektrona. Neutron je po masi praktično jednak protonu a oba su približno jednaka masi 16. dela kiseonika koji je uzet za atomsku jedinicu mase.

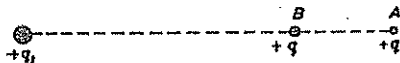
Elektroni kruže oko jezgra zbog uzajamnog električnog privlačnog dejstva sa protonima. To su takozvane privlačne Kulonove sile, koje su po intenzitetu ravne centrifugalnoj sili elektrona dok se kreće po kružnoj putanji. Po toj logici teško je objasniti činjenicu da se protoni (iako se odbijaju) drže međusobno, kao i protoni i neutroni, u jezgru. U stvari, oni se drže u jezgru tzv. nuklearnim silama, čija se priroda danas intenzivno proučava.

63

13.2. Električni potencijal i napon

Svako naelektrisano telo poseduje električno polje i zajedno sa njim obrazuje jedinstven materijalni sistem. To znači da tamo gde ima naelektrisanog tela, mora da postoji i električno polje. Slično je i sa masom tela i gravitacionim poljem o kome je već bilo reči.

Električno polje po definiciji, predstavlja prostor oko naelektrisanog tela u kome se manifestuje dejstvo električne sile. Električna sila može da bude privlačna ili odbojna zavisno od naelektrisanih tela koja uzajamno deluju. Da bi se takvo polje moglo da prouči potrebno je u polje naelektrisanog tela q_1 uvesti izvesno probno naelektrisanje q , kako je na sl. 74 i dato.



Sl. 74

Između naelektrisanih tela q_1 i q deluje odbojna elek-

trična sila, obzirom da su i jedno i drugo naelektrisanje pozitivno. Otuda će se probno naelektrisanje q kretati spontano tako da će se udaljavati od naelektrisanja q_1 , koje prouzrokuje električno polje. To tako može da ide do beskonačnosti gde se ne oseća dejstvo električnog polja, odnosno električne sile. Ako sada hoćemo da vratimo probno naelektrisanje q u tačku A, potrebno je izvršiti odgovarajući rad, radi saviadjivanja odbojne sile. Taj rad biće utoliko veći ukoliko je naelektrisanje q veće, odnosno polje jače. Izvršeni rad prelazi u elektrostatičku energiju probnog naelektrisanja. Količina te energije koju poseduje naelektrisanje od jednog kulona, u datoj tački polja (tačka A), zove se električni potencijal, a dat je količnikom energije i naelektrisanja:

$$V_A = \frac{E_A}{q} \quad (\text{XIII}, 1)$$

Da bismo naelektrisanje q doveli u tačku B, potrebno je dalje vršiti rad, radi saviadjivanja odbojne sile. I taj rad odlazi na povećanje energije naelektrisanja q , zbog čega će potencijal u tački B biti viši, tj.:

$$V_B = \frac{E_B}{q}$$

Tada kažemo da postoji razlika potencijala između navedenih tačaka u polju ($U = V_B - V_A$). Zamenom potencijala u jednoj i drugoj tački dobićemo da je

$$U = V_B - V_A = (E_{PB} - E_{PA}) / q,$$

odnosno:

$$U = A / q \quad (\text{XIII}, 2).$$

Odavde imamo i definiciju:

Napon je brojno jednak radu koji treba izvršiti da se jedinična količina elektriciteta prenese iz jedne u drugu tačku polja.

Jedinica za električni napon zove se volt (1 V):

Volt je napon između dve tačke u polju kada je za prenošenje naelektrisanja od jednog kulona potrebno izvršiti rad od jednog džula (1 V = 1 J/C).

Predhodna jednačina može se i drukčije napisati,

$$A = q \cdot U \quad (\text{XIII}, 3),$$

odakle se dobija rad sile u električnom polju, koji zavisi od probnog naelektrisanja i napona između datih tačaka polja. Jedinica je džul: 1 J = 1 Cv. Međutim, za atomsku i nuklearnu fiziku džul je neverovatno velika jedinica za rad i energiju, pa je na osnovu prethodne relacije uzeta druga: elektron-volt (1 eV), čija definicija glasi:

Elektronvolt je energija koju stekne elektron kada se ubrzava u polju pod naponom od jednog volta.

Može se elektronvolt uzeti i kao rad koji treba izvršiti da se elektron prenese u koćećem polju pod naponom od jednog volta.

Elektronvolt je dozvoljen za upotrebu i posle 1980. godine, pa je potrebno dati odnos sa džulom:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ CV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J.}$$

Mogu se koristiti i multipli, kao što su 1 keV, 1 MeV, 1 GeV i drugi.

61⁶²

13.3. Kulonov zakon za tačkasta naelektrisanja

Mehaničko uzajamno dejstvo dva naelektrisanja tela proučio je Kulon pomoću specijalne torzione vage. Pokazalo se da je sila (privlačenja ili odbijanja) upravo srazmerna količinama elektriciteta jednog i drugog tela a obrnuto, srazmerna kvadratu njihovog međusobnog rastojanja, po obrascu:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (\text{XIII, 4}).$$

Konstanta k zavisi od prirode sredine u kojoj se nalaze naelektrisanja q_1 i q_2 . Poredimo li ovaj obrazac sa Njutnovim zakonom gravitacije, vidimo da i u jednom i drugom slučaju sile opadaju sa kvadratom rastojanja. Medjutim, ta analogija je formalna, jer elektrostatičko dejstvo dva naelektrisanja tela može da bude privlačno ili odbojno, dok mase imaju samo privlačno dejstvo. S druge strane, gravitaciona konstanta je univerzalna i ne zavisi od sredine u kojoj se nalaze mase. Konstanta k zavisi od sredine, odnosno njene električne prirode po obrascu

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon},$$

gde je ϵ - dielektrična konstanta sredine. Kulonov zakon može sada da se napiše i drukčije:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (\text{XIII, 5}).$$

Dielektrična konstanta sredine jeste veličina koja karakteriše uticaj te sredine na silu privlačenja ili odbijanja dva naelektrisanja koja se u njoj nalaze. Sredine koje imaju veću dielektričnu konstantu smanjuju silu uzajamnog dejstva između dva naelektrisanja. Zato je uzajamno dejstvo najjače između naelektrisanih tela kada se nalaze u vakuumu.



Sl. 75

Kulonov zakon može se dati i u vektorskom obliku slično

Njutnovom zakonu gravitacije, koristeći se sl. 75.
Naime,

$$\vec{F} = \pm k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \cdot \vec{r}_0. \quad (\text{XIII}, 6).$$

Znak minus odnosi se na privlačnu silu dva naelektrisanja, dok znak plus znači odbojno dejstvo.

13.4. Električno polje i električni fluks

Naelektrisanost tela menja osobine u svojoj okolini proizvodeći električno polje. Takvo polje zove se elektrostatičko dok naelektrisanje miruje. Takvo polje može da se prouči pomoću veličina kao što su potencijal i napon, jačina polja i druge. S obzirom na to da znamo što je potencijal u datoj tački polja, ostaje još jačina polja.

O osobinama električnog polja u datoj tački može se suditi po intenzitetu sile F , koja deluje na probno pozitivno naelektrisanje q , kada se ono nadje u polju naelektrisanja q_1 . Dejstvo električne sile na jedinično probno naelektrisanje predstavlja jačinu polja E u datoj tački (sl. 74), pa imamo da je

$$E = \frac{F}{q}. \quad (\text{XIII}, 7).$$

Odatle sledi definicija:

Jačina električnog polja brojno je jednaka sili kojom polje deluje na jediničnu količinu elektriciteta.

Ako se radi o Kulonovom polju tačkastog naelektrisanja, gde je sila data po obrascu XIII, 4, jačina polja dobija sledeći oblik:

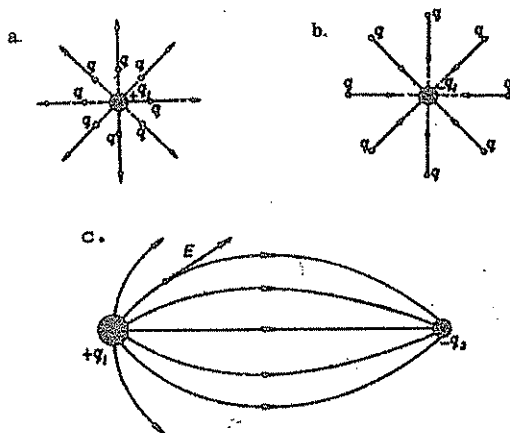
$$E = k \frac{q_1}{r^2}. \quad (\text{XIII}, 8).$$

Dakle jačina polja kod tačkastih naelektrisanja opada sa kvadratom rastojanja. Jedinica za jačinu polja jeste njuton po kulonu (N/C), koja nema svoje ime. U stvari, to je isto što i volt po metru (V/m), jer je:

$$\frac{N}{C} = \frac{J}{C \cdot m} = \frac{CV}{Cm} = \frac{V}{m}.$$

Jačina polja je vektorska veličina jer predstavlja pravac dejstva polja, odnosno sile, na probno naelektrisanje. Što se tiče smjera dejstva jačine polja treba reći da se smer jačine polja slaže sa smerom sile koja deluje na pozitivno probno naelektrisanje q . To naelektrisanje kreće se u smeru dejstva jačine polja, kako je pokazano na sl. 76(a i b). U prvom slučaju, zbog odbojnog dejstva istoimenih naelektrisanja q_1 i q , doći će do udaljavanja q u pravcu radijalno od q_1 . U drugom slučaju (sl. 76b), zbog privlačnog dejstva, smer probnog naelektrisanja biće suprotan od prvog. Takvi pravci dejstva

lja zovu se linije električne sile, koje "izviru" iz pozitivnog a "uviru" u negativno naelektrisanja. Linije električne sile mogu da budu krive linije ako se radi o dva (ili više) naelektrisanja, kao što je prikazano na sl. 76c. Jačina



Sl. 76(a,b,c)

polja E u datoj tački polja je tangenta na liniji sile. Takva polja su nehomogena jer je u svakoj tački jačina polja sa drugom vrednosti. Prostiija su homogena polja gde je jačina jedna i ista u svim tačkama polja, kada su linije sile međusobno paralelne.

Električni fluks je treća veličina koju treba proučiti kada je reč o polju. Naime, to je ukupan broj linija električne sile koje prolaze kroz datu zatvorenu površinu u kojoj se nalazi neko tačkasto naelektrisanje q . Uzeto je da jačina polja predstavlja broj linija električne sile koje prolaze kroz jediničnu površinu, normalno postavljenu:

$$E = \frac{\Phi}{S},$$

odakle je električni fluks:

$$\Phi = ES.$$

(XIII,9).

Ako se radi o tačkastom naelektrisanju, gde je jačina polja data obrascem XIII,8, kada je S sferna površina kroz koju prolaze linije električne sile, imamo sledeći obrazac za fluks

$$\Phi = k \frac{q}{r^2} 4\pi r^2 = 4\pi kq = \frac{q}{\epsilon}$$

(XIII,10).

Poslednji obrazac predstavlja poznatu Gausovu teoremu odakle se vidi da je ukupan broj linija električne sile zavisao od količine elektriciteta datog naelektrisanog tela.

64 13.5. Električna kapacitivnost. Dielektrici

Dovodjenjem naelektrisanja jednom telu dolazi do porasta potencijala. Isto tako, dovodjenjem naelektrisanja dvema pločama (provodnicima) dolazi do povišenja napona. Naime, eksperimentalno je utvrđeno da između dovedene količine elektriciteta i napona između ploča postoji linearan odnos.

$$q = CU,$$

gde je C - konstanta proporcionalnosti. Fizički smisamo te konstante dobija se iz samog obrasca. Naime,

$$C = q/U$$

(XIII, 11),

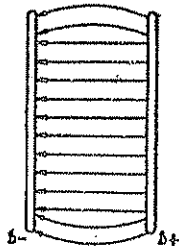
odakle se vidi da je C - kapacitivnost tog sistema od dve provodničke ploče, koji predstavlja tzv. kondenzator. Inače, po definiciji,

električna kapacitivnost kondenzatora brojno je jednaka naelektrisanju koje treba dovesti pločama da bi se napon povišio za jedan volt.

Jedinica za električnu kapacitivnost je farad (1 F). Čija definicija glasi:

farad je kapacitivnost kondenzatora čiji napon poraste za 1 volt, kada se na ploče dovede naelektrisanje od jednog kulona (1 F = 1C/V).

Pošto je farad vrlo velika jedinica za kapacitivnosti kondenzatora koji se upotrebljavaju, u praksi se koriste delovi farada kao što su 1 μ F, 1 nF, 1 pF, i drugi. Kondenzatora ima raznih po konstrukciji i dielektriku. Jedan od najjednostavnijih je tzv. pločasti kondenzator između čijih se ploča nalazi neki dielektrik, koji može da bude i vazduh. Električno polje je homogeno, jer su linije električne sile međusobno paralelne. Uz to treba naglasiti da kapacitivnost kondenzatora ne zavisi od prirode ploča, tj. ne zavisi od vrste provodnika, s obzirom da se naelektrisanja jedne i druge ploče raspoređuju samo po površini. S druge strane, kapacitivnost kondenzatora zavisi od "prepokrivenih" površina tih ploča, kao i od njihovog međusobnog rastojanja. Isto tako, kapacitivnost pločastog kondenzatora zavisi i od prirode dielektrika između ploča. Eksperimentalno je provereno da je kapacitivnost veća ukoliko je "prepokrivena" površina veća, a rastojanje između ploča manje, po obrascu:



sl. 77

$$C = \epsilon \frac{S}{d}$$

(XIII, 12).

Konstanta ϵ je ustvari dielektrična konstanta (specifična

kapacitivnost dielektrika) sredine, odnosno dielektrika između ploča, koja karakteriše dielektričnu prirodu dielektrika. Da kapacitivnost kondenzatora zavisi i od dielektrične konstante, može se proveriti putem sledećeg oglada. Uzme se neki dielektrik (parafin, liskun, voda ili nešto drugo) i stavi između ploča kondenzatora. Dobiće se kapacitivnost određena relacijom XIII,12. Onda se izvuče taj dielektrik posle čega ostane vazduh (a može i vakuum). Dobiće se druga kapacitivnost C_0 , po relaciji $C_0 = \epsilon_0 \cdot S/d$. Kada se prethodna jednačina (XIII,12) i ova podeli, dobiće odnos kapacitivnosti jednog i istog kondenzatora, kao i odnos dielektričnih konstanti nekog dielektrika i vazduha ili vakuuma:

$$\frac{C}{C_0} = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \epsilon_r \quad (\text{XIII},13).$$

Dobijena relativna vrednost dielektrične konstante (ϵ_r) predstavlja neimenovan broj, jer daje odnos dielektrične konstante nekog dielektrika i dielektrične konstante vazduha ili vakuuma. Ustvari, relativna vrednost dielektrične konstante govori o kvalitetu dielektrika. Zato su u donjoj tabeli date brojne vrednosti za one materijale koji se u elektrotehnici često koriste.

<u>Materijal</u>	<u>ϵ_r</u>	<u>Materijal</u>	<u>ϵ_r</u>
Vakuum	1	Vazduh	1,006
Voda	81	Šelak	3-3,7
Liskun	6-9	Porcelan	4-6
Staklo	5-10	Mermer	6-8
Ebonit	3	Parafin	2
Transformatorsko ulje	2,2	Petroleum	2-2,1
		Hartija	2-2,5

Jedinica za dielektričnu konstantu, u Međunarodnom sistemu, jeste farad po metru, što se dobija iz relacije XIII,12. Inače, brojna vrednost dielektrične konstante dobija se iz relacije XIII,13, odakle je:

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \quad (\text{XIII},14).$$

Naime, dielektrična konstanta za neki dielektrik dobija se tako što se relativna vrednost množi sa dielektričnom konstantom za vazduh, odnosno vakuum. Zato treba znati brojnu vrednost dielektrične konstante za vazduh, odnosno vakuum. Imajući u vidu jedinice Međunarodnog sistema, njena brojna vrednost iznosi

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m.}$$

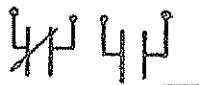
Ovo je jedna od važnih fizičkih konstanti, pa se njena vrednost treba da zapamti.



13.6. Kondenzatori

Savremeni kondenzatori, koji se primenjuju u radiotehnici i uopšte u elektrotehnici, imaju različite konstrukcije i kapacitivnosti. To zavisi od primene samog kondenzatora. Mogu da se dele na razne načine, recimo po kapacitivnosti, dielektriku, ili na neki drugi način.

Po kapacitivnosti, kondenzatori se dele na one sa stalnom i one sa promenljivom kapacitivnošću. Na sl. 78 dati su šematski prikazi za jedan i drugi kondenzator. Prva šema predstavlja kondenzator sa stalnom kapacitivnošću, dok druga pokazuje promenljivu kapacitivnost. Zato je data sa strelicom.



Po vrsti dielektrika, koji se stavlja između ploča, kondenzatori se dele na blok-kondenzatore (sa parafinom), elektrolitičke, vazdušne i keramičke.

Sl. 78

Blok-kondenzatori grade se u obliku rolne kod kojih je dielektrik naparafinisan karton a provodnici - tanke folije nekog metala s jedne i druge strane dielektrika.

Elektrolitički kondenzatori liče na ćelije suve baterije (Leklanševog elementa) po svom spoljnjem izgledu. Grade se na sledeći način: jedna šipka od aluminijuma služi kao pozitivni provodnik (armatura), a druga - elektrolit koji se nalazi u sudu valjkastog oblika. Ulogu dielektrika igra tanak sloj oksida aluminijuma koji se pomoću elektrolize nataloži na pomenutoj šipki. S obzirom na to da je debljina dielektrika (oksida) vrlo mala (nekoliko mikrona) a njegova relativna dielektrična konstanta velika (oko 8), to elektrolitički kondenzatori imaju veliki kapacitet po jedinici zapremine. Zbog toga se često i koriste u radio-tehnici.

Keramički kondenzatori, kako samo ime kaže, imaju dielektrik od visokokvalitetne keramike. Za armature (provodnike) koriste se tanki slojevi srebra koji se nanose na suprotnim stranama dielektrika.

Svi pobražani kondenzatori imaju stalne kapacitivnosti, čija je brojna vrednost određena prirodom dielektrika, rastojanja armatura i "pokrivenom" površinom provodnika. Medjutim, često je u radio-tehnici potreban kondenzator sa kapacitivnošću koja može da se menja od nulte do izvesne maksimalne vrednosti. To se postiže izradom sistema armature u obliku kružnih sektora. Sektori su složeni u dva sloga (parni i neparni) koji ulaze jedan u drugi kako je pokazano na sl. 79. Jedan slog, (recimo P), može da se obrće oko osovine P, čime se menja "pokrivena" površina armatura. Kada su površine parnih i neparnih armatura potpuno "pokrivene" kondenzator ima maksimalnu kapacitivnost.

Dalje, često su u praksi potrebni veliki kapaciteti što se ne dobija sa jednim kondenzatorom. Tada se kondenzatori vezuju u bateriju (slično vezivanju akumulatorskih ćelija u

bateriju, kada se hoće jača struja) paralelno, tj. pozitivne armature sa jednom a negativne sa drugom zajedničkom tačkom (sl. 80). Napon baterije kondenzatora jednak je naponu koji



Sl. 79



Sl. 80

imamo između ploča svakog pojedinačnog kondenzatora, jer se vezuju zajedno istoimano naelektrisane ploče. To znači da se tako mogu da vezuju samo kondenzatori sa istim naponima. Međutim, kod paralelne veze povećava se ukupno, odnosno ekvivalentno naelektrisanje na pločama. Zato možemo da napišemo jednačinu za ekvivalentnu količinu elektriciteta:

$$q_e = q_1 + q_2 + \dots + q_n$$

Koristeći jednačinu za kapacitivnost, zamenom u prathodnoj relaciji, dobijamo ekvivalentnu ili ukupnu kapacitivnost, koju ima baterija kondenzatora sa paralelnom vezom:

$$C_e = C_1 + C_2 + \dots + C_n$$

odnosno:

$$C_e = \sum_{i=1}^n C_i$$

(XIII, 15).

Naime, ekvivalentna kapacitivnosti baterije kondenzatora sa paralelnim vezivanjem jednaka je zbiru kapacitivnosti svih kondenzatora vezanih u bateriju.

Što se tiče redne veze kondenzatora, treba istaći da je ekvivalentna kapacitivnosti manja, jer je recipročna vrednost te ekvivalentne kapacitivnosti jednaka zbiru recipročnih vrednosti kapacitivnosti svih kondenzatora koji čine bateriju.

XIV. glava: JEDNOSMERNA STRUJA

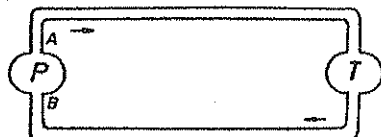
14.1. Generatori jednosmerne struje

Generatori električne struje jesu sistemi, odnosno mašine, u kojima se vrši transformacija izvesnih oblika energije (hemijska, toplotna, mehanička, nuklearna i svetlosna energija) u električnu energiju. Da bi se to shvatilo, treba pre svega videti što je to električna struja. Po definiciji,

električna struja predstavlja usmereno kretanje elektrona ili ionova u provodniku koji može biti metal, poluprovodnik, elektrolit ili jonizovani gas.

Takvo usmereno kretanje moguće je samo onda, kada u pobrojanim provodnicima egzistira napon, ili razlika potencijala. Drugim rečima, električna struja se javlja u onim slučajevima kada se u provodniku javlja električno polje.

Električna struja se uvek poredila sa protokom vode, odnosno sa protokom tečnosti. Zato ćemo to i ovde iskoristiti. Na sl. 81a data je pumpa hidroturbine sa cevima ispunjenim vodom.



Sl. 81a

Ako sa odgovarajućim motorom stavimo u pogon pumpu, proizvediće se na njenim kraje-

vima (u tačkama A i B) razlika u pritiscima tako da će se voda kretati u smeru pokazanom strelicom. Voda će obrtati turbinu T, koja tada može da izvrši neki koristan rad.

Uzmimo sada električnu struju, odnosno električno ko-
lo šematski predstavljeno na sl. 81b.

Generator električne struje, koji se pušta u rad nekim motorom sa strane, proizvešće na svojim polovima razliku potencijala ili napon. Usled toga doći će do kretanja elek-



Sl. 81b

vrši koristan rad.

Iz ovakvog poredjenja izlazi da ulogu vode u cevima u jednom sistemu, imaju elektroni koji se kreću kroz provodnik u drugom sistemu. Dalje, pumpa ima zadatak da pokreće vodu a ne da je i proizvodi. Slično je kod generatora koji ne "proizvodi" elektrone već ih orjentisano pokreće dajući im energiju koja se u elektromotoru transformiše u mehaničku.

Električna struja može da bude jednosmerna ili naizmenična, ako ritmički menja svoj smer. Zavisno od toga imamo generatore za jednosmernu i za naizmeničnu struju.

Generatori jednosmerne struje jesu: akumulatori i galvanski elementi, dinamo-mašine, termoelementi i foto-elementi.

Akumulatori i galvanski elementi jesu hemijski izvori električne struje u kojima se vrši transformacija hemijske energije koja je u potencijalnom vidu električnu energiju. Akumulatori mogu biti čelični i olovni, o čemu ćemo kasnije detaljnije govoriti. Od mnogobrojnih galvanskih elemenata danas se koriste kao generatori samo još Leklanšeovi elementi ("vlažni" i "suvi") od kojih se prave i takozvane baterije. Naponi akumulatora i galvanskih elemenata kreću se od jednog do dva volta.

Dinamo-mašine rade na principu elektromagnetne indukcije u kojima se vrši transformacija mehaničke u električnu energiju, bez obzira da li se u pogon stavlja toplotni motor ili hidroturbina. Napon može da bude i hiljadu volti.

Kod termoelemenata, o kojima je bilo reči u toploti, odigrava se transformacija toplotne u električnu energiju. Zbog malih napona koji se tamo postižu, termoelementi ne služe kao generatori struje već se koriste za merenje temperature.

Foto-elementi transformišu svetlosnu u električnu energiju. Oni takođe ne služe za proizvodnju električne struje već za fotometre i druge aparature sa kojima se mere izvesne

fotometrijske veličine.

Na kraju, od interesa je porediti pobrojane generatore jednosmerne struje po ekonomičnosti, tj. po stepenu korisnog dejstva. Zato odmah da navedemo da je stepen korisnog dejstva kod olovnog generatora oko 65%, dok je kod dinamo-mašine nešto veći, oko 70%. Za razliku od toga, termoelementi i fotoelementi imaju vrlo male stepene korisnog dejstva. Kod fotoelemenata taj stepen ide do 10% a kod termoelemenata jedva 4%. To znači, da od primljene toplotne energije na jednom spoju, tek 25-deo ide na električnu struju. Zato se i ne koriste za generatore, osim u izuzetnim slučajevima. Pored toga, naponi kod termoelementa i fotoelementa jedva iznose nekoliko milivolta. Zato se praktično, kao generatori, mogu da koriste samo akumulatori, suvi elementi i dinamašine. Ove poslednje samo u specijalnim slučajevima, kao što je dizelvuča, jer se danas vrlo uspešno ispravlja naizmenična struja sa svim mogućim naponima i snagama, preko najraznovrsnijih ispravljača.

65 14.2. Jačina i gustina električne struje

Jačina električne struje predstavlja važnu elektrotehničku veličinu, pa je zato uzeta za četvrtu osnovnu veličinu u Međunarodnom sistemu. Kada se radi o konstantnoj jačini struje, koristi se sledeća jednačina,

$$I = \frac{q}{t}$$

(XIV,1),

odakle sledi definicija:

jačina električne struje brojno je jednaka količini elektriciteta, koji prođe kroz poprečni presek provodnika za jednu sekundu.

Kada se radi o promenljivoj struji, onda se uzima tzv. trenutna jačina struje, koja se daje u vidu diferencijalnog koeficijenta naelektrisanja i vremena:

$$i = \frac{dq}{dt}$$

(XIV,2).

Jedinica za jačinu električne struje zove se amper (1 A). Najnovija definicija ampera daje se pomoću tzv. strujne vage, koja se zasniva na uzajamnom dejstvu magnetnih polja dva pravolinijska provodnika kroz koje teku struje. Naime,

amper je jačina stalne električne struje koja, kada se održava u dvama paralelnim provodnicima, neograničene dužine, koji se nalaze u vakuumu na međusobnom rastojanju 1 metar, prouzrokuje među tim provodnicima silu od $2 \cdot 10^{-7}$ Njutna po metru dužine.

Za elektrotehniku je, pored jačine električne struje,

važna još gustina električne struje (j), koja je data sledećom relacijom:

$$j = \frac{I}{S}$$

(XIV,3),

gde je S - površina poprečnog preseka provodnika. Odatle sledi definicija:

gustina električne struje brojno je jednaka jačini struje po jediničnom poprečnom preseku provodnika.

Jedinica za gustinu struje u Međunarodnom sistemu jeste amper po kvadratnom metru (A/m^2). Pošto je prosečni presek provodnika od jednog kvadratnog metra nesvakidašnji, to se uzima milion puta veća jedinica za gustinu električne struje - amper po kvadratnom milimetru (A/mm^2), što je Zakonom dozvoljeno.

Najzad, naelektrisanje q , koje prođe kroz presek provodnika tokom datog vremena, može se dati na osnovu relacije XIV,1, odakle je

$$q = I \cdot t$$

(XIV,4).

Dakle, protekle količina elektriciteta u strujnom kolu zavisi od jačine struje i vremena njenog proticanja. Zato se ova relacija koristi da se definiše kulon (1 C). Naime,

Kulon je količina elektriciteta koja tokom jedne sekunde prođe kroz presek provodnika u kome je stalna jačina struje jedan amper.

Dakle, kulon se daje proizvodom ampera i sekunde: $1 C = 1As$. Zakonom iz 1976. godine mogu se koristiti multipli kao što su 1 Ah, 1 kAh, i drugi. U praksi se jedino koristi amper.čas, koji je 3.600 puta veći od amper.sekunde, odnosno kulona:

$$1 Ah = 1A \cdot 3600s = 3.600 C.$$

Instrumenti za merenje jačine struje jesu ampermetri, miliampermetri, mikroampermetri i galvanometri, zavisno od jačine struje koja teče kroz strujno kolo. Inače, svi navedeni instrumenti vezuju se redno u kolo, da bi mogli da registruju struju koja prođe kroz to kolo.



14.3. Električna otpornost i provodnost

Električna otpornost je važna veličina za strujno kolo, obzirom da nema provodnika, niti potrošača čija je otpornost jednaka nuli. Inače,

električna otpornost je svojstvo provodnika da se suprotstavlja proticanju struje.

Takva definicija važi za sve provodnike, bez obzira da li se radi o metalnim provodnicima, elektrolitu ili jonizovanom gasu. Naime, elektroni i joni pri usmeranom kretanju kroz pro-

vodnik sudaraju se sa atomima, jonima ili molekulima na koje nailaze. Otuda i potice otpornost provodnika.

Otpornost provodnika zavisi od prirode materijala žice, dimenzija provodnika, temperature i nekih drugih faktora. Jednačina koja daje tu vezu ima sledeći oblik:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

(XIV, 5),

uz uslov da je temperatura provodnika konstantna. Ovdje je ρ -specifična otpornost provodnika, čija definicija glasi:

specifična otpornost provodnika brojno je jednaka otpornosti koju struji pruža provodnik dužine jedan metar, čiji je poprečni presek 1 mm^2 .

Jedinica za električnu otpornost je Ω (1 Ω), koji se definiše na sledeći način:

Om je otpornost provodnika u kome stalni napon od 1 volta na svojim krajevima, prouzrokuje jačinu struje od jednog ampera.

Om ima svoje multiple i delove, kao što su kiloom (1k Ω), megaom (1M Ω), miliom (1 m Ω), i tako dalje.

Jedinica za specifičnu otpornost u Međunarodnom sistemu jeste $\Omega \cdot \text{m}$ (1 $\Omega \cdot \text{m}$), što se dobija iz prethodne jednačine. Pored ove, u praksi se koristi milion puta manji poprečni presek od 1 mm^2 , a ne kvadratni metar. Zato dajemo odnos te dve jedinice:

$$1 \Omega \cdot \text{m} = 10^6 \frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

Zakonom su dozvoljene obe jedinice, što je i u sledećoj tabeli dato. U tabeli su date specifične otpornosti i onih legura koje imaju veliku primenu kod termičkih potrošača, kao što su nikelin, manganin, kantale, cikas i drugi materijali.

Najzad, specifična otpornost jednog provodnika zavisi od temperature, do koje je provodnik zagrejan, kada se radi o metalima. S druge strane, konstantan i manganin ne menjaju otpornost sa temperaturom, dok elektrolit, poluprovodnici, ugljenik i staklo smanjuju otpornost sa porastom temperature.

Tabela - specifične otpornosti materijala

Materijali	$\Omega \cdot \text{m}$	$\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$
Srebro	$0,016 \cdot 10^{-6}$	0,016
Bakar	$0,017 \cdot 10^{-6}$	0,017
Aluminijum	$0,028 \cdot 10^{-6}$	0,028
Volfram	$0,060 \cdot 10^{-6}$	0,060
Gvoždje	$0,130 \cdot 10^{-6}$	0,130
Olovo	$0,210 \cdot 10^{-6}$	0,210

Tabela - specifične otpornosti materijala

Materijali	$\Omega \cdot m$	$\frac{\Omega \cdot mm^2}{m}$
Mangan	$0,380 \cdot 10^{-6}$	0,380
Nikelin	$0,420 \cdot 10^{-6}$	0,420
Konstantan	$0,500 \cdot 10^{-6}$	0,500
Kantal	$1,100 \cdot 10^{-6}$	1,100
Cekas	$1,08 \cdot 10^{-6}$	1,080
Staklo	$10^{22} - 10^{25}$	$10^{16} - 10^{19}$
Liskun	$10^{25} - 10^{27}$	$10^{19} - 10^{21}$
Parafin	$10^{26} - 10^{28}$	$10^{20} - 10^{22}$

Zavisanost specifične otpornosti sa temperaturom data je relacijom

$$\rho_t = \rho_0 (1 + \alpha t)$$

(XIV,6),

gde je α - temperaturni koeficijent otpornosti koji je brojno jednak povećanju jedinične otpornosti sa zagrevanjem provodnika za jedan temperaturni stepen. Za većinu metala temperaturni koeficijent približno iznosi $1/250^\circ C$, što znači 4 hiljadita dela.

Pored otpornosti kod provodnika se javlja i provodnost provodnika (G), koja je data recipročnom vrednošću otpornosti istog provodnika:

$$G = 1/R$$

(XIV,7).

To znači da provodnik ima veću provodnost ukoliko ima manju otpornost, i obrnuto.

Jedinica za provodnost provodnika je simens (1 S).

Simens je provodnost onog provodnika čija je otpornost jedan om.

Računski primer: Kolika je otpornost provodnika koji se postavlja duž Zemljinog ekvatora ako je obim poprečnog preseka provodnika (O_b) jednak 6,28 mm?

Pošto je dužina ekvatora $L_{ek} = 40.000 km$ a presek provodnika $S = r^2 \pi = O_b^2 / 4\pi$, to će otpornost biti

$$R = \rho \frac{L_{ek}}{S} = \frac{L_{ek}}{O_b^2} \cdot 4\pi = 0,0175 \frac{\Omega \cdot m}{m} \cdot \frac{40 \cdot 10^6 m}{(6,28)^2 mm^2} \cdot 4 \cdot 3,14 = 200 \Omega.$$

69
6714.4. Omov zakon i elektromotorna sila

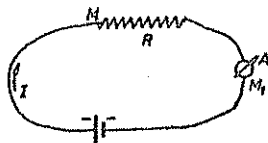
65

Omov zakon koji daje odnos tri važne veličine električne struje - jacine, napona i otpora, predstavlja jedan od najvažnijih zakona elektrotehnike.

Eksperimentalno je utvrđeno da u jednom električnom kolu (sl. 82) sa generatorom stalnog napona U , jačina struje mora da raste ako se otpornost smanjuje i obrnuto. Isto tako, jačina struje raste ako napon raste, pod uslovom da je otpornost stalna. Otuda matematički, Omov zakon je dat u sledećem obliku:

$$I = \frac{U}{R}$$

(XIV,8).



Napon U predstavlja razliku potencijala između tačaka M i M_1 u kolu koji obuhvata otpornost R i otpornost samog ampermetra. Pošto ampermetar i žice imaju relativno malu otpornost, to se može zanemariti pa ostaje samo R .

Sl. 82

Omov zakon za deo kola može se i drukčije napisati,

$$U = I \cdot R,$$

odakle proističe da napon na datom delu kola zavisi od jačine struje. I jedan i drugi (prethodni obrasci) odnose se na deo kola, u koji ne ulazi i generator električne struje. Ako hoćemo da napišemo Omov zakon za celo strujno kolo, onda treba uzeti i sam generator sa unutrašnjom otpornošću R_u . Napon u samom generatoru bio bi tada: $U_u = I \cdot R_u$.

Zbir napona spoljašnjeg i unutrašnjeg dela kola daje elektromotornu silu generatora, pa imamo

$$\mathcal{E} = U + U_u = I \cdot R + I \cdot R_u, \text{ odnosno:}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + R_u}$$

(XIV,9).

Poslednji obrazac daje Omov zakon za celo strujno kolo, gde imenilac na desnoj strani predstavlja ukupnu otpornost kola. Kada se poredi obrasci XIV,8 i XIV,9 ispostavlja se da je napon važna veličina za deo kola a elektromotorna sila za celo strujno kolo. To je logično, jer

napon između dve tačke u kolu brojno je jednak radu koji treba izvršiti da se i kulon naelektrisanja prenese iz jedne u drugu tačku strujnog kola.

Za razliku od napona,

elektromotorna sila brojno je jednaka radu koji treba izvršiti da se i kulon elektriciteta prenese iz jedne tačke kroz celo strujno kolo u istu tačku.

Posle ovih definicija postaje jasna razlika između elektromotorne sile i napona. U stvari, rad treba izvršiti da se kulon naelektrisanja prenese i kroz sam generator jer i tamo ima otpornosti (R_u). Zato možemo da napišemo da je

$$U = \mathcal{E} - U_u,$$

što pokazuje da je napon uvek niži od elektromotorne sile, dokle god teče struja kroz kolo ($U_u = I \cdot R_u$). Ako je unutrašnja otpornost samog generatora zanemarljivo mala (kao na primer kod olovnog akumulatora gde je $R_u = 10^{-3} \Omega$), onda su EMS i napon na polovima generatora praktično jednaki, pa se ne pravi nikakva razlika.

Računski primer: U kolo dinamo-mašine, čija je elektromotorna sila 120V a unutrašnji otpor $R_u = 0,5 \Omega$, vezan je potrošač sa otporom $R = 14,5 \Omega$. Izračunati a) pad potencijala u samoj dinamo mašini i b) napon na njenim polovima.

Na osnovu Omovog zakona dobija se jačina struje $I = 8A$. Zatim, pad potencijala u dinamo-mašini jeste

$$U_u = IR_u = 8A \cdot 0,5 \Omega = 4V$$

Napon na polovima dinamo-mašine iznosi:

$$U = \epsilon - U_u = 116V.$$

70

(62)

14.5. Rad i snaga jednosmerne struje

Električna struja je u stanju da izvrši rad pri proticanju kroz provodnik u električnom kolu, jer generator poseduje energiju. Kao primer navodimo termičke aparate i elektromotore kao potrošače električne energije. Kod termičkih aparata električna energija transformiše se u toplotnu a kod elektromotora - u mehaničku energiju.

Rad struje u kolu zavisi kako od napona U tako i od količine elektriciteta q koja za određeno vreme predje kroz dati presek provodnika, slično radu sile u elektrostatičkom polju, pa imamo obrazac: $A = qU$

Pod količinom elektriciteta ovde se podrazumeva proizvod jačine struje i vremena njenog proticanja (XIV,1) $q = It$. Zamenom te vrednosti, rad struje biće:

$$A = IUt.$$

(XIV,10)

Rad jednosmerne stacionarne struje dat je, dakle, proizvodom napona, jačine struje i vremena njenog proticanja. Ako se jačina struje i napon zamenе pomoću Omovog zakona, dobiće se i drugi obrasci za rad:

$$A = IUt = I^2 \cdot Rt = \frac{U^2}{R} \cdot t.$$

(XIV,11)

U slučaju da je struja promenljivog intenziteta, onda se uzima trenutna vrednost struje i elementarni rad za beskonačno kratko vreme, pa imamo:

$$dA = iUdt = i^2 Rdt$$

(XIV,11a).

Jedinica za rad i energiju električne struje, ista je kao i za mehanički rad - džul. To je rad koji izvrši struja

jačine od jednog ampera za sekundu, ako je napon na krajevima datog provodnika jedan volt. U praksi se najčešće koristi kilovatačas, koji je 3,600.000 puta veći od džula: 1 kWh = 3,6 MJ.

Snaga jednosmerne stacionarne struje data je količnikom rada i vremena za koje se taj rad izvrši:

$$P = \frac{A}{t} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R} \quad (\text{XIV}, 12)$$

Ako se radi o promenljivoj struji, kada se i rad struje menja tokom vremena, ni snaga nije konstantna veličina, pa se uvodi trenutna vrednost snage (p), koja je data diferencijalnim količnikom rada i vremena:

$$p = \frac{dA}{dt} = iu. \quad (\text{XIV}, 12a)$$

Jedinica za snagu električne struje je vat, koju smo već imali u Mehanici. Ovde je vat snaga potrošača struje kojim teče struja od jednog ampera, ako je napon na njegovim krajevima jedan volt. Veće jedinice su ustvari multipli vata kao što su kilovat, megavat i drugi. Za generatore koji se ugrađuju u termo- i hidro-elektranama koriste se megavati, jer se radi o snažnim generatorima. Primera radi navodimo da su generatori ugrađeni u termo-elektranama "Nikola Tesla" kod Obrenovca sa snagama od 190 MW.

W Računski primer: Električni voz kreće se brzinom $v = 72 \text{ km/h}$ i razvija srednju vučnu silu $F = 5.500 \text{ N}$. Odrediti jačinu jednosmerne struje koju koristi elektromotor, ako je napon na njegovim spojevima $U = 500 \text{ V}$, pod uslovom da je stepen korisnog dejstva 0,8.

Rešenje: Snaga elektromotora je primljena snaga, a mehanička snaga na osovini - korisna snaga, pa imamo da je

$$F \cdot v = \eta UI, \text{ a odatle:}$$

$$I = \frac{F \cdot v}{\eta U} = \frac{5,5 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 20 \text{ m/s}}{500 \text{ V} \cdot 0,8} = 275 \text{ A.}$$

✱ 14.6. Termičko dejstvo električne struje

Jednosmerna struja ima tri različita dejstva: termičko, hemijsko i mehaničko dejstvo. Za razliku od jednosmerne, naizmenična struja ima dva dejstva: termičko i mehaničko dejstvo.

Struja zagreva provodnik kroz koji teče, što znači da se električna energija u provodniku (termičkom potrošaču) pretvara u toplotnu energiju. Takva transformacija energije je potpuna i nepovratna. Transformacija je potpuna, jer se celokupna električna energija u termičkom potrošaču pretvara u toplotnu energiju. S druge strane, takva transformacija je

nepovratna, jer sa proizvedenom toplotnom energijom ne može da dobije isto toliko električne energije (termoelektrični efekt). Posto je pretvaranje električne u toplotnu energiju potpuno, to se može napisati da je utrošena električna energija (E_e) jednaka proizvedenoj količini toplote u potrošaču, pa imamo:

$$\begin{aligned} E_e &= Q, \text{ odnosno:} \\ Q &= I^2 R \cdot t \end{aligned} \quad (\text{XIV}, 13).$$

Proizvedena toplotna energija se daje u džulima ili kilodžulima, jer se kalorija ne može više da koristi kao jedinica za toplotnu energiju.

Gornja jednačina važi kada se radi o stalnoj struji. Ukoliko to nije slučaj, onda se gornja relacija piše u diferencijalnom obliku:

$$dQ = i^2 R \cdot dt \quad (\text{XIV}, 13a).$$

Obe relacije daju tzv. Džulov zakon, pomoću kojeg možemo da izračunamo količinu toplote u datom potrošaču.

Termičko dejstvo struje ima veliku praktičnu primenu. Svi termički potrošači, kao što su rešoi, peći, grejalice i termičke sijalice, imaju zadatak da električnu energiju pretvore u toplotnu energiju u potrošaču. To je ustvari namenska transformacija električne u toplotnu energiju. Međutim, postoje i nepoželjne transformacije kao što je slučaj sa električnim instalacijama, jer struja uvek zagreva provodnik kroz koji teče. Zato se koriste termički osigurači, čiji je zadatak da spreče vrlo jake struje. Naime, žica se istopi sa jačom strujom, kada se prekida strujno kolo. Postoje i automatski osigurači.

Računski primer: Koliko jaka struja treba da teče kroz grejač električnog bojlera, zapremine $V = 60$ lit. da bi se sva voda zagrejala od 20°C do 90°C , za 3 časa? Napon u razvodnoj mreži iznosi 220 V. Traži se efektivna jačina struje.

Rešenje: Pošto nema gubitaka po ovom zadatku, utrošena električna energija je jednaka dobijenoj toploti, pa imamo da je:

$$\begin{aligned} U \cdot I \cdot t &= m \cdot c (t_2 - t_1), \text{ a odatle je:} \\ I &= \frac{m \cdot c (t_2 - t_1)}{U \cdot t} = \frac{60 \text{ kg} \cdot 4186 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 70^\circ\text{C}}{220 \text{ V} \cdot 3 \cdot 3600 \text{ s}} = 7,39 \text{ A.} \end{aligned}$$

92

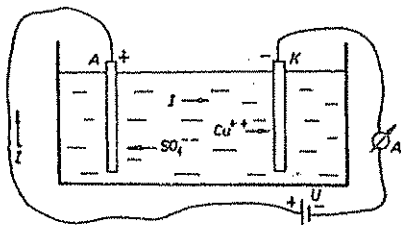
70

14.7. Hemijsko dejstvo struje. Zakoni elektrolize

Hemijsko dejstvo struje predstavlja proces transformacije električne u hemijsku energiju. Takav proces imamo kod elektrolize. Pojava elektrolize vezana je za pro-

proticanje struje kroz elektrolit pri čemu dolazi do usmerenih kretanja ionova kojih u elektrolitu uvek ima, što je studentima poznato iz hemije.

Kada se kroz takav elektrolit, recimo rastvor CuSO_4 , propusti struja, dolazi do usmerenog kretanja ionova u elektrolitu kako je pokazano na sl. 83. Elektrode, anoda i katoda, vezane su za polove akumulatora. Pozitivni joni kreću se u smeru struje a negativni suprotno jer se između ploča (elektroda) formiralo električno polje. Joni, kao naelektrisana tela, podležu dejstvu polja i podinju usmereno da se kreću. Pozitivni jon bakra stiže na katodu koja ima elektrone u višku odakle uzima dva elektrona i neutrališe se - prelazi u atomsko stanje (talozí se na katodi). Negativan jon SO_4 - kreće se prema anodi koja, obzirom da je "željna" elektrona, uzima dva elektrona tako da se grupa SO_4 neutrališe. Kao rezultat imamo da je katoda dala a anoda uzela dva elektrona. To je isto kao da su dva elektrona prošla kroz elektrolit. U tome je razlika između proticanja struje kroz metale (kao provodnike I vrste) i elektrolite (kao provodnike II vrste). Dok kroz metale "teku" elektroni suprotno od smera struje, dotle su nosioci struje kod elektrolita u stvari negativni i pozitivni joni koji se kreću u suprotnim smerovima.



Sl. 83

elektroliza, uzima dva elektrona tako da se grupa SO_4 neutrališe. Kao rezultat imamo da je katoda dala a anoda uzela dva elektrona. To je isto kao da su dva elektrona prošla kroz elektrolit. U tome je razlika između proticanja struje kroz metale (kao provodnike I vrste) i elektrolite (kao provodnike II vrste). Dok kroz metale "teku" elektroni suprotno od smera struje, dotle su nosioci struje kod elektrolita u stvari negativni i pozitivni joni koji se kreću u suprotnim smerovima.

Pojavu elektrolize kvantitativno je prvi proučio Faradej 1834. godine. Naime, Faradej je eksperimentalno utvrdio da je masa metala, koja se taloži na katodi pri proticanju struje, upravo srazmerna jačini struje i vremenu njenog proticanja:

$$m = kIt = q$$

(XIV, 14).

Prethodna jednačina je matematički izraz I Faradejevog zakona elektrolize koji kaže da je masa srazmerna količini proteklog elektriciteta kroz elektrolit. Konstanta k je elektrohemijski ekvivalent, čija definicija proističe iz gornje jednačine:

Elektrohemijski ekvivalent brojno je jednak masi nataloženoj na katodi pri proticanju struje od jednog ampera za jednu sekundu.

Jedinica za elektrohemijski ekvivalent dobija se iz prethodne jednačine, odakle je:

$$k = \frac{m}{I \cdot t} = \frac{m}{q} (=) \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{kg}}{\text{C}}$$

Jedinica kg/C je velika u odnosu na brojne vrednosti za elektrohemijske ekvivalente metala, i elemenata uopšte, pa se koristi milion puta manja, tj. mg/C, odnosno mg/As. Sledeća tabela daje brojne vrednosti za k u mg/C:

Aluminijum	0,0932 (valencija 1)
Gvoždje	0,1929 (valencija 3)
Bakar	0,3294 (valencija 2), 1
Srebro	1,1180 (valencija 1).

Drugi Faradejev zakon kaže da je elektrohemijski ekvivalent srazmeran hemijskom ekvivalentu:

$$k = \text{const} \cdot \frac{A}{n} = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} \quad (\text{XIV}, 15),$$

gde je A - atomska masa elementa, n - valencija a const nije ništa drugo do recipročna vrednost tzv. Faradejevog broja F . Po definiciji,

Faradejev broj je količina elektriciteta koja pri prolazu kroz elektrolit izdvoji na katodi gram-ekvivalent datog elementa ($F = 96.500C$).

Kada se izraz za k zameni u Prvom zakonu elektrolize, dobija se jednačina koja važi za oba zakona:

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{A}{n} q \quad (\text{XIV}, 16).$$

Ova relacija može da se iskoristi za određivanje naelektrisanja jednog elektrona, polazeći od činjenice da gram-ekvivalent jednovalentnog elementa ima $6,025 \cdot 10^{23}$ jonova, koliko i gram-atom atoma. Zato u prethodnoj relaciji uzmimo masu gram-ekvivalenta ($m = A/n$), pošto je $F = N \cdot e$, posle čega dobijamo:

$$F = q = N_e \cdot e = 96.500 C, \text{ odnosno:}$$

$$e = \frac{F}{N_e} = \frac{96.500C}{6,025 \cdot 10^{23}} = 1,6 \cdot 10^{-19} C.$$

Primena elektrolize danas je vrlo široka. Uzmimo samo nekoliko primera. Punjenje i pražnjenje akumulatora vrši se putem elektrolize, kada dolazi do pretvaranja električne u hemijsku energiju i obrnuto. Zatim, putem elektrolize dobijaju se elektrolitički čisti metali. Tako, na primer, elektrolitički čist bakar dobija se od sirovog bakra u kome ima oko 2% nečistoća, koju čine drugi metali, kao što su hrom, titan, srebro, zlato i brojni drugi metali. Sirov bakar vezuje se kao anoda, a za katodu se uzima tanak lim elektrolitički čistog bakra. Kao elektrolit uzima se rastvor kupri-sulfata. Ustvari, joni bakra kreću se prema katodi gde se lepe pošto se ne utrališu. Joni SO_4 odlaze na anodu, uzimaju bakar i grade kupri-sulfat, vraćaju se u rastvor, disosuju na jone bakra i jone sulfatne grupe. Tako se na katodi taloži čist bakar, a

one nečistoće od 2% ponovo se prerađuju, kako bi se dobili i drugi elektrolitički čisti metali.

Računski primer: Koliko električne energije treba utrošiti za dobijanje jedne tone elektrolitički čistog bakra, ako se elektroliza vrši pod naponom $U = 10V$? Zatim, kolika je cena električne energije za tonu bakra, ako 1 kWh staje 1,7 din.

Rešenje: Utrošena električna energija jednaka je radu struje, pa imamo: $A = E_e = UI t$,
odnosno,

$$A = U \cdot \frac{m}{k} = 10V \cdot \frac{1.000 \text{ kg}}{0,3294 \cdot 10^{-6} \text{ kg/C}} = 30,36 \text{ GJ.}$$

Prevešćemo to u kilovatčasove, pa će biti:

$$A = 8,43 \cdot 10^3 \text{ kWh} = 8.433 \text{ kWh.}$$

Cena za jednu tonu bakra: 14.336 din.

14.8. Akumulatori

Akumulatori su sekundarni izvori jednosmerne struje jer ih prvo treba puniti pa onda upotrebiti kao generatore. Kod galvanskih elemenata, koji spadaju u primarne izvore, to nije slučaj, jer se koriste za generatore kada se izrade u fabrici.

Akumulatori mogu biti čelični (ili alkalni), olovni (ili kiselinski) i srebrno-cinkani. Široku primenu imaju samo čelični i olovni akumulatori.

Čelični akumulatori imaju elektrode od nikla i kadmijuma (ili gvoždja) koje su potopljene u 20% rastvor kalijum-hidroksida kao elektrolit. Sam sud je od čelika pa otuda i naziv čelični akumulator.

Olovni akumulatori sastoje se od sistema olovnih ploča koje su potopljene u vodeni rastvor sumporne kiseline kao elektrolit.

Punjenje akumulatora predstavlja proces u kome se, putem elektrolize, vrši transformacija električne u hemijsku energiju koja je u potencijalnom vidu. Samo vezivanje elektroda akumulatora sa izvorom jednosmerne struje, radi punjenja, dato je na sl. 84. Kadmijum, kao budući negativni pol čeličnog akumulatora, vezuje se za negativan pol izvora struje kojim ga punimo, a ploča od nikla za - pozitivan (danas se akumulatori pune preko ispravljača naizmenične struje). U zagradi su dati olovo i olovooxid koji predstavljaju elektrode, odnosno polove olovnog akumulatora da se ne bi pravile dve slike.

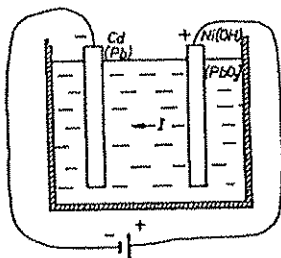
Kada se čelični akumulator napuni imamo sledeće elektrode, odnosno polove:

Negativan pol je ploča od kadmijuma.

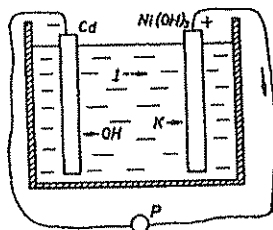
Pozitivan pol je ploča od nikla prekrivena niklhidroksidom sa tri hidroksilne grupe.

Kod olovnog akumulatora negativna ploča je od olova a pozitivna od olovooksida. Radni napon na polovima čeličnog akumulatora je 1,2 V a kod olovnog 2 V.

Pražnjenje akumulatora nastaje kada se veže u kolo kao generator struje. Na ovom mestu proučimo elektrohemijske procese pri pražnjenju kod čeličnih akumulatora. Šematski prikaz je dat na sl. 85. Struja u spoljnjem delu kola teče

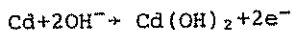


Sl. 84



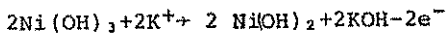
Sl. 85

od pozitivnog preko potrošača ka negativnom polu. Kroz sam generator (elektrolit) struja teče od negativne prema pozitivnoj ploči, tj. suprotno od smera struje pri punjenju. Sada, dakle, negativna ploča u elektrolitu ima ulogu anode a pozitivna - ulogu katode. Usled toga, joni hidroksilne grupe kreću se prema negativnoj ploči gde predaju svoje elektrone po reakciji:



Dakle, dva jona hidroksilne grupe predaju svoje elektrone ploči i tako neutralisani vezuju se sa kadmijumom gradeći hidroksid. Elektroni (2e^-) odlaze u spoljašnje kolo i struja teče.

Na pozitivnom polu odigrava se drugi proces. Na ploču spolja, iz kola, dolaze elektroni a iz elektrolita kalijumovi joni i proces teče po reakciji:



Rezultat reakcije sastoji se u činjenici da je kalijum uzeo elektrone (2e^-) a ploča izgubila dva elektrona. Dakle, pozitivan pol daje a negativan uzima elektrone što omogućuje proticanje struje. Na taj način pozitivan pol stalno je "gladan" elektrona - i održava se kao pozitivan a negativan pol sa viškom elektrona - stalno je negativan. Otuda imamo stalni napon između polova akumulatora.

14.9. Stepen korisnog dejstva akumulatora

Pošto je akumulator izvestan sistem u kome se vrši transformacija energije, potrebno je proučiti i stepen korisnog dejstva. Naime, poznato je da stepen korisnog dejstva predstavlja količnik korisnog rada i primljene energije:

$$\eta_e = \frac{A_k}{E},$$

koji kod čeličnih akumulatora iznosi oko 50% a kod olovnih blizu 65%.

Pored ovog, kod akumulatora imamo još jedan - stepen korisnog dejstva po količini elektriciteta:

$$\eta_q = \frac{q_{pr}}{q_{pu}},$$

gde je q_{pr} količina elektriciteta koju akumulator daje pri pražnjenju, a q_{pu} - ona količina koju dobija pri punjenju. S obzirom na to da je $q = It$, gornji obrazac može i drukčije da se napiše:

$$\eta_q = \frac{I_{pr} \cdot t_{pr}}{I_{pu} \cdot t_{pu}}, \quad (\text{XIV}, 17),$$

polazeći od toga da su struje konstantne kako pri punjenju tako i pri pražnjenju. Ovakav stepen korisnog dejstva iznosi 65% kod čeličnih a skoro 90% kod olovnih akumulatora.

Najzad, poredimo čelične sa olovnim akumulatorima, po svojim osnovnim karakteristikama pomoću sledeće tabele:

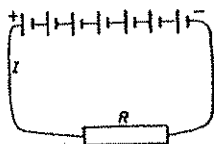
	napon	$R_u (\Omega)$	η_e	η_q	čvrstina
olovni	2V	$\frac{1}{1000}$	65%	90%	neotporan
čelični	12V	$\frac{1}{10}$	50%	65%	mehanički otporan

Što se tiče stepena korisnog dejstva po energiji i količini elektriciteta, mora se reći da su i jedan i drugi bolji kod olovnih akumulatora. Prvi iznosi oko 65% a drugi blizu 90%. To bi bila jedna od prednosti olovnih u odnosu na čelične akumulatore. Međutim, olovni akumulatori imaju i izvesne nedostatke u odnosu na čelične. Prvo, nisu otporni kao čelični. Drugo, zbog vrlo male unutrašnje otpornosti ($10^{-3} \Omega$), opasno je kratko spajati polove. Tada struja može da iznese i preko 2000 A, što dovodi do potpunog upropašćavanja akumulatora. S druge strane, olovni akumulatori imaju viši napon od čeličnih, tako da jedni mogu dobro da posluže na jednom a drugi - na drugom mestu.

14.10. Vezivanje akumulatora

U praksi je često potrebno upotrebiti izvore jednosmerne struje sa naponom koji prelaze 2V, koliko iznosi kod olovnih akumulatora. Zato se akumulatori vezuju serijski (po naponu) u bateriji gde je napon utoliko viši ukoliko je broj ćelija u bateriji veći.* Pored takvog, akumulatori se vezuju još i paralelno (po struji) kada napon ostaje isti.

Serijsko vezivanje imamo u slučajevima kada se vezuju raznoimeni polovi akumulatora, kao je to pokazano na sl.86.



Sl. 86

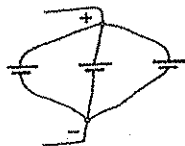
Elektromotorna sila (odnosno napon) baterije raste i viša je n puta od iste kod jedne akumulatorske ćelije tj. onoliko puta koliko je akumulatorskih ćelija vezano u bateriju. Pored toga raste i unutrašnja otpornost R_u , jer struja prolazi kroz sve ćelije, tako da Omov zakon za bateriju izgleda ovako:

$$I = \frac{nE}{R + nR_u} \quad (\text{XIV}, 18).$$

Ovakav način vezivanja podesean je kod akumulatora koji imaju zanemarljivo malu unutrašnju otpornost u odnosu na spoljašnju u kolu, tj. kada je $R \gg R_u$. U tom slučaju R_u se može zanemariti, pa prethodni obrazac dobija jednostavniji oblik:

$$I = \frac{nE}{R}. \quad (\text{XIV}, 18a).$$

Kod paralelnog vezivanja, akumulatori se vezuju u bateriju sa istoimenim polovima (sl. 87). Elektromotorna sila takve baterije ravna je onoj koju ima i svaka ćelija pojedinačno. Smanjuje se samo unutrašnja otpornost jer ispada kao da smo u jednoj ćeliji povećali broj ploča.



Sl. 87

Otuda Omov zakon za paralelno vezane ćelije ima sledeći oblik:

$$I = \frac{E}{R + R_u/n} \quad (\text{XIV}, 19)$$

Ovakav način vezivanja pogodan je u onim slučajevima kada je $R \ll R_u$, pa obrazac može da se uprosti, zanemarujući spoljašnju otpornost:

$$I = \frac{nE}{R_u}. \quad (\text{XIV}, 19a).$$

Pored navedenih načina vezivanja postoji i mešovito vezivanje koje predstavlja kombinaciju serijskog i paralelnog

* Da napomenemo još da se jednosmerna struja može da dobije pomoću ispravljača naizmjenične struje. Međutim, često baš akumulator odgovara kao izvor struje pa se zbog toga i koristi.

vezivanja, što se inače praktikuje, kada je potreban i viši napon od 2V i jača struja u kolu.

Najzad, treba podvući da je opasno kratko spajati polove akumulatora, jer struja može da bude vrlo velikih intenziteta usled čega dolazi do upropašćavanja akumulatora.

69 14.11. Vezivanje provodnika i Kirhofova pravila

Vezivanje provodnika, odnosno otpora, u kolu električne struje može, zavisno od potrebe, da bude dvojako: redno (serijsko) i ~~otporo~~ (paralelno).

Redno ili serijsko vezivanje tri otpora dato je na sledećoj slici (sl. 88), što je samo po sebi očigledno.

Ukupan napon na polovima generatora, kad se ne vodi računa o žicama koje takođe stvaraju otpore, samo vrlo slabe, mora da bude jednak zbiru napona na krajevima pojedinačnih otpora. Kako za svaki deo kola važi Omov zakon, to ćemo imati sledeću jednačinu:

$$IR_e = IR_1 + IR_2 + IR_3,$$

odnosno

$$R_e = R_1 + R_2 + R_3,$$

gde je R_e ekvivalentna otpornost kojom se zamenjuju navedene tri, pri čemu se struja u kolu ne menja. Kada u kolu postoji više različitih otpora, ekvivalentna dobija se algebarskim zbirom pojedinačnih, po obrascu:

$$R_e = \sum_{i=1}^n R_i$$

(XIV, 20)

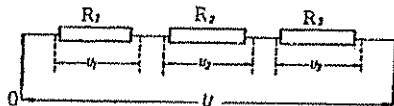
Kod paralelnog vezivanja provodnika u kolu srećemo se sa složenim ili razgranatim kolom, za koje važe Kirhofova pravila. Uzmimo kao primer kolo sa dva paralelno vezana otpora (sl. 89). Tačke A i B predstavljaju takozvane čvorove - gde grane počinju odnosno završavaju. Pošto u tački A nema ni izvora ni potrošača, to će zbir struja u granama biti ravan struji I koja dolazi iz generatora, pa imamo da je:

$$I = I_1 + I_2. \quad (XIV, 21)$$

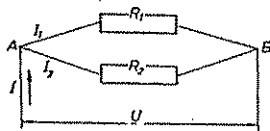
Pošto za svaku granu važi Omov zakon to ćemo posle zamene imati sledeći obrazac:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

Gde je R_e ekvivalentna otpornost. U opštem slučaju, kada je



Sl. 88



Sl. 89

u kolu n grana (otpore), ekvivalentna otpornost dobija se po obrascu:

$$\frac{1}{R_e} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}, \quad (\text{XIV}, 22),$$

odakle izlazi da je recipročna vrednost ekvivalentne otpornosti ravna zbiru recipročnih vrednosti otpornosti u granama.

Vratimo se sada obrascu XIII, 21, koji daje zbir struja u granama, koji se može napisati i drukčije:

$$I - I_1 - I_2 = 0.$$

Odatle izlazi da je struja koja utiče u čvor jednaka zbiru onih struja koje iz istog čvora ističu. Zato su sa pozitivnim znakom uzete one struje koje pritiču a sa znakom minus one struje koje ističu iz čvora. To važi za bilo koji broj grana, pa imamo opšti obrazac:

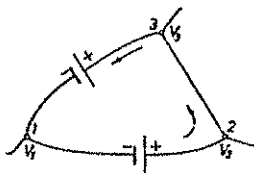
$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (\text{XIV}, 23),$$

koji daje prvo Kirhofovo pravilo:

algebarski zbir struja u granama jednog čvora uvek je jednak nuli.

Drugo Kirhofovo pravilo odnosi se na zatvoreno strujno kolo, u kome se nalazi jedan ili više generatora i otpora. Objasnimo to na primeru koji je dat na sl. 90. Čvorovi 1, 2 i 3, imaju potencijale V_1 , V_2 i V_3 . Naponi na krajevima tih čvorova neka budu U_{12} , U_{23} i U_{31} , što se može dati u sledećem obliku:

$$\begin{aligned} U_{12} &= V_1 - V_2, \\ U_{23} &= V_2 - V_3, \text{ i} \\ U_{31} &= V_3 - V_1. \end{aligned}$$



Sl. 90

Saberemo li sve te napone, da bi smo dobili ukupni napon, dobijamo nulu. Naime, zbir napona za zatvoreno strujno kolo uvek je jednak nuli, jer između početne i krajnje tačke, koja je u stvari početna, nema razlike potencijala. Medjutim, u pojedinim granama imamo i generatore i otpore, pa prema tome treba uzeti u obzir njihove elektromotorne sile. Reakcija elektromotornih sila jeste elektrootporna sila, koja je data proizvodom jačine struje i otpornosti u svakom delu kola, uzevši u obzir celo strujno kolo. Uostalom, ravnoteža u strujnom kolu je moguća samo kada je zbir elektromotornih sila jednak zbiru svih elektrootpornih sila u istom kolu, zato drugo Kirhofovo pravilo glasi: zbir elektromotornih i elektrootpornih sila u zatvorenom strujnom kolu uvek je jednak nuli.

$$\sum \varepsilon_j - \sum I_1 R_1 = 0$$

(XIV, 24).

U specijalnom slučaju, kada u zatvorenom strujnom kolu nema generatora, kao što je slučaj kod Vitstonovog mosta, drugo Kirhofovo pravilo kaže da je zbir svih elektrootpornih sila jednak nuli u zatvorenom strujnom kolu ($\sum I_1 \cdot R_1 = 0$).

✓ Računski primer: Struja jačine $I = 72$ A, deli se na tri paralelno vezane grane sa otpornostima $R_1 = 6\Omega$, $R_2 = 9\Omega$, i $R = 18\Omega$.

Izračunati jačine struje u granama.

Rešenje: Zadatak se može rešiti na dva načina. Prvi je ako se nađe ekvivalentna otpornost, a onda pomoću Omovog zakona izračunati jačinu struje za svaku granu:

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \text{ odnosno } R_e = 3\Omega.$$

Zatim, $U = I \cdot R_e = 216$ V, a onda: $I_1 = 36$ A, $I_2 = 24$ A, i $I_3 = 12$ A.

Drugi način rešavanja polazi takođe od istih zakona, tj.

$$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3, \text{ i}$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 72 \text{ A.}$$

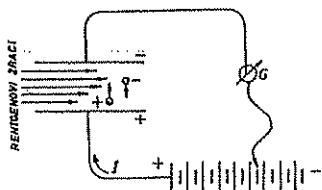
Dobijeni sistem od tri napoznate treba rešiti na uobičajeni način.

14.12. Prolaz struje kroz gasove

Gasovi su kao i tečnosti uglavnom vrlo slabi provodnici električne struje jer se sastoje iz atoma i molekula koji su električno neutralni. Prema tome, gasovi su pri normalnim uslovima dobri izolatori. Sasvim drukčije stvar stoji kod delimično jonizovanog gasa ili elektrolita. To očigledno znači da i gas može da provodi struju ako se u njemu nalaze pozitivni i negativni joni. Jonizacija molekula gasa sastoji se u odvajanju elektrona od molekula pa imamo elektrone kao negativan a ostatak molekula kao pozitivan jon. Pošto se jonizacija gasa ne vrši sama po sebi kao što je slučaj kod elektrolita, to je za nju potreban spoljni uzročnik koji će tu jonizaciju održavati. Naime, gas mogu da jonizuju ultraljubičasti i Rendgenovi zraci, alfa delioci koje emituju prirodni radioaktivni elementi, kosmički zraci ili nešto drugo.

Proces koji je suprotan jonizaciji jeste rekombinacija jónova koji se nađu blizu jedan drugog pri čemu dolazi do stvaranja neutralnih molekula. Zato je potrebno stalno održa-

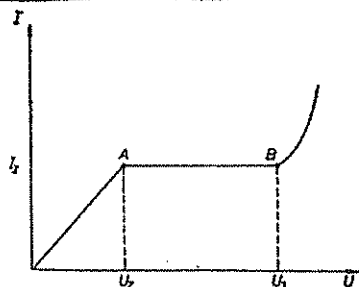
vati jonizaciju. To se postiže na taj način što se upere Rengenovi zraci ili alfa-delići u vazduh ili kakav drugi gas koji se nalazi između kondenzatorskih ploča sa naponom koji može da se menja (sl. 91).



Sl. 91

Kada se ploče kondenzatora spoje sa akumulatorskom baterijom, vidi se da igla na galvanometru skreće, što znači da je kolo zatvoreno i da struja "teče" i između ploča kondenzatora. Ta pojava može da se objasni na sledeći način. Kada je kondenzator pod naponom, obrazovao se između ploča određeno električno polje. Pod dejstvom polja doći će do kretanja ionova - negativnih prema donjoj, a pozitivnih prema gornjoj ploči. Jačina struje zavisice od broja ionova koji za sekundu stignu na jednu odnosno drugu ploču. S druge strane, struja će zavisiti i od napona koji imamo između ploča kondenzatora. Kakva je ta zavisnost videćemo na sl. 92, gde je za apcisu uzet napon a za ordinatu - jačina struje.

Za relativno niske napone, sve do vrednosti U_z , struja raste linearno sa naponom (do tačke A na grafiku) pa kažemo



Sl. 92

da za taj deo krive važi Omov zakon. Međutim, pri daljem povišenju napona struja ostaje konstantna. Dobiya se utisak da je nastupilo neko zasićenje. To ide sve do napona U_z . Otuda se takva struja u kolu zove saturaciona struja ili struja zasićenja. Takva pojava može se objasniti na sledeći način. Pri određenom naponu U_z , pri kome nastupa zasićenje, svi joni koje proizvode X-zraci stižu na jednu odnosno drugu kondenzatorsku ploču. Sa povišenjem napona ne povećava

se i broj ionova jer se u svakoj sekundi proizvodi isti broj. Dakle, struja je konstantna. Međutim, kad se kondenzator nadje pod relativno visokim naponom U_s nastaje takozvana udarna jonizacija kada dolazi do naglog porasta struje.

Pod udarnom jonizacijom treba razumeti pojavu jonizovanja molekula pri sudaru ionova i neutralnih molekula. Naime, jon proizveden od strane X-zrakova ubrzava se u električnom polju tako da je u stanju da jonizuje molekul sa kojim se sudari na putu prema odgovarajućoj ploči. Zato je potrebna energija koju stiče pri kretanju u električnom polju. Rad sile električnog polja ravan je stečenoj kinetičkoj energiji (Zakon o održanju energije) pa imamo da je

$$eU = \frac{1}{2}mv^2$$

(XIV, 25),

gde je e naelektrisanje jona, U - napon na pločama kondenzatora, a m i v - masa i brzina kretanja jona. U takvom slučaju stiže mnogo veći broj ionova na ploče kondenzatora usled čega raste struja. Tada kažemo da je nastupilo takozvano disruptivno pražnjenje, pri čemu se javlja varnica. Odatle očigledno izlazi da je varnica vezana za pojavu udarne jonizacije. Primera radi, navedimo da je za vazduh pod normalnim pritiskom, potreban napon od oko 30.000 V po jednom centimetru, da bi došlo do udarne jonizacije.

Računski primer: Izračunati napon U pod kojim joni azota postižu (u električnom polju) brzinu $v = 4$ km/s. Naelektrisanje jona je $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, a masa $m = 22,4 \cdot 10^{-24}$ g.

Rešenje: Iz jednačine XIV, 25, dobijamo napon:

$$U = \frac{m}{2 \cdot e} v^2 = \frac{22,4 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (4000)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}},$$

odnosno,

$$U = 112 \text{ V}.$$

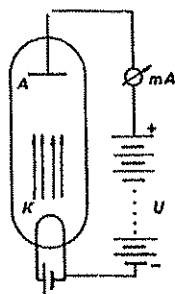
14.13. Termoelektronska emisija. Dioda

Struja može da teče i kroz gasove sa sniženim pritiskom kada se nalaze u cevima (Gajslorove i Kruksove cevi). Pražnjenje u takvim cevima je "tiho" a ne u obliku varnice i praćeno je svetljenjem samog gasa ali slabijeg intenziteta nego kod varnice. Za ovakav kurs fizike to nije od posebnog interesa pa ćemo odmah preći na struje u vakuumu, odnosno na termoelektronsku emisiju.

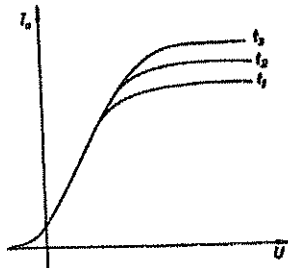
Poznato je da izvesni metali i njihovi oksidi emituju elektrone kada su zagrejani do visokih temperatura. Elektroni poseduju termičku energiju dovoljnu da savладаju dejstvo suprotnih sila na površini metala tj. da izvrše izvestan rad koji se zove izlazni rad. Baš zbog toga što je uzrok takvoj emisiji toplotna energija, sama pojava se zove termoelektronska emisija. Elektroni se ne udaljuju od metala jer postoji električno privlačno dejstvo (metal je, zbog manjka tih elektrona pozitivno naelektrisan) koje ih vraća natrag. Ukoliko je, pak, takav metal vezan za negativan pol akumulatora i predstavlja katodu u cavi iz koje je izvučen vazduh (sl. 93), elektroni se neće vraćati katodi zbog odbojnog dejstva. Naprotiv, usmereno će se kretati prema anodi kako je na slici pokazano strelicama. Pošto je u cavi (elektronske cevi) vrlo visok vakuum, gde nema ionova kao u gasu, nosioci struje biće baš ti termoelektroni.

Jačina struje kroz takve cevi u kolu zavisice od broja

elektrona koji stižu na anodu za jednu sekundu. Broj elektrona, pak, zavisi od prirode same katode (metal, oksid), temperature do koje je zagrejana kao i od anodnog napona. Uzmimo da je katoda na jednoj temperaturi t_1 , pri kojoj u svakoj sekundi emituje isti broj elektrona. Jačina struje u tom slučaju zavisiće od napona između anode i katode. Jer, sa povišenjem anodnog napona povećava se broj elektrona koji stiže na anodu i struja raste. Odnosno te dve veličine - struje i napona - u anodnom kolu dat je na sl. 94. Odmah se može uočiti da struja nije jednaka nuli čak ni onda kada je napon između katode i anode ravan nuli. To dolazi otuda što izvesni elektroni napuštaju katodu sa takvom energijom da stižu na anodu i bez napona, odnosno električnog polja. Broj takvih elektrona je relativno mali pa otuda slaba struja. Sa dovodjenjem napona



Sl. 93



Sl. 94

struja raste (za istu temperaturu katode) sve do jedne određene vrednosti kada dolazi do zasićenja. TO je u slučaju kada anodni napon postane dovoljan da "doveđe" sve elektrone koje emituje katoda na anodu. Takva struja zasićenja jednaka je emisionalnoj struji katode.

Struja zasićenja jako zavisi od temperature koju ima katoda. Primera radi navodimo da volfram emituje 75 puta više elektrona na 2200°C nego na 1800°C . Slično je i kod drugih metala i oksida. Otuda treba videti kako se greje katoda i šta je to katodno kolo. Naime, pored anodnog postoji i katodno kolo (sa naponom od 4 V, sl. 93), čiji je isključivi zadatak da zagreva katodu. To zagrevanje može da bude kako direktno tako i indirektno. Prvo je onda kada struja teče kroz katodu koja je u obliku žice. Indirektno grejanje katode, pak, ostvaruje se na taj način što se zagreva posebna žica koja se nalazi u izolovanom materijalu na čijoj je površini metalna obloga koja emituje elektrone.

Promenom struje u katodnom kolu menja se i temperatura katode a sa njom i broj emitovanih elektrona. Recimo da je temperatura t_2 viša od t_1 u navedenoj elektronskoj cevi. Struja zasićenja biće jača jer je veći broj elektrona koje katoda emituje u jednoj sekundi. Na temperaturi t_2 struja će biti

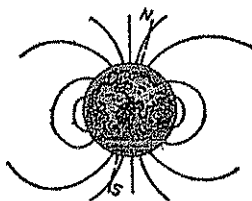
još jača i tako dalje, što se očigledno vidi sa prethodnog grafika koji daje karakteristiku takozvane diode. Jer, pored ovakvih cevi sa dve elektrode postoje i druge, trioda, tetroda itd.

Dioda kao i druge elektronske cevi danas se veoma mnogo koristi u radio-tehnici i automatizaciji. No, njen osnovni zadatak je ispravljanje naizmenične u jednosmernu struju. Zato se ona još često zove ispravljačica jer spada u grupu ispravljača struje o kojima će biti reči u elektrotehnici. To je očigledno, s obzirom da elektroni teku samo od katode prema anodi. Ako se katoda naelektriše pozitivno a anoda negativno - struje nema. Treba još napomenuti da se diodom mogu da ispravljaju relativno slabe struje dok se za struje velikih intenziteta koriste suvi selenovi i germanijumovi ispravljači i ignitroni.

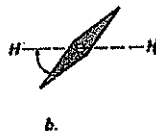
XV glava: ELEKTROMAGNETIZAM

72 15.1. Zemljino magnetno polje

Poznato je da Zemlja deluje kao jedan veliki magnet sa svojim polovima (severnim i južnim) koji se ne poklapaju sa njenim geografskim polovima (sl. 95). To se može zaključiti po ponašanju magnetne igle (kompasa) koja predstavlja jedan stalan magnet u obliku pokazanom na sl. 96. Naime,



Sl. 95



Sl. 96

igla pokazuje pravac severnog magnetnog meridijana jer se uvek postavlja u pravcu magnetnih linija pod uslovom da ne deluju druga magnetna polja. Na taj način može se pomoću magnetne igle meriti ugao između magnetnog i geografskog meridijana. Taj ugao zove se deklinacija.

Ugao deklinacije menja se kako od mesta do mesta, tako i na jednom i istom mestu tokom vremena. Na osnovu mnogobrojnih merenja napravljene su geografske karte za orijentaciju (za moreplovce). Krive koje pokazuju mesta sa istom deklinacijom zovu se izogone.

Magnetna igla može da se postavi tako da joj osa bude horizontalna. I tada će doći do obrtanja (u vertikalnoj ravni) tako da će se postaviti pod izvesnim uglom u odnosu na horizontalni pravac. Primera radi navodimo da se u Evropi igla postavlja uvek strmo prema tlu, dok je na polovima u vertikalnom položaju. To je očigledno ako se pogleda raspored magnetnih linija Zemlje na prethodnoj slici koje uviru, odnosno izviru iz polova. Ugao koji igla gradi sa horizontalnim pravcem zove se inklinacija, koja takodje nije ista u različitim mestima. Primera radi navedimo da inklinacija u našoj zemlji iznosi oko 60° . Inklinacija raste kada se ide prema polu gde je prav ugao, jer se postavlja u pravcu linije magnetne sile Zemlje. Krive koje vezuju sva mesta sa istim inklinacijama, zovu se izokline.

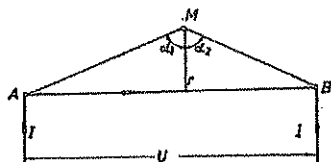
Najzad, navedimo da poreklo Zemljinog magnetizma nije sasvim poznato. Može se pretpostaviti da je magnetno polje rezultat Zemljine rotacije. S druge strane, ne može se zameriti ni uticaj ruda sa sadržajem gvoždja u "površinskom" sloju Zemlje. Kažemo "površinskom" sloju jer u dubini Zemlje, čak i da sigurno postoje rude sa gvoždjem, nema magnetizma obzirom na temperaturu od nekoliko hiljada stepeni koja unutra vlada. U stvari, danas je najverovatnija ona teorija po kojoj Zemljino magnetno polje potiče od kretanja usijane tečne mase u unutrašnjosti Zemlje, koja sadrži jone, pri čijem kretanju praktično stvaraju tzv. kružne struje. Takva struja, kao i svaka druga, obrazuje magnetno polje. Dakle, kružne struje unutar Zemlje obrazuju magnetno polje. U toj tečnoj masi joni su dobijeni na račun termičke jonizacije, zbog visokih temperatura u zemljinom jezgru. Pošto se radi o ogromnoj masi i ogromnim naelektrisanjima, odnosno jonima, to je logično što zemljino magnetno polje ima odgovarajuće dejstvo. Isto tako je objašnjivo zašto se magnetno polje menja tokom vremena kako po pravcu dejstva, tako i po intenzitetu tog dejstva na jednom i istom mestu.

15.2. Magnetno polje električne struje

Eksperimentalno je utvrđeno da se oko provodnika, dok kroz njega teče struja, formira magnetno polje. Tu pojavu otkrio je Ersted pre 150 godina, kada je izvodio demonstracije pred svojim studentima.

Jednostavnosti radi uzmimo prvo pravolinijski provodnik koji je vezan za akumulator pod odgovarajućim naponom (sl. 97). Postavimo, zatim, pravolinijski deo provodnika AB u pravcu magnetnog meridijana tako da se poklapa sa pravcem magnetne

igle. Kada se propusti relativno jaka struja (od 6 - 8A), igla skreće i teži da se postavi normalno na pravac provodnika.



Sl. 97

To je bio dokaz da na magnetnu iglu deluje još neko magnetno polje sem Zemljinog. Na osnovu toga bilo je očigledno da na magnetnu iglu deluje magnetno polje struje koja teče kroz provodnik.

Jačina magnetnog polja je vektorska veličina pa ima intenzitet H, pravac i smer dejstva. Intenzitet polja u nekoj tački M (sl. 97), može se izračunati pomoću praktičnog obrasca.

$$H = \frac{I}{4\pi r} (\sin\alpha_1 + \sin\alpha_2). \quad (\text{XV}, 1).$$

Jačina polja u datoj tački zavisi kako od jačine struje u provodniku, tako i od dužine pravolinijskog dela provodnika (jer od toga zavise i uglovi α_1 i α_2). U graničnom slučaju, kada je provodnik beskonačno dug, uglovi praktično iznose po 90° , pa prethodna jednačina dobija jednostavniji oblik:

$$H = \frac{I}{2r\pi} \quad (\text{XV}, 2).$$

Dakle, jačina magnetnog polja beskonačno dugog provodnika zavisi od jačine struje i normalnog rastojanja tačke od tog provodnika. Prethodna relacija daje i mogućnost da se odredi jedinica za jačinu magnetnog polja (A/m), pa možemo da definišemo:

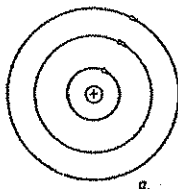
amper po metru je jačina magnetnog polja koje u vakuumu duž kruga obima 1 metar stvara električnu struju jačine od jednog ampera u provodniku neograničene dužine, koji čini osu tog kruga.

Pravac magnetnih linija, tj. pravac dejstva magnetnog polja, određuje se na više načina. Uzmimo samo jedan. Na karton, kroz koji je provučen provodnik, sipaju se gvoždjeni opiljci. Za vreme proticanja struje jačine od 6 - 10 A, opiljci će se poredjati u obliku koncentričnih krugova u ravni normalnoj na provodnik. Dakle, magnetne linije su zatvorene krive u vidu koncentričnih krugova.

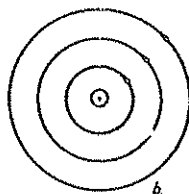
Smer magnetnih linija oko provodnika sa strujom, određuje se pravilom desne ruke: Ako se provodnik obuhvati desnom rukom tako da struja teče u pravcu ispruženog palca, onda će smer magnetnih linija biti ka vrhovima savijenih prstiju. Ili, kada gledamo niz provodnik (struja teče od nas) smer linija je u smeru kazaljke na satu - sl. 98a, i obrnuto (struja teče prema nama) što je dato na sl. 98b.

Otkrićem postojanja magnetnog polja oko provodnika sa

strujom počela je nova era jer je otkrivena uzajamna veza između magnetizma i elektriciteta, tj. da električna struja prouzrokuje magnetno polje. Kasnije ćemo videti i obrnuto, da



Sl. 98a



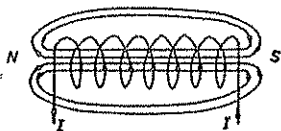
Sl. 98b

promenljivo magnetno polje proizvodi (indukuje) električnu struju.

U praksi se često sreće provodnik u obliku namotaja (sl. 99) koji se zove solenoid. Pri prolazu struje kroz namotaje javlja se, unutar solenoida, homogeno magnetno polje jer su linije magnetne sile međusobno paralelne. Pošto su takve linije zatvorene krive to one "grle" solenoid kako je na sl. 99 i dato.

Jačina magnetnog polja u solenoidu zavisi kako od jačine struje tako i od broja namotaja po centimetru dužine:

$$H = nI = \frac{n}{l} \cdot I \quad (\text{XV}, 3),$$



Sl. 99

gde je n , - ukupan broj namotaja u solenoidu čija je dužina l . Odatavde se vidi da će polje u solenoidu i na polovima biti utoliko jače ukoliko je jača struja koja prolazi kroz provodnik.

Smer magnetnih linija kod solenoida određuje se takođe pravilom desne ruke, ako se rukom obuhvate namotaji. To pravilo glas:

smer magnetnih linija biće u smeru palca, ako struja teče prema vrhovima prstiju.

Najzad, magnetni fluks unutar solenoida predstavlja broj linija magnetne sile koje prolaze kroz zatvorenu površinu namotaja S (poprečni presek solenoida), pa imamo da je

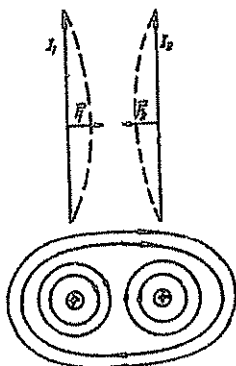
$$\Phi = HS = nIS = nS \cdot I = LI. \quad (\text{XV}, 4).$$

Odatavde se očigledno vidi da je magnetni fluks solenoida upravo srazmeran jačini struje koja teče kroz namotaje, jer je L , kao proizvod dve konstante takodje konstantna veličina.

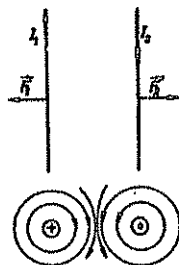
76
(74)15.3. Dejstvo magnetnih polja dva pravoliniskog provodnika sa strujom

Amper je eksperimentalno utvrdio da se dva provodnika (kroz koje teče električna struja), ako su blizu jedan drugog, uzajamno privlače ili odbijaju.

Paralelni provodnici se uzajamno privlače ako su im smerovi struje isti. (sl. 100a). Privlačenje provodnika posledica je u stvari uzajamnog dejstva magnetnih polja koja se formiraju oko provodnika. Linije magnetne sile između provodnika suprotno su usmerene pa dolazi do slabljenja magnetnog polja. Nasuprot tome, magnetne linije na većim rastojanjima od provodnika, obuhvataju oba provodnika pa je rezultujuće polje jače. Otuda postaje očigledno što se provodnici približavaju. Sile privlačenja F_1 i F_2 brojno su jednake a suprotno usmerene kako se to očigledno vidi na slici.



Sl. 100a



Sl. 100b

Paralelni provodnici mogu i da se odbijaju, kao što je pokazano na sl. 100b, ukoliko su smerovi njihovih struja suprotni. Linije magnetnih polja u tom slučaju imaju iste smerove u prostoru između provodnika pa dolazi do odbojnog dejstva. To ima za posledicu i mehaničko odbojno dejstvo, što se sa iste slike vidi po silama F_1 i F_2 .

Otuda zaključak da se provodnici sa strujama privlače ukoliko su im struje istog smera, i odbijaju - kada teku struje sa suprotnim smerovima. Sila privlačenja ili odbijanja srazmerna je jačinama struje u jednom i drugom provodniku i dužini provodnika, a obrnuto srazmerna njihovom međusobnom rastojanju, po relaciji:

$$F = \mu \frac{2I_1 \cdot I_2 \cdot l}{d}$$

(XV, 5.),

gde je μ - koeficijent magnetne propustljivosti, ili magnetna permeabilnosti, koji karakteriše magnetnu prirodu sredine.

75

15.4. Elektromagneti

Elektromagneti predstavljaju kombinaciju solenoida sa mekim gvoždjem, koje služi kao jezgro. Oblik elektromagneta zavisi od oblika jezgra, što je sasvim očigledno. Zato ćemo ovde uzeti najčešće upotrebljavan elektromagnet koji je dat na sl. 101.

Eksperimentalno je utvrđeno da je magnetno polje na polovima elektromagneta daleko jače od magnetnog polja kod solenoida. To se objašnjava činjenicom da se meko gvoždje brzo namagnetise kada kroz namotaje elektromagneta teče struja. U stvari, kada se gvoždje nadje u magnetnom polju solenoida, i samo postaje magnet sa svojim poljem. Tako na polovima elektromagneta imamo zbir dva polja: polje solenoida i polje namagnetisanog gvoždja. Otuda će i magnetni fluks biti veći, tj. biće veći broj linija magnetne sile između polova (sl. 101). Za veličinu polja u takvom slučaju uvodi se veličina koja se zove magnetna indukcija (B), koja je uvek srazmerna jačini solenoida:

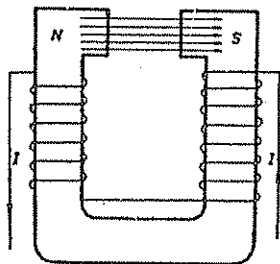
$$B = \mu H, \quad (XV, 6),$$

gde koeficijent magnetne propustljivosti (ili permeabilnosti) u stvari, daje odnos magnetne indukcije i jačine magnetnog polja (B/H). Taj odnos važi uvek bez obzira na materijal koji se nalazi u solenoidu. Za vazduh imamo $B_0 = \mu_0 H$. Otuda se vrlo često koristi relativna vrednost magnetne propustljivosti:

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\mu H}{\mu_0 H} = \frac{\mu}{\mu_0} = \mu_r. \quad (XV, 7),$$

odakle izlazi da je relativna magnetna propustljivost količnik magnetnih indukcija kada je jednom jezgro gvoždje a drugi put vazduh. zato je to neimenovani broj. Primera radi navodimo da je relativna magnetna propustljivost za nikl 1120, za meko gvoždje 7000, elektrolitičko gvoždje topljeno u vakuumu 12900, a za leguru od gvoždja i nikla čak i 60000 puta veća od propustljivosti vazduha. To onda znači da je i magnetno polje između polova elektromagneta toliko puta jače od polja solenoida.

Magnetni fluks kod elektromagneta dat je proizvodom magnetne indukcije B i površine S , normalno postavljene na linije magnetne sile:



Sl. 101

$$\Phi = BS$$

(XV,8)

a odatle

$$B = \frac{\Phi}{S}$$

(XV,9).

Jedinica za magnetnu indukciju je tesla (1 T), koja je uvedena kao naziv 1954. godine. Po definiciji,

tesla je magnetna indukcija homogenog magnetnog polja, koje djeluje silom od 1 njutna na pravolinijski provodnik dužine 1 metar, kada stoji normalno na pravac polja, a kroz provodnik teče struja jačine 1 amper.

Ova definicija dobija se na osnovu dejstva magnetnog polja na provodnik sa strujom, kada je isti normalno postavljen na pravac dejstva polja: $[F = B \cdot I \cdot L]$ a odatle: $1T = 1N/A \cdot m$.

Jedinica za magnetni fluks zove veber (1 Wb), Po definiciji,

veber je magnetni fluks koji prolazi kroz kvadratni metar normalno postavljene površine na pravac magnetnog polja, čija je indukcija 1 tesla:

$$1 \text{ Wb} = 1T \cdot 1m^2$$

Definicija je došla na osnovu relacije XV,8.

Pored ovih elektromagneta sa jezgrom od mekog gvoždja, imamo i tzv. polarizovane elektromagnete, čija su jezgra napravljena od stalnih magneta. Kroz namotaje takvog elektromagneta teče naizmjenična struja zbog koje je polu magnetno polje jače a na drugom slabije, i obrnuto, u drugoj polovini oscilacije struje, što omogućava njegovu primenu za naizmenično zvonice i druge.

Najzad, elektromagneti imaju vrlo široku primenu. Tu dolaze pre svega generatori naizmenične struje (Teslini generatori trofazne struje, dinamo-mašine) u koje se ugrađuju elektromagneti između čijih polova imamo jako magnetno polje. Pored toga, elektromagneti se primenjuju kod relea, telegrafa i u drugim uredjajima.

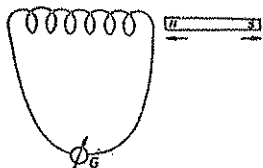
76⁷⁸

15.5. Indukovane struje

Indukovane struje otkrio je genijalni Faradej 1831. godine. Koliki je značaj toga otkrića vidi se po tome što je konstrukcija svih savremenih snažnih generatora električne energije bazirana na pojavi elektromagnetne indukcije.

Elektromagnetna indukcija je pojava koja je sadržana u činjenici da se u provodniku stvara elektromotorna sila kada se isti kreće u magnetnom polju, tj. kada kroz zatvorenu površinu provodnika prolazi promenljivi magnetni fluks, Faradej je uzeo zatvoreni provodnik u obliku solenoida (sl. 102) u koji je vezao jedan osetljivi instrument za merenje struje.

Takav zatvoreni provodnik nije u stanju da daje struju jer nema generatora u kolu. Međutim, ako se u zavojnicu unosi magnet, igla na galvanometru G skreće što služi kao dokaz da u provodniku ima struje. Pri iznošenju magnetu igla galvanometra opet skreće samo na drugu stranu. Odatle se može izvesti zaključak da se u zatvorenom provodniku indukuje struja dok se unosi i iznosi magnet odnosno, dok namotaje provodnika preseca različit broj magnetnih linija ili prosto, dok se menja magnetni fluks. Interesantno je još istaći da je skretanje igle utoliko jače ukoliko se magnet brže unosi i iznosi. To treba povezati sa brzinom promene magnetnog fluksa jer je elektromotorna sila (koja prouzrokuje struju) upravo srazmerna toj brzini promene fluksa pa imamo:



Sl. 102

$$\varepsilon = - \frac{d\phi}{dt}$$

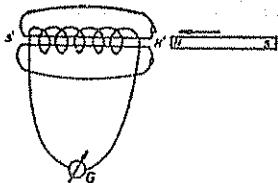
(XV,10)

Gornji obrazac u diferencijalnom obliku predstavlja osnovni zakon elektromagnetne indukcije poznat pod imenom Faradejev zakon indukcije. Ako je zatvoreni provodnik u kome se indukuje struja sastavljen od više namotaja (n) onda se elektromotorna sila svih namotaja sabira, jer je istog smer, pa je viša n puta:

$$\varepsilon = -n \frac{d\phi}{dt}$$

(XV,10a).

Znak minus može da se objasni takozvanim Lencovim pravilom. Smer indukovane struje, pa otuda i elektromotorne sile zavisi od toga da li u zatvoreni provodnik unosimo severni ili južni magnetni pol, a zatim da li unosimo ili iznosimo jedan i isti kraj magnetu. U svakom od ovih navedenih slučajeva (unošenje ili iznošenje magnetu) javlja se izvestan otpor koji koči kretanje magnetu. Tako, na primer, kada magnet unosimo "nešto" se suprotstavlja kretanju a kad iznosimo dolazi takodje do otpora. Lenc je to objasnio na sledeći način: Pri unošenju magnetu indukuje se struja takvog smera da njen severni pol odbija severni pol magnetu (sl. 103). Kada se magnet iznosi iz provodnika, smer struje se menja, pa južni pol struje privlači severni pol magnetu. Otuda jasno izlazi da se i u jednom i u drugom slučaju radi o otporu koji treba savladati. Lenc je to formulisao u vidu sledećeg pravila:



Sl. 103

U zatvorenom provodniku indukuje se struja takvog smera da se svojim magnetnim poljem suprotstavlja uzročniku.

Na kraju treba naglasiti da se elektromagnetna indukcija široko primenjuje u elektrotehnici, kod generatora naizmenične i jednosmerne struje, naime, kod Teslinih generatora trofazne struje i kod dinamo mašina.

15.6. Elektromotorna sila samoindukcije

Elektromotorna sila može da se indukuje, kao što smo napred videli, u svakom provodniku ako dolazi do promene magnetnog fluksa tokom vremena. Kako je to zakon koji važi za sve slučajeve bez izuzetka, to ne može mimoći ni sam provodnik (recimo solenoid), kroz koji teče struja. Naime, u samom solenoidu, kroz koji teče promenljiva struja, usled čega se menja magnetni fluks, javlja se elektromotorna sila indukcije sa smerom suprotnim od napona u kolu. Takva EMS je elektromotorna sila samoindukcije jer se javlja u istom provodniku.

Veličina EMS samoindukcije može se dobiti ako se podje od Faradejevog zakona indukcije, koristeći činjenicu da je magnetni fluks unutar solenoida promenljiv, zavisno od struje:

$$\Phi = HS = nSi = Li \quad (XV,11),$$

gde je i - trenutna jačina struje a L - koeficijent proporcionalnosti. Zamenimo li fluks u jednačini za elektromotornu silu, dobićemo sledeći obrazac:

$$\epsilon = -L \frac{di}{dt} \quad (XV,12).$$

Oдавде sledi zaključak da je,

elektromotorna sila samoindukcije srazmerna brzini promene jačine struje u kolu.

Koeficijent proporcionalnosti L predstavlja induktivnost kalem (ili: koeficijent samoindukcije) i zavisi od broja namotaja solenoida po jedinici dužine i zatvorene površine namotaja: $L = n \cdot S$ (jednačina XV,4). Inače po definiciji,

induktivnost kalem (koeficijent samoindukcije) brojno je jednaka EMS samoindukcije koju prouzrokuje promena jačine struje od jednog ampera za jednu sekundu.

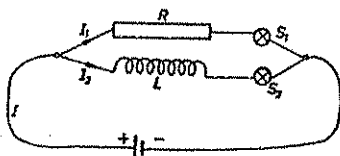
Jedinica za induktivnost kalem zove se henri (1H) čija definicija glasi:

Henri je induktivnost kalem u kome se indukuje EMS samoindukcije od 1 volta, kada se jačina struje u njemu jednoliko menja za 1 amper u sekundi:

$$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s/A}.$$

Da se u kolu promenljive struje zbilja javlja samoindu-

kojia, uverava nas ogled koji je šematski dat na sl. 104. U gornjoj grani nalazi se otpor R sa sijalicom, a u donjoj solenoid vezan serijski sa sijalicom. Pri uključivanju strujnog kola gornja sijalica S_1 pali se pre nego donja (S_2). Kada se pak struja isključuje, kasnije se gasi donja sijalica od gornje. To zakašnjavaње, i pri paljenju i pri gašenju liči na "inerciju" i tumači se činjenicom da se u solenoidu, pri uključivanju struje, javlja EMS samoindukcije sa smerom koji ometa struju, tj. sa smerom suprotnim od napona u kolu. Pri isključivanju, naprotiv, EMS samoindukcije i napon imaju isti smer pa struja za kratko vreme teče i posle isključivanja kola. Dakle, struja kasni kada se u kolu javlja samoindukcija.



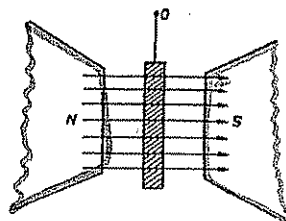
Sl. 104

U gornjoj grani takve pojave samoindukcije nema pa se sijalica skoro trenutno pali, odnosno gasi. U vezi sa tim postavlja se pitanje otkuda je to tako kada je otpor R od žice uvijene u obliku zavojnice. Žica se u takvim slučajevima namotava bifilarno usled čega se magnetna polja uzajamno uravnotežavaju.

15.7. Vrtložne struje

Sa pojavom elektromagnetne indukcije vezano je i otkriće takozvanih vrtložnih struja, koje se javljaju u masivnim delovima metala kada dodje do promene magnetnog fluksa. Takva promena magnetnog fluksa, usled čega se javljaju indukovane vrtložne struje, može da se dobije bilo da se komad metala pomera u stalnom magnetnom polju, ili da se menja samo magnetno polje. Otuda zaključak da se indukovana struja ne javlja samo u provodnicima koji se okreću u magnetnom polju, već i u bilo kakvom komadu metala kada se menja magnetno polje.

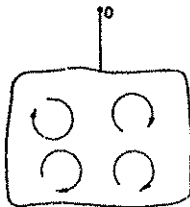
Proučimo prvo pojavu vrtložnih struja kada se komad metala pomera u stalnom magnetnom polju. To se može učiniti sa komadom bakra u obliku diska, koji može da osciluje između polova elektromagneta kako je pokazano na sl. 105. Oscilacije bakra kao klatna biće slabo amortizovane kada nema magnetnog polja između polova. Razlog tome je očigledno mali otpor vazduha i slabo trenje u tački vešanja klatna. Stvar stoji sasvim drukčije ako se kroz namotaje elektromagneta pusti struja,



Sl. 105

pri čemu se javlja magnetno polje. Oscilacije bakra postaju jako amortizovane, što ukazuje na postojanje nekog novog otpora koga maločas nije bilo. Taj "otpor" objašnjava se na sledeći način: pri oscilovanju komad bakra seče linije magnetnog polja samim tim što ulazi i izlazi iz polja. Tada dolazi do promene magnetnog fluksa u bakru ($d\Phi/dt$), što prouzrokuje elektromotornu silu u ravni diska, koji stoji normalno na ravan slike. Takva elektromotorna sila prouzrokuje elementarne struje u obliku vrtloga (sl. 106), pa otuda ime vrtložne struje.

Vrtložne struje imaju svoje magnetno polje, koje se, po Lencovom pravilu, svojim dejstvom suprotstavlja magnetnom polju elektromagneta i koči oscilovanje bakra. Kada se bakar iseče u obliku lepeze, nema amortizovanih oscilacija jer se u njemu ne javljaju vrtložne struje.



Sl. 106

Vrtložne struje mogu da se jave i u slučaju kad se masivni komad metala nalazi u promenljivom magnetnom polju, što smo imali kod elektromagneta. Magnetno polje unutar solenoida, gde se nalazi jezgro od mekog gvoždja, može da bude promenljivo sa promenljivom strujom u namotajima. Pri tome se javljaju vrtložne struje u samom jezgru.

Takve struje zagrevaju metal i smanjuju korisnu energiju koju može da ima elektromagnet. Usled toga potrebno je do krajnjih granica oslabiti vrtložne struje. To se postiže na taj način što se jezgro pravi od tankih međusobno izolovanih gvozdених žica. Jezgro može da se napravi i od tankih metalnih listova, kao što je slučaj kod transformatora, jer se i tamo javljaju vrtložne struje usled neprekidne promene magnetnog fluksa koje prouzrokuje naizmenična struja. Ovdje smo naveli dva primera, elektromagnet i transformator. Međutim, vrtložne struje mogu da se jave i na drugim mestima, koje se otklanjaju uvek na isti način - izgradnjom jezgra od tankih limova od metala koji su međusobno izolovani.

XVI. glava: NAIZMENIČNA STRUJA

78 16.1. Princip rada generatora naizmenične struje

Sinusne struje mogu se dobiti pri jednolikom obrtanju provodnika (u obliku rama) u magnetnom polju snažnog elektromagneta. Takve struje jesu specijalan slučaj harmonijskih oscilacija, pa su veličine kao što su elektromotorna sila, napon i jačina struje sinusne funkcije.

Proizvodjenje naizmenične struje danas se vrši isključivo pomoću trofaznih generatora koje je dao Nikola Tesla. U takvom generatoru nalaze se tri zasebna strujna kola, odnosno tri faze. Na ovom mestu dovoljno je uzeti jednu fazu sa kojim se mogu proučiti neki osnovni zakoni takozvane monofazne naizmenične struje. U jednom provodniku u obliku rama (sl. 107) može da se indukuje elektromotorna sila ako se isti obrće u stalnom magnetnom polju elektromagneta sa magnetnom indukcijom B . Njena veličina zavisice od brzine promene magnetnog fluksa. Pri obrtanju rama (gledamo čeonu preseku rama, sl. 108) oko ose postavljene normalno na ravan slike, ravan rama stalno menja ugao u odnosu na linije magnetne indukcije. To povlači za sobom promenu magnetnog fluksa koji prolazi kroz zatvorenu površinu rama (provodnika). Zavisnost te promene fluksa sa vremenom može se dobiti iz skalarnog proizvoda magnetne indukcije B i orijentisane površine rama S , odakle izlazi:

$$\phi = \phi_m \cdot \cos \varphi = BS \cdot \cos \omega t.$$

Dakle, fluks se menja iako su i magnetna indukcija i površina S stalne veličine, zahvaljujući promeni ugla usled rotacije rama.

Elektromotorna sila, koja se proizvodi na krajevima provodnika (rama) dobija se zamenom fluksa u Faradejevom zakonu indukcije, pa imamo:

$$\epsilon = - \frac{d\phi}{dt} = - \frac{d}{dt} (\phi_m \cdot \cos \omega t) = - \frac{d}{dt} (BS \cdot \cos \omega t),$$

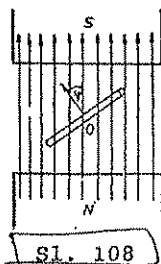
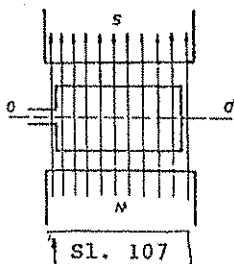
odnosno:

$$\epsilon = BS\omega \cdot \sin \omega t, \quad (\text{XVI, 1a})$$

ili

$$\epsilon = \epsilon_m \cdot \sin \omega t. \quad (\text{XVI, 1b})$$

Dakle, elektromotorna sila (EMS) kod jednolikog obrtanja rama u stalnom magnetnom polju je sinusna funkcija, što je već



rečeno na početku ovog člana. EMS ne menja samo intenzitet već i smer odakle izlazi da je i jačina struje sinusna funkcija, koja se javlja kada se kolo zatvori, pa imamo:

$$i = I_m \cdot \sin \omega t \quad (\text{XVI, 2}).$$

Dalje, maksimalna (amplitudna) vrednost elektromotorne sile zavisi, po obrascima XVI, 1a i 1b, kako od magnetne indukcije i površine rama, tako i od ugaone* brzine rotacije, jer je

$$\epsilon_m = BS\omega$$

Savremeni generatori grade se tako da ne rotira provodnik (u obliku rama), nego elektromagnet. Naime, kao rotor pojavljuje se elektromagnet koji rotira po periferiji onih provodnika u kojima indukuje naizmenična struja. Ovog puta je dovoljno navesti da je frekvencija naizmenične struje 50 Hz, što znači da jedna oscilacija struje iznosi dva stota od sekunde ($T = 0,02 \text{ s}$). U jednom delu Amerike frekvencija naizmenične struje je 60 Hz.

* Za kolo struje ω je kružna frekvencija, koja se daje sledećom relacijom: $\omega = 2\pi \nu$.

16.2. Efektivne vrednosti struje i napona

Naizmenična struja promeni smer u kolu 50 puta za jednu sekundu, a sto puta u istom vremenu dostigne amplitudnu vrednost u jednom i drugom smeru. To isto važi i za napon. Otuda je praktično nemoguće meriti trenutne vrednosti struje i napona. Dalje, merenjem trenutnih vrednosti ne ocenjuje se stvarno dejstvo struje. Zbog toga se uzimaju takozvane efektivne vrednosti jačine struje i napona.

Efektivne vrednosti jačine i napona naizmenične struje mogu da se dobijaju poređenjem termičkog dejstva jednosmerne i naizmenične struje u istom kolu, odnosno potrošaču, obzirom da i jedna i druga struja imaju termičko dejstvo. Naime, poznato je da struja zagreva provodnik bez obzira da li ima jedan ili drugi smer.

Jednosmerna struja u jednom termičkom potrošaču sa otporom R oslobadja izvesnu količinu toplote Q . Jednostavnosti radi uzmimo da je toplota Q dobijena za vreme T , koliko traje jedna oscilacija naizmenične struje. Količina toplote iznosiće tada: $Q = I^2 R T$. Vežimo sada isti potrošač u kolu naizmenične struje koja za isto vreme može da proizvede istu količinu toplote. Pošto se naizmenična struja stalno menja po intenzitetu, moraćemo da uzmemo obrazac za toplotu u diferencijalnom obliku:

$$dQ = i^2 R \cdot dt,$$

gde je i - trenutna vrednost struje u trenutku dt .

Količina toplote koja se oslobadja za vreme T , dobiće se integracijom diferencijalne jednačine u odgovarajućim granicama:

$$Q = \int_0^T i^2 R \cdot dt = R \cdot I_m^2 \int_0^T \sin^2 \omega t \cdot dt.$$

Gornji integral može da se reši sledećom zamenom:

$$\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t),$$

pa imamo:

$$Q = \frac{R \cdot I_m^2 \cdot T}{2}$$

što je rezultat prvog integrala dok je drugi u granicama od 0 do T uvek jednak nuli.

S obzirom na to da su jednosmerna i naizmenična struja u istom kolu (potrošaču) proizvele istu količinu toplote za vreme T , to se njihovim izjednačavanjem dobija:

$$I^2 R T = \frac{I_m^2 R T}{2}, \text{ a odatle je}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{I_m}{1,41} = 0,707 I_m.$$

(XVI, 3).

Ta jačina struje, koja je od maksimalne vrednosti manja za koren iz dva, zove se efektivna vrednost naizmenične

struje, čija definicija glasi:

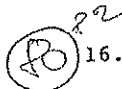
Efektivna jačina naizmenične struje brojno je jednaka onoj konstantnoj jednosmernoj struji koja u istom kolu, za isto vreme, proizvede isto termičko dejstvo, odnosno istu količinu toplote kao i naizmenična struja.

Slično je i kod napona, koji takodje ima svoju efektivnu vrednost, koja se može dobiti na isti način kao i efektivna jačina struje, pa se daje sličnom relacijom:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = 0,707 U_m \quad (\text{XVI}, 4).$$

Efektivni napon u razvodnoj mreži naizmenične struje iznosi 220 V, a maksimalna vrednost napona iste struje, po relaciji XVI, 4 jeste 310 V. To isto važi i za elektromotornu silu naizmenične struje, pa nećemo ponavljati isto izvođenje.

Na kraju se može konstatovati da u kolu naizmenične struje imamo trenutne, maksimalne i efektivne vrednosti struje i napona, koje koriste u svakodnevnom računu za naizmeničnu struju. Efektivne vrednosti struje i napona koriste se uvek tamo, kada određene zakone treba dati u jednostavnom i konačnom obliku.

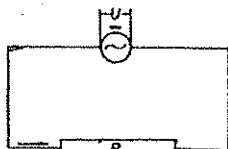


16.3. Termička (omska) otpornost

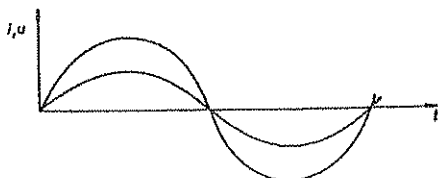
Dok se u kolu jednosmerne struje koristi samo termička, odnosno električna otpornost, dotle u kolu naizmenične struje imamo tri vrste otpornosti:

- 1) termička (ili aktivna otpornost)
- 2) induktivna, i
- 3) kapacitivna otpornost,

Najprosti slučaj imamo kada se u kolu nalazi samo termički potrošač (sl. 109). Tada je reč samo o termičkom ili



Sl. 109



Sl. 110

aktivnom otporu. U takvom kolu vrši se potpuna i nepovratna transformacija električne u toplotnu energiju, po Džulovom zakonu koji važi i za jednosmernu struju ($Q = I^2 R t$). To je ujedno i prva karakteristika takvog kola.

Druga osobina kola sa termičkim otporom, jeste činje-

nica da su struja i napon u fazi (sl. 110), tj. da istovremeno dostižu nulte i maksimalne vrednosti kako je to grafički na pomenutoj slici predstavljeno. To dalje znači da pri porastu struje raste i napon, pa se može primeniti Omov zakon na njihove trenutne vrednosti:

$$R: \quad i = \frac{u}{R} \quad \text{TRENUTNA VRED.}$$

Zamenom napona sinusnom funkcijom, dobijamo:

$$i = \frac{U_m}{R} \cdot \sin \omega t \quad \text{MAX. VRED.}$$

Pošto gornja jednačina daje trenutnu vrednost naizmenične struje, to je količnik maksimalnog napona i otpora u stvari amplitudna vrednost struje I_m , pa možemo napisati da je $I_m = U_m/R$, jer je $i = I_m \cdot \sin \omega t$. Predhodna jednačina daje u stvari Omov zakon za maksimalne vrednosti struje i napona u kolu sa termičkim potrošačem. Podelimo li je sa korenom iz dva, dobićemo efektivne vrednosti:

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{EFF. VRED.}$$

Odatle se može zaključiti da Omov zakon važi kako za trenutne i maksimalne, tako i za efektivne vrednosti struje i napona. To dalje pokazuje sličnost sa kolom jednosmerne struje kod koje neme drugih potrošača.

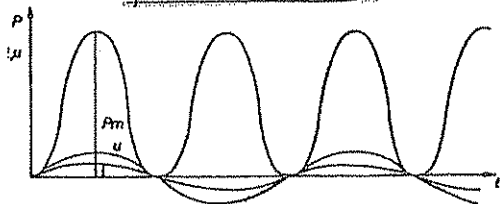
Najzad, vratimo se na činjenicu da se u kolu naizmenične struje sa termičkim potrošačem vrši nepovratna i potpuna transformacija električne u toplotnu energiju, gde se postavlja pitanje obrasca za snagu, tj. energije koja prelazi u toplotnu za jednu sekundu. Odgovor na takvo pitanje može da se dobije ako se podje od trenutne snage koja je data proizvodom trenutnih vrednosti struje i napona:

$$p = iu.$$

Zamenom vrednosti za struju i napon, dobijamo:

$$p = I_m U_m \cdot \sin^2 \omega t.$$

(XVI, 5).



Sl. 111

Dobijeni izraz pokazuje da se trenutna snaga menja sa kvadratom sinusa, ostajući sve vreme pozitivna (sl. 111). Sa

fizičke tačke gledišta to znači da se za celo vreme proticanja struje odvija jednostran (nepovratan) proces prelaza električne u toplotnu energiju. Snaga se menja tokom vremena tako što "osciluje" od nule do P_m (sl. 111). Otuda se može aritmetičkim zbirom doći do srednje snage:

$$P = \frac{0+P_m}{2} = \frac{I_m U_m}{2} = I U \quad (\text{XVI}, 6)$$

gde su I i U efektivne vrednosti struje i napona. Dakle, dobijeni obrazac za snagu za kolo naizmenične struje sa termičkim otporom jednak je onom za jednosmernu struju.

Računski primer: Električni štednjak, čija je ukupna snaga (kada su uključeni svi grejači) $P = 2,5$ kW, uključen je u mrežu. Izračunati:

- 1) jačinu struje koja teče kroz sve grejače, i
- 2) mesečnu potrošnju električne energije, ako je svakodnevno korišćen po 3 časa,

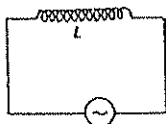
Efektivna jačina struje je: $I = \frac{P}{U} = 11,4$ A.

Električna energija, utrošena za mesec dana iznosi:

$$A = Pt = 2500W \cdot 90h = 225kWh,$$

16.4. Induktivna otpornost

U kolu naizmenične struje pojavljuje se induktivna otpornost kada se uključi kalem samoindukcije (solenoid). Jednostavnosti radi uzećemo da je termička otpornost kalema (Sl. 112) zanemarljivo mala, da je možemo uzeti da je jednaka nuli. Onda je u kolu samo induktivna otpornost pa kažemo da se radi o čistoj induktivnoj otpornosti.



Sl. 112

Zbog naizmenične struje, koja stalno menja svoju jačinu po sinus, u kolu se indukuje EMS samoindukcije, koja je u svakom trenutku brojno jednaka a suprotno usmerena naponu generatora (Sl. 112). Zato se može napisati jednačina za elektrodinamičku ravnotežu, kako sledi: $-e = u$. I upravo ta suprotno usmerena EMS samoindukcije prouzrokuje tzv. induktivnu otpornost u kolu. Zamenimo li EMS samoindukcije u jednačini za elektrodinamičku ravnotežu, dobićemo da je

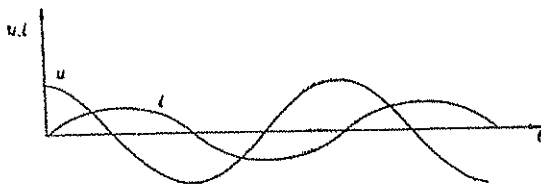
$$u = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt}(I_m \sin \omega t) = L \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t,$$

odnosno:

$$u = L \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t. \quad (\text{XVI}, 7).$$

Napon generatora je, kao što se vidi, kosinusna funkcija a sama struja menja se po sinus. To znači da struja i napon nisu u fazi. Fazna razlika iznosi 90° , tj. struja kasni za naponom za toliko ugao zbog otpora samoindukcije, kako je to

predstavljeno na sl. 113. Tako dolazimo do jednog novog fenomena da struja i napon nisu u fazi, što do sada nije bio slučaj. Zato je u prethodnom članu posebno bilo podvučeno da



Sl. 113

kođ termičkog otpora struja i napon jesu u fazi.

Vratimo se sada izrazu XVI,7, koji daje napon kao kosinusnu funkciju. Na desnoj strani jednačine amplitudnu vrednost daje sve ono što stoji ispred kosinusa, pa možemo da napišemo da je:

$$U_m = I_m L \omega.$$

Podelimo li jednačinu sa korenom iz dva, dobijamo efektivne vrednosti napona i struje, čiji količnik daje brojnu vrednost induktivne otpornosti:

$$\frac{U}{I} = X_L = L \cdot \omega \quad (\text{XVI}, 8),$$

koji merimo omima, kao i termičku otpornost. Iz poslednje relacije očigledno se vidi da induktivna otpornost zavisi kako od induktivnosti kalema, tako i od kružne frekvencije naizmjenične struje. Sa povećavanjem kružne frekvencije, isti kalem imaće veću induktivnu otpornost i obrnuto. Kada se radi o visokofrekventnim strujama, čije se oscilacije mere megahercima, induktivni otpor može da bude toliko velik, da praktično uguši struju zbog čega se kalem samoindukcije zove još i prigušnica.

Računski primer: Kolika je induktivna otpornost kalema, čija je induktivnost $L = 0,5 \text{ H}$, ako se jednom uključi u kolo struje sa frekvencijom od 50 Hz , a drugi put u kolo visokofrekventne struje čija je frekvencija 50.000 Hz ?

Induktivna otpornost kalema u mreži iznosi:

$$X_L = L \omega = 2\pi \nu \cdot L = 6,28 \cdot 50 \cdot 0,5 \Omega \approx 157 \Omega,$$

a u kolu visokofrekventne struje daleko je veća:

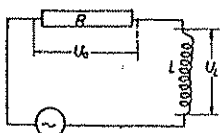
$$X_L' = L \cdot \omega' = 0,5 \cdot 6,28 \cdot 5 \cdot 10^4 \Omega = 157.000 \Omega.$$

Račun očigledno pokazuje da je u drugom slučaju otpornost daleko veća iako se radi o istom kalemu, pa je naziv "prigušnica" potpuno opravdan. Zato induktivna otpornost ima veliki značaj u kolima visokofrekventnih struja.



16.3. Omov zakon za kolo naizmenične struje

U kolo naizmenične struje mogu da se vežu serijski termički (omski) i induktivni otpor, kako je pokazano na sl. 114. Ukupni otpor u takvom kolu nije ravan algebarskom zbiru omskog i induktivnog otpora iz prostog razloga

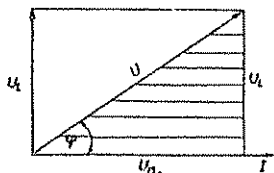


Sl. 114

što ni ovde struja i napon nisu u fazi. Naime, struja kasni za naponom za izvestan ugao φ koji je manji od 90° a veći od nule, tj. $0 < \varphi < \pi/2$. Razlog tome je otpor R koji u ovom kolu nije jednak nuli.

Obrazac za ukupnu otpornost može da se dobije na dva načina: analitičkim putem ili pomoću takozvanog vektorskog dijagrama. Drugi način je elegantniji i jednostavniji, pa ćemo se na njemu samo i zadržati.

Jačina struje i naponi na krajevima omske (aktivne) i induktivne otpornosti mogu da se predstavje odredjenim vektorima odgovarajućih pravaca. Počinje se sa jačinom struje (uzima se efektivna vrednost) koja je ista za celo kolo i koja se daje u vidu vektora I (sl. 115). Napon na krajevima



Sl. 115

aktivne otpornosti daje se vektorom koji se slaže sa pravcem struje. Time se simbolično pokazuje da su struja i napon u fazi kad se radi o kolu sa aktivnom otpornosti. Napon U_L , koji imamo na krajevima kalema samoindukcije predstavljen je vektorom koji je pomećen ulevo za ugao od 90° u odnosu na struju. To je zbog toga što struja kasni za naponom. Pošto u kolu imamo i jedan i drugi napon, to će ukupni napon na polovima generatora biti vektorski zbir tih napona, obeležen slovom U , koji predstavlja dijagonalu pravougaoznika. Struja sada kasni za naponom za ugao φ , koji uvek predstavlja oštar ugao kako je već rečeno u početku ovog člana.

Na osnovu takvog vektorskog dijagrama dobija se jedan trougao (šrafirana površina) koji je u elektrotehnici poznat pod imenom trougao napona. Podelimo li svaku stranu trougla sa jačinom struje dobićemo trougao otpornosti, gde hipotenuza predstavlja ukupnu otpornost kola (Z), a katete, aktivnu i induktivnu otpornost. Posle toga nije teško doći do relacije za ukupnu otpornost Z :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$$

(XVI,9).

U elektrotehnici ukupna otpornost zove se impedancija kola. Omov zakon za takvo kolo daje se sledećom relacijom:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}}$$

(XVI,10).

Oдавде očigledno proističe da efektivna jačina struje zavisi kako od termičke otpornosti, tako i od induktivnosti kalema i kružne frekvencije.

Računski primer: Termički potrošač, otpornosti $R=100\Omega$, i kalem samoindukcije, čija je induktivnost $L = 0,5 \text{ H}$, vezani su redno u kolo razvodne mreže pod naponom $U = 220 \text{ V}$.

Izračunati:

- efektivnu jačinu naizmjenične struje,
- napon na krajevima termičkog potrošača, i
- napon na krajevima kalema samoindukcije.

Rešenje:

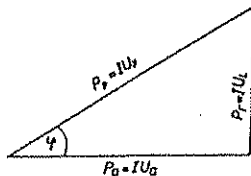
- $I = \frac{U}{Z} = 1,2 \text{ A}$.
- $U_R = I \cdot R = 120 \text{ V}$, i
- $U_L = L \cdot I \cdot \omega = 188,4 \text{ V}$.

86

16.6. Snaga naizmjenične struje

U kolu naizmjenične struje (u mreži) najčešće imamo i termičku i induktivnu otpornost, pri čemu dolazi do zaostajanja struje za naponom. U takvom slučaju ne važi obrazac za snagu koji je dat za kolo sa omskom, odnosno aktivnom otpornošću. Otuda je potrebno izvesti obrazac koji bi važio baš za taj najčešći slučaj kada se u kolu javljaju obe vrste otpora.

Traženi obrazac za snagu može da se dobije koristeći trougao napona čije strane množimo efektivnom jačinom struje, posle čega se dobija trougao snage (sl. 116). Naime, proizvodi struje i napona daju odgovarajuće snage kao što su aktivna, prividna i reaktivna. Aktivna snaga P_a , data je obrascem:



Sl. 116

$$P_a = IU \cdot \cos \varphi$$

(XVI, 11),

što je iz trougla snage očigledno, gde je φ - fazna razlika između struje i napona u kolu. Kosinus toga ugla je takozvani faktor snage.

Poslednji obrazac govori da aktivna snaga u kolu opada sa povećanjem fazne razlike jer se smanjuje faktor snage. Primera radi, navedimo da u razvodnoj mreži naizmjenične struje, faktor snage kreće se između 0,6 i 0,8, što očigledno pokazuje da snaga nije data proizvodom efektivnih vrednosti struje i napona. Zato proizvod struje i napona daje tzv. prividnu snagu:

Primer

$$P_p = U \cdot I,$$

koja u trouglu snage predstavlja hipotenuzu. Otuda, aktivna snaga može se dati i drugim obrascem:

$$P_a = P_p \cdot \cos \varphi$$

(XVI, 11a).

Dakle aktivna snaga ne može da se meri ampermetrom i voltmetrom koji se uključuje u kolo na odgovarajući način. Naime, proizvod struje i napona neće dati aktivnu već prividnu snagu u svakom onom slučaju kada faktor snage nije ravan jedinici. Zato se aktivna snaga meri vatmetrom koji se uključuje u kolo. Ako se pored toga uključi ampermetar i voltmetar, onda možemo merenjem prividne snage da izračunamo, na osnovu obrasca XVI, 11a, faktor snage a odatle i faznu razliku.

Faktor snage može najjednostavnije da se meri takozvanim fazometrom. Drugi način je induktivna metoda pomoću vatmetra koji je gore već pomenut.

Energetski posmatrano, aktivna snaga brojno je jednaka radu naizmjenične struje u sekundi, koji se napovratno transformiše u toplotnu energiju u kolu. Međutim, to je veći ili manji deo od ukupne snage koju daje generator naizmjenične struje, zavisno od fazne razlike napona i struje. Trougao snage zato ima, pored prividne i aktivna, još i reaktivnu snagu, koja se daje obrascem:

$$P_r = P_p \cdot \sin \varphi.$$

(XVI, 12).

Reaktivna snaga, koja takodje zavisi od fazne razlike, može da se shvati ako se uzme kolo struje sa solenoidom, čija je otpornost R jednak nuli. U takvom kolu nema nepovratne transformacije električne u toplotnu energiju, već služi da namagnetiše prostor oko solenoida. To znači da se električna energija transformiše u magnetnu energiju solenoida. Takva transformacija je naizmjenična, tj. magnetna energija solenoida vraća se u električnu energiju tako da imamo oscilovanje energije između kola i izvora. U takvom slučaju fazna razlika između napona i struje iznosi 90°. To je idealan slučaj. Takva struja ne može da se iskoristi, zbog čega se i zove jalova ili bezvatna struja.

Naziv "reaktivna snaga" odgovara, obzirom da se takva struja praktično ne može da koristi za nepovratnu transformaciju u neki drugi oblik energije. Zbog toga je u Zakonu o mernim jedinicama iz 1976. godine, za jedinicu reaktivne snage uzeta jedinica var (1 var), što znači vat reaktivni, a ne vat koji se koristi za sve vrste snaga pa i za električnu, aktivnu snagu. Isto tako, prividna snaga ne daje se u vatima, nego u voltamperima (1 VA), što treba da znači da je reč o stvarno prividnoj snazi.

✓ Računski primer: Elektromotor je priključen na razvodnu mrežu, čiji je napon $U = 220$ V, kroz čije namotaje teče struja jačine $I = 10$ A. Faktor snage motora iznosi 0,7.

Izračunati:

- a) prividnu snagu motora,
- b) aktivnu snagu motora, 1
- c) korisnu snagu motora, ako je njegov stepen korisnog dejstva 0,8.

Rešenje:

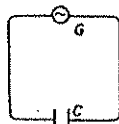
- a) $P_p = U \cdot I = 2,2 \text{ kVA}$,
- b) $P_a = U \cdot I \cdot \cos = 1,54 \text{ kW}$, 1
- c) $P_k = \eta \cdot P_a = 1,54 \cdot 0,8 \text{ kW} = 1,23 \text{ kW}$.

R-1

16.7. Kapacitivna otpornost

Pored termičke i induktivne otpornosti, u kolu naizmenične struje može da se javi i kapacitivna otpornost, kada se u kolo uključi kondenzator (Sl. 117). Jednostavnosti radi, uzećemo kolo sa čistom kapacitivnom otpornošću, što se dobija kada zanemarimo termičku otpornost žice sa kojom vezujemo generator sa kondenzatorom.

Naizmenična struja iz generatora puni kondenzator, pri čemu je količina elektriciteta na pločama u svakom trenutku srazmerna naponu kondenzatora, pa se može napisati:



Sl. 117

$q = C \cdot u$, S druge strane, napon na pločama kondenzatora brojno je jednak naponu generatora, jer smo zanemarili druge otpore u kolu. Zamenom njegove vrednosti, dobijamo da je

$$q = C U_m \cdot \sin \omega t.$$

Dakle i količina elektriciteta na pločama kondenzatora menja se u ritmu napona generatora. To dalje govori da je i struja promenljiva, što je kod naizmenične struje a priori očigledno. Za beskonačno kratko vreme dt , na ploče kondenzatora "doći" će beskonačno mala količina elektriciteta, pa ćemo imati

$$dq = d(C U_m \cdot \sin \omega t),$$

čiji izvod po vremenu daje trenutnu vrednost struje:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} (C U_m \cdot \sin \omega t) = C \cdot U_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t, \quad (\text{XVI}, 13).$$

Poslednji obrazac pokazuje sledeće:

Prvo, da je maksimalna vrednost struje data obrascem

$$I_m = C U_m \cdot \omega,$$

jer proizvod napona U_m , kapacitivnosti C i kružne frekvence ω , stoji ispred kosinusa u jednačini XVI, 13, pa prema tome predstavlja amplitudnu vrednost jačine naizmenične struje. Podelimo li levu i desnu stranu jednačine sa korenom iz dva,

dobićemo efektivne vrednosti struje i napona ($I = CU\omega$), odakle je napon:

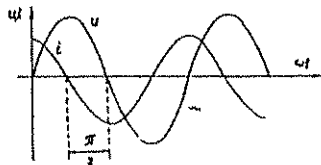
$$U = \frac{I}{C\omega}$$

Poredimo li prethodni obrazac sa Omovim zakonom za jednosmernu struju ($U = I \cdot R$), vidimo da član $1/C\omega$, odgovara otpornosti, jer se daje u omima. Kako je u kolu samo kondenzator (date kapacitivnosti C) koji jedino može struji da pruži otpor, očigledno je da je prethodni član tražena kapacitivna otpornost, pa pišemo:

$$X_C = \frac{1}{C\omega}$$

(XVI, 14).

Jednačina pokazuje da otpornost raste sa opadanjem kapacitivnosti kondenzatora i kružne frekvencije naizmenične struje. To bi značilo da je kapacitivna otpornost beskonačno velika, kada je kružna frekvencija jednaka nuli, tj. kada kroz kolo teče jednosmerna struja. U takvom kolu jednosmerna struja teče samo dok se kondenzator ne napuni, što se postiže izjednačavanjem napona između ploča kondenzatora sa naponom generatora.



Sl. 118

Drugo, struja i napon nisu u fazi. Dok je napon sinusna, dotle je struja kosinusna funkcija. Odatle izlazi da struja prednjači naponu za 90° , što je očigledno obzirom da kondenzator prvo treba napuniti (strujom) usled čega se javlja napon između ploča (sl. 118). Kod čistog induktivnog otpora imamo obrnut slučaj - struja kasni za naponom za 90° .

Računski primer: Izračunati efektivnu vrednost jačine naizmenične struje u kolu razvodne mreže ($U = 220$ V), kada je uključen kondenzator, čije su ploče na rastojanju $d = 0,25$ mm, dok je prepokrivajuća površina $S = 800$ cm^2 , ako se između ploča nalazi dielektrik čija je relativna vrednost dielektrične konstante 2,5.

Rešenje: Da bismo dobili jačinu struje, treba prvo izračunati kapacitivnost kondenzatora:

$$C = \epsilon \frac{S}{d} = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \frac{S}{d} = 2,5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot \frac{8 \cdot 10^{-2} \text{m}^2}{0,25 \cdot 10^{-3} \text{m}}$$

odnosno:

$$C = 0,007 \mu\text{F} = 7 \text{nF}$$

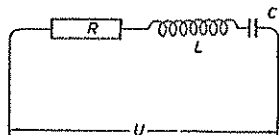
Efektivna jačina struje, sada je:

$$I = U \cdot C \cdot \omega = 220 \text{V} \cdot 7 \cdot 10^{-9} \text{F} \cdot 6,28 \cdot 50 \text{s}^{-1} = 0,48 \text{mA}$$

16.8. RCL - kolo

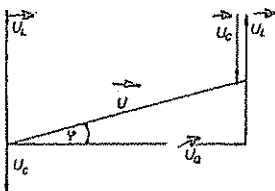
Ima slučajeva kada se u kolu naizmenične struje nadju ostovremeno sva tri otpora zajedno. Pri tome veza može da bude serijska ili mešovita. Na ovom mestu zadržaćemo se na čistoj serijskoj vezi kako je šematski prikazano na sl. 119.

Ukupni otpor u kolu može da se dobije polazeći od trougla napona kao u članu 16,5 ove glave, samo ovde treba dodati još i kapacitivni otpor. Dakle, na trougao napona treba dodati još napon na kondenzatoru U_C sa smerom suprotnim od napona U_L , jer u prvom slučaju struja prednjači naponu a u drugom - kasni za naponom genratora (sl.120).

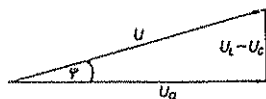


Sl. 119

Kada se vektor napona U_C translatorno prenese na pravac vektora napona U_L , ništa se ne menja. Njihovim slaganjem (oduzimanjem dva kolinearna vektora) dobija se resultantni vektor sa intenzitetom $U_L - U_C$, pa opet dobijamo trougao napona za sva tri otpora kako je u konačnom obliku dato na



Sl. 120



Sl. 121

sl. 121. Ugao φ i ovde predstavlja faznu razliku izmedju napona i struje.

Ukupni efektivni napon na krajevima sva tri otpora (Sl. 121), dobija se pomoću Pitagorine teoreme:

$$U = \sqrt{U_a^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

Ukupna otpornost Z dobija se deobom jednačine sa efektivnom jačinom struje, pa dobijamo:

$$Z = \sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \quad (\text{XVI}, 15).$$

Otpornost Z predstavlja impedanciju kola u proširenom smislu reči, jer se radi o opštem slučaju kada su vezana sva tri otpora. Uzgred navodimo da smo impedanciju već pominjali u čl. 16.5.

Pošto smo našli impedanciju ovakvog kola, lako je dati Omov zakon za RCL - kolo:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \quad (\text{XVI}, 16).$$

Efektivna vrednost jačine naizmenične struje, u takvom kolu, zavisice od termičke otpornosti R , induktivnosti kalema L , kapacitivnosti kondenzatora C , i kružne frekvencije struje ω .

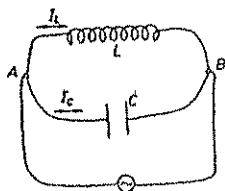
Računski primer: Izračunati efektivnu jačinu struje u kolu razvodne mreže, kada su redno vezani termički potrošač, otpornosti $R = 100\Omega$, kondenzator kapacitivnosti $C = 4 \mu F$.

Rešenje:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{C\omega})^2}} = 2,1 \text{ A.}$$

16.9. Strujna rezonancija

Interesantan slučaj u kolu naizmenične struje javlja se u onom slučaju kada su kombinovano vezani termički potrošač (otpornost R), kalem samoindukcije (induktivna otpornost X_L) i kondenzator (kapacitivna otpornost). Kombinacija je takva da su kalem samoindukcije i kondenzator vezani paralelno, kako je pokazano na sl. 122. Radi lakšeg tretiranja strujne rezonancije, zanemarimo termičku otpornost jedne i druge grane. Napon između čvorova A i B, mora da bude isti i u jednoj i drugoj grani, što je poznato. Struja I_C u datoj grani prednjači naponu za 90° a u gornjoj (I_L), koja sadrži samoindukciju, kasni za naponom za isti ugao. To onda znači da su struje u granama suprotno usmerene. S obzirom na to da struje ne moraju biti brojno jednake, to na osnovu prvog Kirhofiljevog pravila, struja u nerazgranatom delu kola data je obrascem:



Sl. 122

$$I = I_L + (-I_C) = I_L - I_C. \quad (\text{XVI}, 17).$$

Koeficijent samoindukcije L i kapacitivnost C mogu se izabrati tako da struje u granama budu brojne jednake pa imamo jednačinu:

$$I_L = I_C.$$

Struja u nerazgranatom delu kola tada je jednaka nuli, što je sasvim očigledno iz obrasca XVI, 17. Na osnovu Omovog zakona, gornja jednakost struja u granama može se napisati u sledećem obliku:

$$\frac{U_L}{L\omega} = \frac{U_C}{\frac{1}{C\omega}},$$

ili

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \text{ (jer je } U_L = U_C \text{)}.$$

Zamenom kružne frekvence sa $\frac{2\pi}{T}$, dobijamo poznati Tomsonov obrazac:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (\text{XVI, 18}).$$

Dakle, struja u nerazgranatom delu kola jednaka je nuli a u granama mogu teći vrlo jake, ali suprotno usmerene struje. Takva pojava zove se strujna rezonancija. Na taj način, kolo sa granama kalema samoindukcije i kondenzatora, može se praktično izdvojiti od ostalog dela kola u kome počinju da teku struje sa jedne ploče kondenzatora na drugu i obrnuto. Tako nastaju takozvane električne oscilacije a samo kolo zove se - električno oscilatorno kolo. Takve oscilacije bile bi neamortizovane i trajale bi večno kada nebi bilo termičke otpornosti koja "guta" električnu oscilatornu energiju i oscilacije su jače ili slabije amortizovane zavisno od samog kola. Zato je potrebno stalno dovoditi električnu energiju na kondenzator kako bi se oscilacije održavale. To je upravo zadatak one slabe struje iz generatora.

Računski primer: Kolika je frekvencija električnih oscilacija u kolu u kome kapacitivnost kaondenzatora iznosi 9 μF , a induktivnost kalema samoindukcije 0,04 H?

Rešenje: Prvo treba naći period oscilacije pomoću Tomsonovog obrasca:

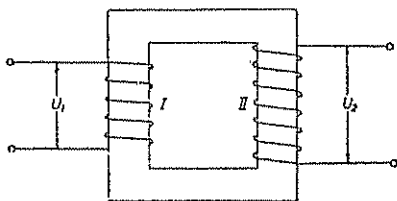
$$T = 2\pi\sqrt{CL} = 6,28\sqrt{9 \cdot 10^{-6} \cdot 0,04} \text{ s} = 3,77\text{ms}.$$

Onda je

$$\nu = 1/T = 265\text{Hz}.$$

16.10 Transformatori

Transformatori su uređaji u kojima se vrši transformacija napona i struje, pri čemu se frekvencija struje ne menja. Sastoje se iz jezgra i dva para namotaja - primara i sekundara (sl. 123). Jezgro je napravljeno od velikog broja tankih gvozdrenih limova u obliku rama, koji su međusobno izolovani da bi se izbegle vrtložne struje. Primarni namotaj (I) ima mali broj zavoja n_1 , i vezan je za generator naizmenične struje, dok je sekundarni kalem (II), u kome se indukuje napon U_2 , sa velikim brojem namotaja (n_2).



Sl. 123

Naizmenična struja iz generatora čiji je napon U_1 prolazi kroz primarni namotaj transformatora u kome se indukuje EMS samoindukcije zbog promene magnetnog polja, odnosno magnetnog fluksa. Kako je termička otpornost kod primara vrlo mala, to je praktično napon na polovima generatora jednak elektromotornoj sili samoindukcije sa suprotnim znakom: $U_1 \approx -\epsilon_1$. Tako se uravnotežava EMS samoindukcije sa naponom. S druge strane, elektromotorna sila može se dati pomoću Faradejevog zakona indukcije proizvodom broja namotaja i brzine promene magnetnog fluksa, pa imamo da je:

$$U_1 = \epsilon_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Sekundar deluje kao generator naizmenične struje, obzirom da promenljiv magnetni fluks primara prolazi i kroz sekundar (praktično bez rasipanja) i indukuje u sekundaru elektromotornu silu, koja zavisi i od broja namotaja, pa možemo da napišemo:

$$\epsilon_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

I u sekundaru je mala termička otpornost, pa se može napisati da je napon na krajevima sekundara približno jednak elektromotornoj sili ϵ_2 sa kojom je u fazi:

$$U_2 = \epsilon_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Kada se podele naponi primara i sekundara, i kada se ne vodi računa o znaku minus, dobiće se sledeća relacija:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

(XVI, 19),

odakle se vidi da se naponi imaju upravo srazmerno broju namotaja jednog i drugog kalema. To je omogućilo da se u sekundaru dobije željeni napon, koji može da bude viši ili niži od napona u primarnom kalemu. Otuda i ogromna primena transformatora.

Dalje, u transformatoru se pored promene napona i struje, vrši i prenošenje energije sa primara na sekundar. Usled vrlo malih gubitaka, snaga primara približno je jednaka snazi sekundara, pa imamo da je $P_1 \approx P_2$, odnosno $I_1 U_1 \approx I_2 U_2$. Odatle imamo relaciju:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

(XVI, 20).

Naime, naponi su obrnuto srazmerni strujama u jednom kolu. Dakle, ako je struja u sekundaru 10 puta slabija od iste u primarnom kolu, znači da je napon u drugom kalemu isto toliko puta viši. Zbog toga u ovom konkretnom slučaju kroz sekundar prolazi slaba struja pa namotaji sekundara mogu da budu od tanke žice. Ako je, pak, sekundar sa manjim brojem

namotaja, napon će biti niži od onog u primaru, a struja jača, pa žica mora da bude sa velikim poprečnim presekom.

Zbog svojih osobina transformatori imaju veliku primenu kako u tehnici jakih struja, tako i u tehnici veze. Zato se mogu podeliti na transformatore velike snage, takozvane mrežne transformatore, i one, koji se koriste u uređajima za vezu (telefonima i drugim). Kod drugih transformatora može se i bez jezgra ako prenose struju visoke frekvence. O primeni transformatora pri prenošenju električne energije na daljinu biće posebno objašnjeno.

✓ Računski primer: Transformator ima primar sa 1200 namotaja, a sekundar sa 200 namotaja. Kolika je jačina struje u sekundaru, ako je snaga u primaru $P_1 = 15 \text{ W}$, pod naponom $U_1 = 220 \text{ V}$?

Prvo treba naći jačinu struje u primaru:

$$I = \frac{P_1}{U_1} = \frac{15 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 0,068 \text{ A} = 68 \text{ mA}.$$

Na osnovu relacije XVI, 19 i XVI, 20, dobija se jačina struje u sekundaru:

$$I_2 = I_1 \frac{n_1}{n_2} = 68 \frac{1200}{200} \text{ mA} = 408 \text{ mA} = 0,4 \text{ A}.$$

16.11. Tesline trofazne struje

Nikola Tesla je krajem 19. veka otkrio tzv. polifazne struje, koje predstavljaju sistem od nekoliko kola naizmenične struje u kojima deluju elektromotorne sile iste frekvencije, ali fazno pomerene. Tesla je pokazao da je od svih najpogodniji trofazni sistem struja, kod koga su elektromotorne sile fazno pomerene za ugao od 120° .

Trofazne struje imaju brojna preimućstva u odnosu na monofaznu struju. Nabrajmo najznačajnija:

- Prvo, pomoću trofazne struje dobija se obrtno magnetno polje, koje omogućava transformaciju električne u mehaničku energiju pomoću tzv. indukcionih motora vrlo jednostavne konstrukcije.
- Drugo, u kolu trofazne struje imamo dva napona, fazni (220 V) i linijski napon (380 V).
- Treće, snaga trofaznog generatora je veća od snage generatora monofazne struje.
- Četvrto, prenošenje električne energije pomoću dalekovoda jednostavnije je sa trofaznom nego sa monofaznom strujom.

Zato je ovde, odmah, potrebno proučiti princip rada generatora trofazne struje, koji je konstruisao Nikola Tesla. Na sl. 124 šematski je predstavljen takav trofazni generator. Stator generatora ima tri podjednaka namotaja (A-X, B-Y, C-Z),

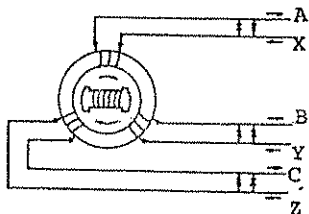
koji su postavljeni tako da su prostorno pomerani međusobno za ugao od 120° . U namotajima se indukuju EMS istih maksimalnih vrednosti, s tim što su fazno pomerene za isti ugao. Rotor generatora je elektromagnet, koji se obrće stalnom ugaonom brzinom, prolazeći pored svih namotaja. Zato se trenutne vrednosti EMS daju sledećim jednačinama:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_m \cdot \sin \omega t$$

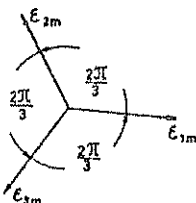
$$\varepsilon_2 = \varepsilon_m \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3), \quad \text{I} \quad (\text{XVI}, 21)$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_m \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3).$$

Očigledno je da su maksimalne vrednosti elektromotornih sila iste jer se indukcija u svakom namotaju vrši pod istim uslovima. Zato se njihove vrednosti mogu i vektorski i predstaviti (Sl. 125). Za napone važe iste relacije, kao i za EMS.



Sl. 124.



Sl. 125.

Trenutne vrednosti EMS po fazama mogu se i grafički predstaviti. Najjednostavniji je slučaj kada su opterećenja svake faze ista (isti termički potrošači). Tada su i maksimalne vrednosti struja u svakoj fazi jednake.

16.12. Fazni i linijski napon

Generator trofazne struje ima tri zasebna strujna kola sa šest provodnika (svaka faza po dva). Odmah želimo da upozorimo da reč "faza" upotrebljena ovde nikako ne treba mešati sa faznim pomeranjem, jer u prvom slučaju imamo monofaznu struju, a u drugom (fazno pomeranje) - trenutno stanje periodički promenljive veličine.

Nikola Tesla je i ovde izvršio racionalizaciju, uzevši 4, odnosno 3 provodnika umesto 6, koliko ih treba za sve tri faze. Naime, vezivanjem provodnika u zvezdu, sveo je 6 provodnika na 4, a vezivanjem u trougao, na samo tri provodnika. Vezivanje u zvezdu je predstavljeno na sl. 126, gde su početci namotaja svake faze vezani u jednu tačku (tačka 0), a

četrty provodnik je zajednički za sve tri faze. Zajednički provodnik zove se se nulti provodnik. Naziv je po svojoj prirodi zbog činjenice da bi zajednička struja bila jednaka nuli u slučaju podjednakog opterećenja svake faze. Uostalom, može se dokazati da je u takvom slučaju zbir svih struja jednak nuli:

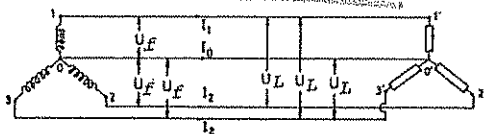
$$i_0 = i_1 + i_2 + i_3 = I_m \sin \omega t + I_m \sin(\omega t - 2\pi/3) + I_m \sin(\omega t - 4\pi/3),$$

$$\text{odnosno: } i_0 = 0.$$

(XVI, 22).

Zato se takav trofazni sistem, sa podjednakim opterećenjima svake faze, zove još simetrični trofazni sistem.

S druge strane, kod vezivanja u zvezdu imamo dve vrste napona: fazni (U_F) i linijski napon (U_L).



Sl. 126

Fazni napon egzistira između faze i nultog provodnika (Sl. 126). Fazni napon u razvodnoj mreži nije ništa drugo do efektivni napon u jednoj fazi, koji, pod normalnim uslovima rada u mreži, inosi 220 V. U takvo kolo, fazu, vezuju se svi termički potrošači, termičke i fluorescentne sijalice.

Linijski napon egzistira između faza, odnosno linija u kolu trofazne struje. Na Sl. 126 dati su linijski naponi, koji su uvek viši od faznih za koren iz tri:

$$U_L = \sqrt{3} U$$

(XVI, 23).

Pošto je fazni napon u razvodnoj mreži 220 V, to je lako izračunati da je efektivni linijski napon u istoj mreži 380 V.

Vezivanje u trougao je od interesa praktično samo za dalekovode, zbog čega se ovde nećemo na tome zadržavati.

16.13. Hidroelektrane i termoelektrane

Hidroelektrana predstavlja složeni sistem u kome se posle niza transformacija dobija u generatoru konačno, električna energija. Energija vode je primarna energija kod hidroelektrane a električna - finalna energija.

Primarna energija dobija se tako što se podigne brana na reci, ili, pak, pogodnim lociranjem elektrane ispod nekog jezera. Koriste se, doduše redje, i energija morskih talasa. Podizanjem brane voda stiče gravitacionu energiju, koja prelazi u kinetičku kada struji kroz cev da bi udarala u lopatice hidroturbine.

Hidroelektrane se dele na razne načine, zavisno od kriterijuma. Tako, na primer, po količini vode, dele se na protočne i akumulacione elektrane. Dok protočne koriste prirodan tok vode, dotle akumulacione koriste vodu koja je akumulirana u jezeru iznad brane. Ove druge mogu biti znatno većih snaga, pa se takve i grade tamo gde postoje uslovi za izgradnju.

Za hidroelektranu, koja svakako ima generator trofazne struje, važan deo tog kompleksnog sistema jeste hidro-turbina. Zato je potrebno upoznati bar njihove osnovne karakteristike. Danas se koriste tri vrste turbina: Peltonova, Fransisova i Kaplanova. Peltonova turbina koristi kod reka gde su veliki padovi, a mali protok vode. Zato se koriste za hidroelektrane malih snaga. Fransisova turbina je pogodnija za manje padove (30m - 100m), kada je u pitanju veći protok vode. Najzad, Kaplanova turbina, zbog svoje specifične konstrukcije, ugrađuje se tamo gde je pad vode relativno mali, ali zato veliki protok vode. To je upravo slučaj sa hidroelektranom Djerdap, u koju su ugrađene Kaplanove turbine. Primera radi, navedimo da je njihov prečnik (u Djerdapu) 9,5 m. Turbine većeg prečnika do danas nisu ugrađene ni u jednu hidroelektranu u svetu. Zato su takve hidroelektrane sa velikim snagama i velikom godišnjom proizvodnjom električne energije. Ilustracije radi, najveća hidroelektrana u svetu je ona u SSSR-u na reci Jeniseju, koja godišnje daje 21 milijardu kilovatčasnova električne energije. Hidroelektrana Djerdap, ukupno daje preko 11 milijardi kilovatčasova i peta je po redu u svetu do danas.

Generatori trofazne struje pokreću hidroturbine čija se mehanička energija u samom generatoru pretvara u električnu energiju. Inače, generatori ugrađeni u novije hidroelektrane imaju snage preko 150 MW (u hidroelektranu Djerdap ugrađeni su generatori sa snagom od 171 MW).

Termoelektrane se bitno razlikuju po svojoj "konstrukciji", jer je druga primarna energija. Naime, termoelektrane koriste toplotnu energiju uglja, nafte, mazuta i drugih goriva. Pošto naša zemlja ima ogromne rezerve lignita (rezerve su procenjene na preko 19 milijardi tona u 1975. godini), logično je što se od nedavno velika pažnja poklanja izgradnji termoelektrana. Ugalj sagoreva, dajući toplotnu energiju kojom se zagreva voda, odnosno vodena para, koju kao radno telo koristi parna turbina, koja se u principu ne razlikuje od hidroturbine. Dakle, u tom lancu transformacija energije, polazi se od ložišta (gde sagoreva ugalj), pa preko parnog kotla u kome se dobija vodena para sa temperaturom preko 300°C, koja sada udara u lopatice turbine. Tu se toplotna energija vodene pare pretvara u mehaničku rotacionu energiju kojom se pokreće rotor generatora. Konačno, u generatoru se proizvodi električna energija. Uzgred navodimo da u našoj zemlji danas rade termoelektrane sa velikim snagama, napravljene pored velikih ugljenih bazena kao što su Kolubara, Kosovo, Kostolac,

Bosanski rudnici, i tako dalje. Generatori trofazne struje ugrađeni, na primer, u termoelektranu "Nikola Tesla", kod Obrenovca imaju snagu od po 190 MW. To su, praktično, generatori sa najvećim snagama koje se danas grade u svetu. Termoelektrane se uvek grade pored velikih ugljenih bazena, jer su transportni troškovi, obzirom na malu toplotu sagorevanja lignita (oko 3 kWh/kg), daleko veći za ugalj nego za transport električne energije preko dalekovoda.

Računski primer: Instalirana snaga jedne termoelektrane iznosi 850 MW.

Izračunati:

- a) godišnju proizvodnju električne energije kada nema zastoja u radu, i
- b) masu utrošenog uglja, čija je toplotna moć 3 kWh/kg, pod uslovom da je ukupni stepen korisnog dejstva 26%.

Rrešenje:

- a) $E_e = P \cdot t = 850 \text{ MW} \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}$, odnosno
 $E_e = 7,446 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 7,446 \text{ TWh}$.

b) Masa utrošenog uglja iznosi, polazeći od jedinačine $E_e = m \cdot q$:

$$m = \frac{E_e}{\eta \cdot q} = \frac{7,446 \cdot 10^9 \text{ kWh}}{0,26 \cdot 3 \text{ kWh/kg}} = 9,55 \cdot 10^6 \text{ tona},$$

što približno iznosi 9,5 miliona tona lignita.

16.14. Sistem za prenošenje električne energije

Ekonomično prenošenje električne energije od mesta proizvodnje do mesta potrošnje, čija razdaljina može biti i nekoliko stotina kilometara, moguće je samo primenom transformatora sa kojim se dobijaju visoki naponi. Jer, poznato je da se povišenjem napona struja postaje slabija, pa su gubici na Džulovu toplotu manji ($Q = I^2 R t$). Upravo je taj podatak od posebnog značaja, obzirom da 10 puta slabija struja u dalekovodu, znači 100 puta manje gubitke, pošto Džulova toplota zavisi od kvadrata jačine struje (efektivna vrednost). Uostalomom, moramo da navedemo da se radi o snažnim generatorima, koji daju struju jačine do 9000 A, pod naponom od 10 kV pa čak do 25 kV. Zato moramo da oslabimo struju.

Uloga transformatora je jasna iz sledeće šeme (sl. 127), Prvi transformator Tr_1 instaliran je kod hidro- ili termoelektrane sa zadatkom da se u sekundaru dobije slaba struja visokog napona, koja preko dalekovoda stiže u drugi transformator, koji je instaliran u mestu potrošnje. Transformator Tr_2 ima, nasuprot prvom, zadatak da prevede visoki u niski napon, pri čemu struja postaje jača. Takvi sistemi sa transformatorima zovu se trafo-stanice, koje se grade pored većih naselja

ili fabrika, koje koriste velike količine električne energije.

Obzirom na značaj prenošenja električne energije pod visokim naponom, što je vezano kako za ekonomičnost prenošenja energije tako i za stabilnost u snabdevanju, zadržaćemo se ukratko na mreži dalekovoda u našoj zemlji. Naime, u našoj zemlji bilo je do 1957. godine nekoliko izolovanih elektroenergetskih područja sa naponima od 110 kV. Posle toga dolazi do povezivanja u jedinstven jugoslovenski energetske sistem. Sa takvim sistemom pod naponom od 110 kV, kao najvišim



Sl. 127

naponom u zemlji, vezivali smo se za energetske sisteme susednih zemalja. Međutim, brza izgradnja naše industrije, pa zbog toga i sve veća potrošnja električne energije, primorala nas je da počnemo sa izgradnjom snažnih termo- i hidro-električnih centrala na odgovarajućim lokacijama. Isto tako, morala je da sledi i brza izgradnja dalekovoda, jer je sistem od 110 kV, bio usko grlo u prenošenju električne energije u nas. Zbog toga je do 1965. godine ostvarena superponirana dalekovodna mreža od 220 kV, kao jedinstveni prenosni sistem u celoj zemlji. Sada je u intenzivnoj izgradnji jedinstven elektroenergetski "prsten" sa naponom od 380 kV, pri čemu treba istaći da su u pitanju ogromne investicije za dovršenje tog "prstena". Uzgred navodimo da mnoge zemlje u Evropi imaju elektroenergetski sistem od 500 kV, tako da je razmena električne energije iz područnih zemalja znatno olakšana, kada su u pitanju isti visoki naponi. Naša zemlja tek treba da izgradi, odnosno da dovrši 380 kilovoltnu mrežu, da bi kasnije, išla na viši napon. Sledeća šema daje 380 kilovoltnu mrežu, koja je jednim delom izgrađena (Sl. 128).

Najzad, navodimo podatke o proizvodnji električne energije u našim termo- i hidro-elektranama, počevši sa 1939. godinom. Naime, u 1939. godini ukupna proizvodnja električne energije iznosila je 1,15 milijardi kilovatčasova. Posle oslobodjenja, poklanja se velika pažnja izgradnji novih elektrana, tako da proizvodnja energije raste rapidno, preko 11% godišnje. Tabela koja sledi daje proizvodnju u nekim godinama od 1958. godine:

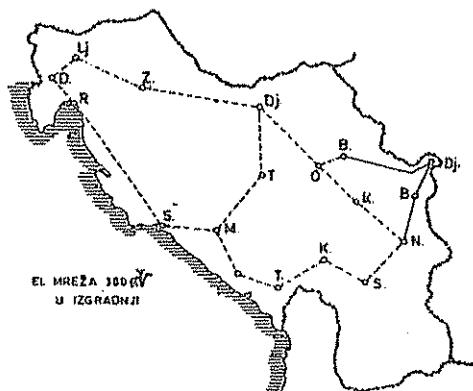
Proizvodnja električne energije po godinama:

1958.	$7,4 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 7,4 \text{ TWh}$
1960.	$8,9 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 8,9 \text{ TWh}$
1962.	$11,7 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 11,7 \text{ TWh}$
1966.	$17,2 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 17,2 \text{ TWh}$

Proizvodnja električne energije po godinama :

1970.	$26,0 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 26,0 \text{ TWh}$
1972.	$33,2 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 33,2 \text{ TWh}$
1976.	$45,3 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 45,3 \text{ TWh}, i$
1979.	$58,0 \cdot 10^9 \text{ kWh} = 58,0 \text{ TWh}.$

Tabela pokazuje veliko povećanje proizvodnje električne energije iz godine u godinu. Međutim, zbog velike potrošnje energije, kako u industriji, tako i na svim drugim mestima,



Sl. 128

Jedinstven elektroenergetski prsten sa naponom od 380 kV, polazi od Beograda i "ide" preko Obrenovca do Dja-kova, a onda dolaze Zagreb, Ljubljana do Divače. Odatle mre-ža "ide" na Rijeku, Šibenik, Split, a onda dalje, preko Mo-stara i Titograda na Kosovo i Skoplje. Odatle preko Niša i Djerdapa zatvara se "prsten" u Beogradu. Izgradnjom ove mreže stvoriće se svi tehničko tehnološki uslovi za dalji razvoj i funkcionisanje jedinstvenog jugoslovenskog elektroenergetskog sistema.

još uvek se pojavljuje nedostatak energije u našoj zemlji. U novije vreme intenzivno se grade i hidro- i termo- elektra-ne. Izgradnja bi bila sigurno intenzivnija, kada ne bi bile u pitanju ogromne investicije za izgradnju brana, nabavku ge-neratora i dodatne opreme, kaoja je takodje vrlo skupa.

RAČUNSKI ZADACI IZ ELEKTRIČNIH STRUJA

1. Otpornik od gvozdene žice, miliampermetar i generator struje vezani su redno. Otpornost otpornika na 0°C iznosi 120Ω , a otpornost miliampermetra 20Ω , kada miliampermetar pokazuje struju od 22 mA . Koliku će struju pokazivati miliampermetar, ako se otpornik zagreje do 50°C , pod uslovom da se zanemari otpornost samog generatora? Temperaturski koeficijent otpornosti gvoždja iznosi $6 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$.

Odgovor: Za rešavanje ovog zadatka treba iskoristiti Omov zakon za celo kolo kada je otpornik zagrejan i kada je na 0°C :

$$I_t = \frac{\epsilon}{R_t + R_A} \quad \text{ i } \quad I_0 = \frac{\epsilon}{R_0 + R_A}.$$

Kada se ove jednačine podele, dobija se jačina struje I_t :

$$I_t = I_0 \frac{R_0 + R_A}{R_0(1 + \alpha 50) + R_A} = 0,0175 \text{ A} = 17,5 \text{ mA}.$$

2. U strujno kolo uključeni su redno otpornik i ampermetar. Otpornost otpornika na 0°C iznosi $R_0 = 250\Omega$, a unutrašnja otpornost ampermetra $r = 50\Omega$. Napon generatora u kolu je 6 V . Do koje temperature treba zagrijati otpornik da bi struja oslabila na polovinu od one vrednosti koju je imala na 0°C ? Temperaturski koeficijent otpornosti iznosi $4 \cdot 10^{-3} \text{ } 1/^{\circ}\text{C}$.

Odgovor: Prvo treba izračunati jačinu struje I_0 :

$$I_0 = \frac{U}{R_0 + r} = 0,02 \text{ A}.$$

Zatim, treba uzeti Omov zakon za zagrejani provodnik, kada je struja pala na polovinu:

$$R_t + r = U/I_t, \text{ odnosno:}$$

$$R_0(1+\alpha t) + r = U/I_t, \text{ a odatle:}$$

$$t = \frac{U - I_t \cdot R_0 - I_t \cdot r}{I_t \cdot R_0 \cdot \alpha} = 300^\circ \text{C.}$$

3. Dva generatora sa istim EMS od po 2V i unutrašnjom otpor-
nošću od 0,3Ω, mogu se vezati redno i paralelno. Kako
treba vezati ove generatore da bi dali jaču struju, ako
je jednom spoljašnji otpor od 0,2Ω, a drugi put 16Ω?

Odgovor: Redna i paralelna veza za $R = 0,2\Omega$:

$$I' = \frac{2\varepsilon}{2R_u + R} = 5 \text{ A, i } I'' = \frac{\varepsilon}{\frac{R_u}{2} + R} = 5,7 \text{ A.}$$

Redna i paralelna veza za $R = 16\Omega$:

$$I_1 = \frac{2\varepsilon}{2R_u + R} = 0,24 \text{ A, i } I_2 = \frac{\varepsilon}{\frac{R_u}{2} + R},$$

odnosno $I_2 = 0,124 \text{ A.}$

Rezultati pokazuju da je kod malih spoljašnjih otpora bolje vezivati generatore paralelno, dok je redna veza pogodnija za slučajeve kada su spoljašnji otpori veći.

4. Voz sa elektro-vučom kreće se brzinom $v = 72 \text{ km/h}$ i razvija srednju vučnu silu $F = 4000 \text{ N}$. Odrediti jačinu struje koju koristi elektromotor, ako je napon na njegovim krajevima $U = 500 \text{ V}$, kada je stepen korisnog dejstva motora 90%.

Odgovor:

$$P_k = \eta P_{pr}, \text{ odnosno:}$$

$$I = \frac{F \cdot v}{\eta \cdot U} = 177,7 \text{ A.}$$

5. Voda u kalorimetarskom sudu zagreva se sa dva grejača. Ako se uključi jedan od njih, voda proključa za $t_1 = 15 \text{ min.}$ Kada se uključi drugi grejač, voda proključa za $t_2 = 30 \text{ min.}$ Za koje će vreme voda proključati ako se uključe oba grejača i to jednom paralelno a drugi put redno?

Odgovor: Da bi se zadatak rešio, potrebno je prvo izračunati otpore jednog i drugog grejača, polazeći od činjenica da je u oba slučaja potrebna ista količina toplote:

$$\frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2, \text{ a odatle: } t_1 : t_2 = R_1 : R_2,$$

$$\text{odnosno: } R_2 = 2R_1.$$

Paralelna veza: Prvo ekvivalentna otpornost:

$R_e = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$. Zatim, zamena u jednačini za Džulovu toplotu, gde treba uzeti neko treće vreme t_3 da bi voda proklijučala:

$$\frac{U^2}{R_e} t_3 = \frac{U^2}{R_1} t_1, \text{ a odatle: } t_3 = \frac{2}{3} t_1, \text{ odakle konačno do-}$$

$$\text{bijamo: } t_3 = 10 \text{ min.}$$

Redna veza: $R_e = R_1 + R_2$. Zatim:

$$\frac{U^2}{R_e} t_4 = \frac{U^2}{R_1} t_1, \text{ odnosno: } t_4 = 45 \text{ min.}$$

6. Čelični lim čija je ukupna površina 1 m^2 , treba da se pre-svuče elektrolitičkim putem slojem bakra debljine $0,5 \text{ mm}$. Koliko vremena treba da prodje da bi se nataložio potreban bakar, ako je jačina struje $I = 100 \text{ A}$?

Odgovor: Masa nataloženog bakra je:

$m = \rho V = \rho \cdot S \cdot d$. Zamenom u jednačini Faradejevog zakona elektrolize, dobija se vreme:

$$t = \frac{\rho \cdot S \cdot d}{I \cdot k} = 36 \text{ h, jer su: } k = 0,33 \text{ mg/As,}$$

$$\text{a gustina bakra: } \rho = 8,9 \text{ g/cm}^3.$$

7. U zatvoreno strujno kolo jednosmerne struje vezani su na red elektrolit vodeni rastvor kuprisulfata i provodnik, čija je otpornost $R = 2,8 \Omega$. Provodnik je potopljen u vodu mase $0,35 \text{ kg}$, koja je na sobnoj temperaturi.

Izračunati porast temperature vode pri proticanju struje tokom pola časa, ako se iz rastvora sulfata bakra istom strujom nataloži $0,86 \text{ g}$ bakra za 18 min .

Odgovor: Prvo treba naći jačinu struje i to preko

I Faradejevog zakona elektrolize:

$$I = \frac{m}{k \cdot t} = \frac{0,86 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{0,33 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}} \cdot 18 \cdot 60 \text{ s}} = 2,42 \text{ A.}$$

Zatim se izračunava toplotna energija koju je provodnik predao vodi:

$I^2 R \cdot t = m_V \cdot c_V \cdot \Delta \theta$; a odatle i porast temperature:

$$\Delta \theta = \frac{2,42^2 \text{ A}^2 \cdot 2,8 \Omega \cdot 30 \cdot 60 \text{ s}}{0,35 \text{ kg} \cdot 4186 \text{ J/kg} \cdot ^\circ \text{C}} = 20^\circ \text{C.}$$

8. Koliko se utroši električne energije za dobijanje jedne tone elektrolitičkog bakra, ako se elektroliza vrši pod naponom $U = 10 \text{ V}$?

Kolika je cena električne energije utrošene za tonu bakra, ako jedan kilovatčas staje 24 din?

Odgovor: Utrošena električna energija jednaka je radu struje, pa imamo relaciju:

$$E_e = A = UIt, \text{ odnosno:}$$

$$E_e = U \cdot It = U \frac{m}{k} = 30,3 \cdot 10^3 \text{ J} = 8,395 \text{ kWh.}$$

Cena: 201.148 din.

9. Olovni akumulator je punjen strujom od 26 A, tokom 2,6 h, pod prosečnim naponom od 2,25 V. Isti akumulator praznio se pod naponom od 1,95 V, tokom 6 h; sa strujom čija je jačina iznosila 10 A.

Izračunati:

- stepen korisnog dejstva po energiji, i
- stepen korisnog dejstva po količini elektriciteta.

Odgovor:

$$a) \eta_e = \frac{U_{pr} \cdot I_{pr} \cdot t_{pr}}{U_{pu} \cdot I_{pu} \cdot t_{pu}} = 0,77,$$

$$\text{odnosno: } \eta_e = 77\%.$$

$$b) \eta_q = \frac{I_{pr} \cdot t_{pr}}{I_{pu} \cdot t_{pu}} = 0,878 = 87,7\%.$$

10. Struja jačine $I = 72 \text{ A}$, deli se na tri paralelno vezane grane sa otpornostima: $R_1 = 6 \Omega$, $R_2 = 9 \Omega$, i $R_3 = 18 \Omega$.

Izračunati jačine struje u granama.

Odgovor: Postavljeni zadatak može se rešiti na dva načina. Prvi je kada se nađe ekvivalentna otpornost, a onda pomoću Omovog zakona - jačinu struje za svaku granu.

Naime,

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \text{ odnosno: } R_e = 3\Omega.$$

Zatim napon: $U = I \cdot R_e = 216 \text{ V}$, a onda:

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = 36 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2} = 24 \text{ A}, \quad \text{ i } I_3 = U/R_3 = 12 \text{ A}.$$

Drugi način rešavanja polazi od činjenice da je

$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = I_3 \cdot R_3$, i još $I_1 + I_2 + I_3 = 72 \text{ A}$. Dobijemo sistem jednačina sa tri nepoznate treba svesti na dve nepoznate, a onda po uhođanom sistemu doći do rezultata.

11. Izračunati napon U , sa kojim joni azota postižu u električnom polju brzinu $v = 4 \text{ km/s}$. Naelektrisanje jona je $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, a masa jona, $m = 22,4 \cdot 10^{-24} \text{ g}$.

Odgovor: Na osnovu zakona o održanju energije, rad sile električnog polja (A_e) jednak je stečenoj kinetičkoj energiji jona (E_k), pa imamo da je napon U :

$$U = \frac{1}{2 \cdot e} m \cdot v^2 = \frac{22,4 \cdot 10^{-27} \text{ kg} (4000)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}$$

odnosno: $U = 112 \text{ V}$.

12. Napon između anode i katode u diodi iznosi $U = 5 \cdot 10^3 \text{ V}$, a njihovo međusobno rastojanje $d = 3 \text{ cm}$.

Izračunati:

- stečenu kinetičku energiju elektrona pri udaru u anodu, i
- ubrzanje elektrona u polju.

Odgovor: a) Kinetička energija je:

$$E_k = \frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2 = e \cdot U = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 5 \cdot 10^3 \text{ V},$$

odnosno: $E_k = 5 \cdot 10^3 \text{ eV} = 5 \text{ keV}$.

$a = \frac{e \cdot E}{m} = \frac{e \cdot U}{d \cdot m_e} = 3 \cdot 10^{13} \text{ km/s}$, jer jačina električnog polja (E) data količnikom napona u diodi i rastojanja između elektroda. Ubrzanje je izuzetno veliko jer je masa elektrona neverovatno mala, pa prema tome sa izuzetno malom inercijom.

13. Izračunati efektivnu i maksimalnu vrednost jačine naizmjenične struje koja teče kroz termički potrošač otpornosti od 40Ω , ako isti tokom 2 h oslobadja 2 kWh energije.

Odgovor: Efektivna jačina struje dobija se iz Džulovog zakona:

$$I^2 = \frac{Q}{R \cdot t} = 24,8 \text{ A}^2, \text{ odnosno: } I = 5 \text{ A.}$$

Maksimalna vrednost je: $I_m = 7 \text{ A.}$

14. Usled preopterećenosti razvodne mreže napona $U_1 = 220 \text{ V}$, snaga rešoa opadne od $P_1 = 1 \text{ kW}$ na $P_2 = 0,8 \text{ kW}$. Koliki je pad napona u mreži, pretpostavivši da se otpornost rešoa ne menja?

Odgovor: Snage su date relacijama:

$$P_1 = \frac{U_1^2}{R} \quad \text{ i } \quad P_2 = \frac{U_2^2}{R}.$$

Deobom te dve jednačine, dobija se niži napon:

$$U_2 = U_1 \sqrt{\frac{P_2}{P_1}} = 197 \text{ V.}$$

Pad napona je u stvari, razlika napona:

$$U_1 - U_2 = 23 \text{ V.}$$

15. Električni grejač snage 800 W priključen je u razvodnu mrežu napona 220 V. Kolika je dužina žice upotrebljena za grejač, ako je njena debljina 0,2 mm, a specifična otpornost $0,5 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$? Kolika je količina toplote koja se proizvodi u grejaču tokom jednog časa?

Odgovor: Dužina žice traži se preko obrasca za snagu: $P = U^2/R$, odakle je:

$$l = \frac{U^2 \cdot S}{\rho \cdot P} = 3,8 \text{ m.}$$

Zatim, količina toplote:

$$Q = P \cdot t = 0,8 \text{ kW} \cdot 1 \text{ h} = 0,8 \text{ kWh}$$

16. Dve grejalice vezane su paralelno i priključene u razvodnu mrežu pod naponom od 220 V. Njihovi otpori su $R_1 = 27 \Omega$, i $R_2 = 15 \Omega$. Koliko treba platiti utrošenu električnu energiju za mesec dana, ako su uključene po 6 časova dnevno, kada jedan kilovatčas staje 2,4 dinara?

Odgovor: Pošto su grejalice vezane paralelno, treba prvo naći ekvivalentnu otpornost:

$$R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 9,6 \Omega.$$

Zatim, izračunava se rad struje, odnosno, proizvedena toplotna energija:

$$A = Q = \frac{U^2}{R} \cdot t = 900 \text{ kWh. Cena: 2160 din.}$$

17. Tri termičke sijalice vezane su u kolo razvodne mreže prvo serijski pa onda paralelno. Ako svaka sijalica ima otpornost od 55Ω , koliki je utrošak električne energije i kolika se toplotna energija oslobadja tokom jednog sata? Napon u razvodnoj mreži iznosi 220 V.

Odgovor: Za serijsku vezu:

$$R_e = 3R = 165 \Omega. \quad I = 1,33 \text{ A.}$$

$$A = U \cdot I \cdot t = 0,29 \text{ kWh.}$$

Za paralelnu vezu:

$$R_e = 18,3 \Omega. \quad I = 12,2 \text{ A.}$$

$$A = 2,68 \text{ kWh.}$$

18. Grejač snage $P = 3 \text{ kW}$, zagreva 100 lit. vode tokom jednog sata. Koliko će porasti temperatura vode, ako gubici toplote na okolinu iznose 10%?

Odgovor: Polazimo od jednačine za stepen korisnog dejstva, odakle dobijamo:

$$\Delta t = \frac{\eta \cdot P \cdot t}{m \cdot c} = 23,25^\circ \text{C.}$$

19. Elektromotor diže lift težine 8.830 N, na visinu od 22m u zgradi, za pola minuta. Koliku struju vuče elektromotor, ako je stepen korisnog dejstva 0,8, kada je uključen u razvodnu mrežu pod naponom od 220 V?

Odgovor: Preko jednačine za stepen korisnog dejstva, gde je koristan rad $A_k = G \cdot h$ i primljena energija $E_{pr} = U \cdot I \cdot t$, dobijamo jačinu struje:

$$I = \frac{G \cdot h}{\eta U t} = 36 \text{ A.}$$

20. Električni motor, čija je korisna snaga $P_k = 4 \text{ kW}$, radi dnevno 8 časova. Koliki će biti mesečni izdatak za električnu energiju, ako je stepen korisnog dejstva motora 0,8, a cena jednog kilovatčasa 2,4 din?

Odgovor: Koristan rad iznosi: $A_k = 960 \text{ kWh}$.
Ukupan rad je:

$$A_u = \frac{A_k}{\eta} = 1200 \text{ kWh.}$$

Cena koštanja: 2.880 din.

21. Naći jačinu struje koja teče kroz elektromotor trolejbusa, koji razvija vučnu silu $F = 6 \cdot 10^3 \text{ N}$, pri naponu od 600 V, kada se trolejbus kreće brzinom od 54 km/h. Step en korisnog dejstva elektromotora iznosi 80%.

Odgovor: Iz jednačine $\eta U \cdot I = F \cdot v$, dobija se jačina struje:

$$I = \frac{F \cdot v}{\eta \cdot U} = 187,5 \text{ A.}$$

22. Kalem samoindukcije, čija je induktivnost $L = 0,14 \text{ H}$, vezan je serijski sa termičkim potrošačem otpornosti 12Ω , u kolo naizmjenične struje pod naponom od 220 V.

Izračunati:

- efektivnu jačinu struje,
- faktor snage i faznu razliku, i
- aktivnu snagu u kolu.

Odgovor: a) $I = 4,83 \text{ A}$.

b) $\cos \varphi = 0,26$, a $\varphi = 74^\circ 72'$, i

c) $P_a = 280 \text{ W}$.

23. Kalem samoindukcije sa aktivnom otpornošću $R = 20\Omega$, i induktivnosti $L = 0,05H$, uključen je u kolo naizmenične struje pod naponom od 220 V, sa frekvencijom od 50 Hz. Izračunati:
- impedanciju kola,
 - faznu razliku između napona i struje, i
 - efektivnu jačinu struje u kolu.

Odgovor: a) $Z = 25,42\Omega$

b) $\cos\varphi = 0,787$, $\varphi = 38^{\circ}7'$, i

c) $I = 8,66\text{ A}$.

24. Ako se provodnik u obliku spirale spoji sa izvorom jednosmerne struje, ampermetar pokazuje struju jačine $I=0,3\text{ A}$, a voltmetar napon od 60 V. Kada se ista spirala veže u kolo naizmenične struje, ampermetar pokazuje efektivnu jačinu struje $I_1 = 1\text{ A}$, a voltmetar napon $U_1 = 320\text{ V}$. Izračunati induktivnost spirale.

Odgovor: Prvo treba naći termičku otpornost spirale:

$$R = \frac{U}{I} = 200\Omega.$$

Zatim, na osnovu Omovog zakona za naizmeničnu struju, određuje se induktivnost spirale:

$$L = 0,79\text{ H}.$$

25. Transformator ima u primarnom kalemu 1500 namotaja, a u sekundarnom 350 namotaja. Pri naponu u primarnom kalemu od 220 V, ulazna snaga tog transformatora iznosi $P_1=10\text{ W}$. Odrediti jačinu struje u sekundaru (I_2). Gubitke snage zanemariti.

Odgovor: Prvo treba naći jačinu struje u primarnom kalemu:

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1} = 45,5\text{ mA}.$$

Zatim se određuju jačina struje u sekundaru iz relacije:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}, \text{ a odatle: } I_2 = 195\text{ mA}.$$

26. Hidroelektrana Djerdap proizvodi godišnje $11 \cdot 10^9\text{ kWh}$. Koliko bi trebalo utrošiti uglja, sa toplotnom moći od 5 kWh/kg (4.300 kcal/kg), da bi se proizvela električna

energija u odgovarajućoj termoelektrani (sa istim stepenom korisnog dejstva) koliko i u hidroelektrani Djerdap? Stepem korisnog dejstva je 0,35.

Odgovor: Polazi se od stepena korisnog dejstva za termoelektranu:

$E_e = \eta \cdot Q = \eta \cdot m \cdot q_s$, a odatle je masa potrebnog uglja:

$$m = \frac{E_e}{\eta \cdot q_s} = \frac{11 \cdot 10^9 \text{ kWh}}{0,35 \cdot 5 \text{ kWh/kg}} = 6,3 \cdot 10^9 \text{ kg, ili}$$

$m = 6,3$ miliona tona.

27. Instalirana snaga jedne termoelektrane iznosi $P = 850 \text{ MW}$.

Izračunati:

- godišnju proizvodnju električne energije kada nema zastoja u radu, i
- masu utrošenog uglja sa toplotnom moći od 3 kWh/kg (2.580 kcal/kg) pod uslovom da je ukupni stepen korisnog dejstva 26% .

Odgovor: a) $E_e = P \cdot t = 850 \text{ MW} \cdot 365 \cdot 24 \text{ h}$,

odnosno: $E_e = 7,446 \cdot 10^9 \text{ kWh}$.

b) $E_e = \eta \cdot m \cdot q_s$, a odatle:

$$m = \frac{E_e}{\eta \cdot q_s} = 9,55 \cdot 10^9 \text{ kg,}$$

što približno iznosi $9,5$ miliona tona uglja.

IV. DEO

MEHANIČKI I ELEKTROMAGNETNI
TALASI

XVII. glava: MEHANIČKI TALASI

39

17. 1. Postanak mehaničkih talasa

Mehanički talasi predstavljaju u stvari prenošenje oscilatorne energije sa jednog na drugi delić kroz elastičnu sredinu. Otuda možemo odmah izvući zaključak da se



Sl. 129

mehanički talasi mogu da prostiru samo kroz korpuskularnu sredinu ali ne i kroz vakuum. Postanak talasa kao i njegovo prostiranje može se objasniti sa nekoliko tipičnih primera. Kao prvi uzmimo niz kuglica vezanih međusobno elastičnim oprugama kako je pokazano na sl. 129.

Prva kuglica na levoj strani, koja se kratkotrajnim dejstvom izvesne sile izvede iz ravnotežnog položaja, zove se talasni izvor. Sabijena elastična opruga između prve i druge kuglice deluje na obe težeći da prvu vrati u ravnotežni položaj, a drugu izvede iz svog prvobitnog položaja. Posle druge, počinje da osciluje treća i tako jedna za drugom

do kraja u datom nizu. I upravo tu pojavu prenošenja oscilovanja sa jednog na drugi delić preko elastičnih opruga nazivamo talasima.

Drugi primer talasnog kretanja imamo kada na mirnu površinu vode bacimo kamen, ili pak štapićem "bockamo" vodu na jednom mestu. To mesto vodene površine počinje da osciluje, pri čemu dolazi do oscilovanja susednih oblasti pa imamo talase na vodi, koji se prostiru u obliku koncentričnih krugova. Ako na površinu vode stavimo komad plute koji pliva i izaživamo talase primetićemo da se pluta podiže i spušta (osciluje) ali se neće kretati u pravcu širenja koncentričnih krugova, tj. u pravcu prostiranja talasa. Isto to imamo i u prvom primeru. Kuglice osciluju oko svojih ravnotežnih položaja a talas se prostire u datom pravcu. Ovde imamo važan zaključak koji je karakterističan za talasno kretanje: pri prostiranju talasa sami delići sredine ne kreću se sa talasima, već osciluju oko svojih ravnotežnih položaja. Takvi talasi zovu se mehanički talasi, koji se manifestuju kao seizmički, zvučni, ultrazvučni i drugi talasi.

Mehanički talasi, zavisno od pravca oscilovanja delića u odnosu na pravac prostiranja dele se na longitudinalne (uzdužne) i transverzalne (poprečne) talase. Ako delići sredine osciluju u pravcu prostiranja talasa, onda imamo longitudinalne talase sl. 129. Transverzalni talasi, pak jesu takvi kod kojih delići sredine osciluju normalno na pravac prostiranja talasa. Kao primer transverzalnih talasa imamo kod konopca vezanog za jedan kraj, kada drugi kraj pomoću ruke šeta (osciluje) po pravoj liniji (ili pak nekoj krivoj zatvorenoj) normalno na pravac konopca.

U fizici, međjutim, pored mehaničkih talasa, poznati su još elektromagnetni i takozvani materijalni talasi. Dok je priroda prve dve grupe talasa (mehaničkih i elektromagnetnih) danas poznata, dotle se za takozvane materijalne talase to ne bi moglo da kaže, jer se ne zna šta su oni u suštini. U ovom kursu fizike proučićemo mehaničke i elektromagnetne talase. Na ovom mestu istaknimo ukratko razlike između jednih i drugih. Dok se prvi (mehanički) mogu da prostiru samo kroz korpuskularnu sredinu, tj. kroz čvrsta tela, tečnosti i gasove, dotle se drugi prostiru i u vakuumu. Zato i kažemo da su za mehaničke talase važne tri stvari: izvor (oscilator), elastična korpuskularna sredina i detektor, dok su za elektromagnetne bitni generator i detektor.

Najzad, podvucimo zadatak ove glave o talasima, koji se sastoji u proučavanju kinematike talasa što znači da ćemo mehaničke talase obraditi fenomenološki. Dinamika talasnog kretanja može da se obradi tek posle dubljeg izučavanja elastičnih deformacija, koje nastaju pri prostiranju talasa kroz datu sredinu. Isto tako, ovde ćemo govoriti uglavnom o sinusnim talasima, koje imamo kada je izvor harmonijski oscilator, a samo pomenuti složenije slučajeve. Jer, iako su svetlosni talasi nesinusoidalni, njihovom polarizacijom dobijamo sinus-

ne talase, pa je dovoljno ovde, kod mehaničkih talasa, proučiti neke osnovne zakone sinusnih talasa.

40⁷³

17.2. Longitudinalni talasi

Longitudinalni ili uzdužni talasi, kod kojih delići elastične sredine osciluju u pravcu prostiranja talasa mogu da se jave u svim sredinama ukoliko postoji izvor, odnosno oscilator. Kao primer, uzmimo niz metalnih kuglica koje su povezane elastičnim spiralnim oprugama, kako je pokazano na sl. 129. Kratkim dejstvom spoljne sile u pravcu strelice prouzrokuje se oscilovanje prve kuglice sleva. To je oscilator ili talasni izvor. Pomeranje prve kuglice dovodi do sabijanja spiralne opruge usled čega počinje da osciluje druga kuglica. Tako se prenosi oscilovanje sa delića na delić, putem zgušnjavanja i razredjivanja sredine, odnosno kuglica. Takvo tumačenje može se preneti i na same molekule između kojih deluju međumolekulske sile. Kuglice predstavljaju molekule a spiralne opruge - međumolekulske dejstvo.

Prostiranje talasa, zbog inercije pri prenošenju oscilovanja sa delića na delić, nije trenutno već teče tokom vremena zbog čega je uveden pojam brzine prostiranja talasa. Tu brzinu prenošenja oscilovanja, odnosno prostiranja longitudinalnih talasa treba strogo razlikovati od brzine koju imaju delići pri oscilovanju. Usled toga se brzina talasa obeležava sa c za razliku od v , koja predstavlja brzinu mehaničkog kretanja tela. Tako na primer, brzina kuglice pri oscilovanju nije konstantna nego je u funkciji kosinusa, što je proučeno u VI glavi.

Brzine longitudinalnih talasa kroz različite sredine dao je Njutn čije obrasce damo bez izvođenja:

$$\begin{aligned} c_d &= \sqrt{\frac{E}{\rho}} \\ c_t &= \sqrt{\frac{E\nu}{\rho}} \\ c_g &= \sqrt{\frac{E}{\rho} \cdot 1,4} \end{aligned}$$

(XVII, 1).

Prvi obrazac daje brzinu prostiranja longitudinalnih talasa kroz čvrsta tela čiji su moduli elastičnosti E i gustina ρ , što znači da zavisi od modula i gustine. Ako se radi o homogenoj i izotropnoj sredini, gde su moduli i gustina konstantne, onda je i brzina konstantna veličina.

Drugi obrazac daje brzinu prostiranja talasa kroz tečnosti a treći važi za gasove, odnosno vazduh. Veličina $E\nu$ je moduli stišljivosti tečnosti a p pritisak u gasu, odnosno vazduhu. U poslednjem obrascu pored pritiska i gustine javlja se i broj 1,4 koji je uveo Laplas kao korekcionni faktor. To je u stvari količnik specifičnih toplota vazduha pri stalnom

pritisku i stalnoj zapremini ($1,4=c_p/c_v$), koji toliko iznosi za sve dvoatomne gasove. To je rezultat takozvanih adijabat-skih procesa koji se javljaju pri zgusnjavanju i razredjiva-nju vazduha, dok se prostire talas.

Na kraju, dajemo neke brojne vrednosti brzine prosti-ranja talasa kroz različite sredine:

TABELA

vazduh (0°C)	331 m/s
voda	1450 "
alkohol	1260 "
drvo	4200 "
čelik	5200 "
staklo	5700 "
stena	oko 4000 "

Iz tabele se vidi da se brzina prostiranja longitudinal-nih talasa vrlo mnogo razlikuje za različite elastične sredine. Najmanja je za vazduh. Kod čvrstih tela brzina je znatno veća i penje se na preko 5000 m/s. To je sasvim logi-čno kada se pogledaju Njutnovi obrasci pomoću kojih se te brzine mogu izračunati. Eksperimentalno se te brzine mogu meritati na više načina, o čemu se ovde ne može detaljisati.

Računski primer: Kolikom se brzinom prostire longitu-dinalni talas kroz granitnu stenu čiji je moduo ela-stičnosti $E = 6.400 \text{ kN/cm}^2$, a gustina $\rho = 3,2 \text{ kg/dm}^3$?

Na osnovu obrasca XVI,1, brzina prostiranja ta-lasa je:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{6.400 \text{ kN/cm}^2}{3,2 \text{ kg/dm}^3}}, \text{ odnosno}$$

$$c = \sqrt{\frac{6,4 \cdot 10^3 \cdot \frac{10^3 \text{ N}}{10^{-6} \text{ m}^2}}{3,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3}} = 4,48 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

43

17.3. Transverzalni talasi i pojava polarizacije

Kod transverzalnih talasa delići elastične sre-dine osciluju normalno na pravac prostiranja talasa. Najjed-nostavniji primer za demonstraciju takvih talasa imamo kod konopca (ili gumenog creva) koji je jednim krajem vezan za zid. Drugi kraj možemo rukom da prinudimo da osciluje. Mogu-će su i harmonijske oscilacije ako je izvor talasa harmonij-ski oscilator. U tom slučaju doći će do talasa predstavlje-nog na sl. 130, u obliku sinusoida. Tu delići osciluju nor-malno na pravac konopca, tj. normalno na pravac prostiranja talasa. Takve oscilacije mogu se vršiti samo kod čvrstih te-la, odakle izlazi da se transverzalni talasi mogu da jave

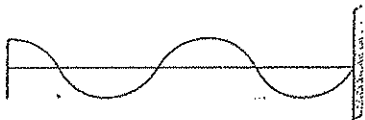
samo u čvrstim telima što se faktički i događa.

Za brzinu prostiranja transverzalnih talasa ne važe Njutnovi obrasci koji su dati za longitudinalne talase. Ovde brzina prostiranja talasa ne zavisi od prirode sredine kroz koju se talas prostire, već od sile zatezanja F i mase tela po jedinici dužine, po obrascu:

$$c = \sqrt{\frac{F}{m/x}}$$

(XVII, 2),

Sl. 130



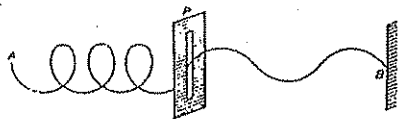
gde je F -sila zatezanja m - masa a x - dužina žice.

Odatle izlazi da brzina za jednu i istu sredinu (tela) može da bude različita, tj. zavisi od veličine spoljne sile kojom delujemo na telo. Zgodan primer za to je, putem tega zategnuta žica. Kod longitudinalnih talasa to nije slučaj jer su brzine za jednu sredinu konstantne veličine.

Sa transverzalnim talasima usko je povezana pojava polarizacije. Pokažimo to na primeru, koji je dat na sl. 131.

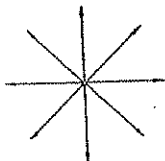
Ako slobodni kraj konopca šetamo rukom po krugu, konopac će dobiti izgled spirale (deo A-P). Iza pukotine imamo talase samo u jednoj ravni, koji predstavlja linearno polarizovan talas (deo P-B). Talas

bi mogao i da se "ugas" ako bismo između pukotine i zida stavili još jednu pukotinu pod uglom od 90° . Konopac bi, iza tako postavljene druge pukotine mirovao i bio u pravoj liniji. U slučaju da je druga



Sl. 131

pukotina paralelna prvoj, linearno polarizovani talas bi nesmetano prošao. Odatle imamo očigledno i tumačenje same pojave. Delići konopca između A i P, osciluju u svim pravcima u ravni normalno na pravac prostiranja talasa, tj. normalno na pravac konopca. Gledamo li niz konopac, dobićemo sliku koja se šematski može predstaviti na sledeći način (sl. 132a).



Sl. 132a

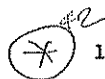


Sl. 132b

Pravac konopca je upravan na ravan lista (slike). Dvojne strelice predstavljaju amplitude delića konopca pri osci-

lovanju na jednu i drugu stranu. Kada je talas stigao do pukotine P došlo je do polarizacije. Naime, kroz pukotinu je prošla samo ona oscilacija koja je bila u pravcu pukotine (u našem slučaju vertikalni pravac). Šematski je to predstavljeno na sl. 132b u obliku jedne dvojne strelice. I ovde se podrazumeva da je pravac prostiranja talasa upravan na list hartije. Energija talasa, izuzev gubitaka nastalih usled trenja konopca sa pukotinom nije utrošena već samo je usmerena pa imamo polarizovane oscilacije. Zato je amplituda oscilovanja delića konopca iza pukotine praktično ista. Razlika je jedino u tome što su ovde oscilacije delića samo u jednom pravcu (jednoj liniji) u ravni normalnoj na pravac prostiranja talasa. Otuda i naziv linearno polarizovan talas.*

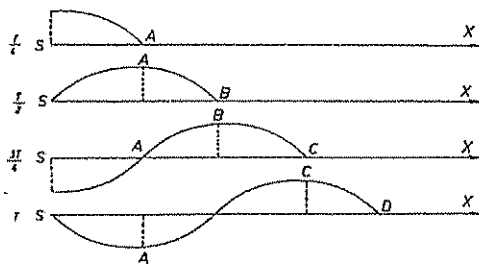
Kod longitudinalnih talasa nemoćna je polarizacija iz prostog razloga što su oscilacije delića u pravcu konopca odnosno u pravcu prostiranja talasa pa će proći kroz sve pukotine bez obzira kako su postavljene.



17.4. Elementi talasa

Proces prostiranja talasa kroz elastičnu sredinu može se lako shvatiti pri proučavanju elemenata kao što su talasna dužina, frekvencija, brzina i druge veličine važne za talasno kretanje.

Počnimo sa talasnim izvorom S koji osciluje harmonijski (sl. 133).



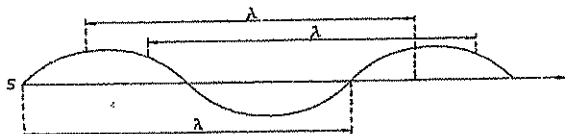
Sl. 133

Prvo, imamo početak oscilovanja kada talasni izvor S počinje da se kreće naviše, usled čega povuče sa sobom i druge deliće koji se nalaze na pravcu x. Posle $T/4$ izvor se našao u amplitudnom položaju. Za to vreme talas se prošao do tačke A. Zatim, za $T/2$ delić S vratio se u ravnotežni položaj a delić A je stigao u amplitudi položaj. Talas je za to vreme dopro do tačke B. Posle $3/4 T$, delić S je stigao u amplitudni položaj na drugoj strani a tačka A prolazi kroz svoj ravnotežni položaj. Talas je za to vreme stigao do tačke C. I, najzad, delić S vraća se prema ravnotežnom položaju i na

* Pored linearne postoje eliptična i cirkularna polarizacija o kojima u ovom kursu neće biti govora.

taj način završava jednu oscilaciju. Za to vreme (T) talas stize do tačke D. Tačka D počinje oscilovanje naviše isto-vremeno kada i kelić S. Razlika je samo u tome što delić S počinje drugu a delić D - prvu oscilaciju. Otuda izlazi da su oba delića u istom stanju oscilovanja, ili sa faznom razlikom od 2π .

Na taj način dolazi do pojma talasne dužine, koju obeležavamo slovom λ . To je rastojanje između dva susedna delića sa istim stanjem oscilovanja. U našem slučaju ta dva delića jesu talasni izvori S i tačka D. No talasna dužina predstavlja rastojanje bilo koja dva susedna delića u nizu koja su u istom stanju oscilovanja kako je pokazano na sl. 134.



Sl. 134.

Sve što je rečeno za transversalne talase važi i za longitudinalne s tom razlikom što kod drugih imamo zgušnjavanje i razredjivanje.

Druga važna veličina kod talasa jeste frekvencija. U vezi sa frekvencijom treba reći samo toliko da je ista ona frekvencija koju ima i talasni izvor ili bilo koji drugi delić.

Veza između talasne dužine i frekvencije može se dobiti preko obrasca za brzinu prostiranja talasnog kretanja. Naime, brzina prostiranja talasa kod homogenih i izotropnih sredina je konstantna veličina, pa može se za brzinu iskoristiti obrazac za jednoliko pravolinijsko kretanje $c = s/t$. Umesto bilo kog puta uzećemo put od jedne talasne dužine koji talas pređe za vreme T , odakle imamo:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu.$$

(XVII, 3).

Brzina prostiranja talasa data je proizvodom frekvence i talasne dužine. To je jedna od osnovnih relacija koja daje odnos tri tako važne veličine za talasno kretanje. Ovaj obrazac ne treba mešati sa obrascem koji je Njuton dao za talase kako longitudinalne tako i transversalne. Ovde brzina za datu sredinu ne zavisi od talasne dužine ili frekvence. Ovo treba shvatiti kao činjenicu da talas koji ima višu frekvenciju, mora da ima manju talasnu dužinu i obratno. U vezi sa ovom relacijom treba reći još to da je frekvencija talasa takva karakteristična veličina koja se ne menja kada talas prelazi iz jedne u drugu sredinu. Pošto se u takvim slučajevima brzina prostiranja talasa menja, to ostaje da se λ menja pri prelazu iz jedne u drugu sredinu.

Računski primer: Talas, čija je frekvenca $\nu = 250 \text{ Hz}$ a talasna dužina $\lambda = 12 \text{ m}$, prostire se kroz homogenu elastičnu sredinu. Izračunati:

(a) brzinu prostiranja talasa, i

(b) vreme za koje će isti talas preći put od 20 km.

Brzina prostiranja talasa može se izračunati na osnovu XVII, 3, odakle imamo:

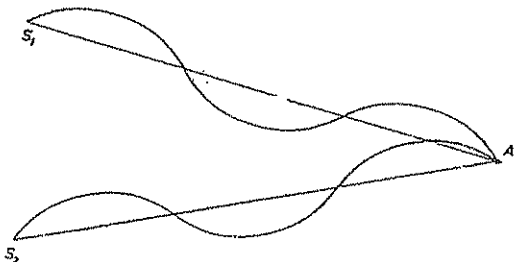
$$c = \lambda \nu = 12 \text{ m} \cdot 250 \text{ s}^{-1} = 3000 \text{ m/s}.$$

Put koji je talas prešao iznosi 20 km, pa je vreme prostiranja talasa

$$t = \frac{20 \cdot 10^3 \text{ m}}{3 \cdot 10^3 \text{ m/s}} = 6,6 \text{ s}.$$

44 17.5. Interferencija talasa

Pojava interferencije predstavlja slaganje dva ili više talasa koji se istovremeno prostiru kroz neku elastičnu sredinu. U stvari, slaganje ili interferencija svodi se na slaganje oscilacije delića u toj sredini, što je očigladno. Naime, jedan delić (na primer, delić A, sl. 135) treba da osciluje istovremeno i zbog jednog i drugog talasa.



Sl. 135

Tada će doći do slaganja tih oscilacija pri čemu se javljaju rezultirajuće oscilacije koje prate i rezultujući talas. Na ovom mestu proučićemo interferenciju dva talasa u najprostijem slučaju, kada je frekvenca i jednog i drugog talasa ista. Uzećemo još da su amplitude i jednog i drugog talasa takodje jednake. Takva uprošćavanja upravo su neophodna kada se čitalac prvi put sreće sa pojavom interferencija.

Do interferencije talasa može da dodje kada se dva talasa susreću, ukrštaju i susreću. Sustizanje talasa imamo i u slučajevima kada je između njihovih zrakova oštar ugao.

Kod sustizanja talasa interesantna su dva karakteristična slučaja. Prvi, kada se talasi susreću sa putnom razlikom

koja je jednaka celom broju talasnih dužina (sl. 139):

$$\Delta s = z\lambda. \quad (\text{XVII}, 4).$$

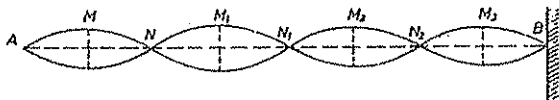
U tom slučaju imamo maksimalno pojačavanje talasa jer se amplitude delića A sabiraju i rezultujuće oscilovanje pojačava. To je očigledno, s obzirom na činjenicu da delić A treba da osciluje u istom smeru kako zbog jednog tako i zbog drugog talasa, a to se postiže ako je fazna razlika dva talasa $2z\lambda$, gde je $z = 0, 1, 2, 3$ i tako dalje.

Drugi slučaj interferencije pri sustizanju dva talasa imamo kada je putna razlika neparan broj polovina talasnih dužina, tj.

$$\Delta s = (2z+1) \cdot \lambda/2. \quad (\text{XVII}, 5)$$

Tada dolazi do maksimalnog slabljenja, odnosno poništavanja talasa. Objasnimo to na konkretnom primeru. Delić A treba da osciluje u jednom smeru zbog prvog talasa. Pošto su dva talasa sa istim frekvencama i amplitudama, doći će do potpunog gašenja i rezultujućeg talasa neće ni biti. Delić A ostade u miru. Međutim, može da se desi da putna razlika nije ni ceo broj talasnih dužina ni neparan broj njihovih polovina. Tada će doći do slaganja, samo amplituda rezultujućeg talasa neće biti ni nula ni dva puta veća nego će imati neku intermedijernu vrednost.

Posebno interesantan slučaj javlja se kod dva talasa sa istim amplitudama i talasnim dužinama koji pri svom prostiranju imaju suprotne smerove. To se najbolje postiže sa žicom koja je jednim krajem pričvršćena (sl. 136), tačka B -



Sl. 136

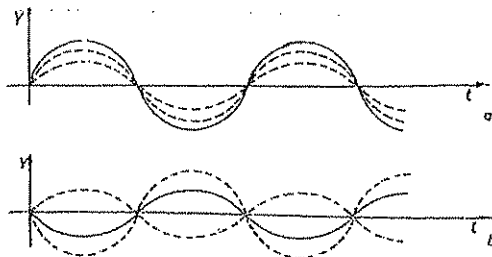
- a drugi je vezan na kotvu električnog zvona (tačka A). Oscilacije kotve prenose se na žicu kroz koju se prostire transverzalni talas prema pričvršćenom kraju. Talas se odbija od čvora B i vraća nazad kroz žicu.

Takva dva talasa sa suprotnim smerovima interferuju na celoj dužini žice pri čemu se formira takozvani stojajući talas. Osnovna odlika stojjećeg talasa sastoji se u tome što svi delići žice nemaju iste amplitude. Tako, tačke M, M₁ i M₂ imaju najveće oscilacije pa to nazivamo trbusima. S druge strane delići N i N₁ stoje, ne osciluju kao i čvor B, pa otu- da naziv čvorovi.

Druga važna odlika stojjećih talasa, u odnosu na "progressivne" talase, što svi delići pri oscilovanju prolaze istovremeno kroz ravnotežni položaj. Tako na primer, svi delići između tačaka A i M istovremeno prolaze kroz ravnotežni položaj pri kretanju naniže i istovremeno dostižu svoje

amplitudne položaje na drugoj strani. Kod "progresivnih" talasa naprotiv, svaki delić u pravcu prostiranja talasa ima istu amplitudu u koju dolaze delići jedan za drugim, sukcesivno.

Najzad, interferencija dva talasa koji se susreću i imaju iste talasne dužine a različite amplitude, mogu se predstaviti pomoću sl. 137 (a i b).



Sl. 137

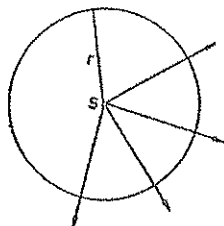
Na sl. 137 prikazan je rezultujuć talas gde je amplituda jednaka zbiru ($y_0 = y_{01} + y_{02}$) komponentnih amplituda, jer je putna razlika celi broj talasnih dužina. Na donjoj slici vidi se da je amplituda rezultujućeg talasa ravna razlici komponentnih amplituda ($y_0 = y_{01} - y_{02}$), s obzirom da je putna razlika jednaka neparnom broju polovina talasnih dužina.

17.6. Ravan i sferni talas

Talas se prostire kroz elastičnu sredinu na sve strane od talasnog izvora. To prostiranje može da bude u obliku sfere, ukoliko je elastična sredina izotropna i homogena. Kao primer može se uzeti bilo koji izvor (pucanj, zvučni izvor), čiji se talasi prostiru kroz vazduh. Slično je i sa prostiranjem talasa u čvrstim telima i kroz tečnosti.

Kroz datu izotropnu elastičnu sredinu talasi se prostiru u obliku sfere, kako je to pokazano na slici 138, gde je S - talasni izvor. Na sferi, koja je na rastojanju r od talasnog izvora, svi delići biće u istom stanju oscilovanja, odnosno u istoj fazi kretanja. Ako je za izvesno vreme t talas prošao put r od talasnog izvora, onda to znači da su svi delići na toj sferi počeli da osciluju jer je do njih talas tek stigao. Otuda kažemo da je to talasna površina ili talasni front sfernih talasa. Međutim, za pravac prostiranja talasa uzima se zrak, koji je ovde u pravcu poluprečnika (sl. 138). Očigledno je da zrak uvek stoji normalno na talasnom frontu, odnosno površini talasa. Pošto zrak daje i smer prostiranja talasa, to je isti dat strelicom, kako je na datoj slici i pokazano.

Ravan talas imamo u slučajevima kada je talasni izvor daleko od mesta dokle je talas stigao. U stvari i onda imamo sferne talase, samo sa vrlo velikim poluprečnikom njihove sfere. Krivine su tada tako male da ih jednim delom možemo smatrati kao ravan. Otuda i kažemo da je ravan talas u stvari deo sfernog, ukoliko je sam talas daleko od talasnog izvora. Žraci kod takvih talasa međusobno su paralelni, što je očigledno obzirom na činjenicu da stoje normalno na talasnom frontu.



Sl. 138

Površinski talasi na vodi, koji se prostiru u vidu koncentričnih krugova, jesu specifičan slučaj kod talasnog kretanja jer se radi o prostiranju talasa po površinskom sloju vode, koji se graniči sa vazduhom kao drugom sredinom. No, i ovde zrak stoji normalno na pravac talasa (koncentričnih krugova).

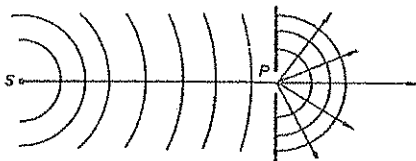
Najzad, postoje i linijski talasi, ako se talas prostire u jednom nizu (liniji) kao što može da bude niz molekula ili nekih kuglica, elastično povezanih.

45

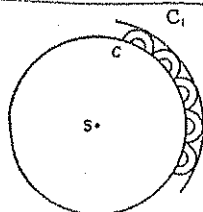
17.7. Hajgensov princip i difrakcija talasa

Hajgens je postavio jedan princip, bez strogih dokaza, koji glasi: svaki delić elastične sredine do koja dopire talas, postaje izvor novih elementarnih talasa. To se može videti na mnogim primerima, a najlakše sa površinskim talasima na vodi.

Talas na vodi prostire se u vidu koncentričnih krugova. Ako na pravac prostiranja postavimo pregradu kako je dato na sl. 139a, doći će do odbijanja talasa sa izuzetkom kod pukotine - otvora P. Pukotina će služiti kao izvor novih talasa



Sl. 139a



Sl. 139b

i prostiraće se iza pregrade u vidu koncentričnih krugova sa centrom u samoj pukotini. Time je Hajgensov princip suštinski dat.

Uzmimo sada drugi primer, sa velikim brojem pukotina a ne jednu kao što je predhodno bio slučaj (sl. 139b daje takav

primer). U jednom trenutku front talasa stiže celom svojom širinom do postavljenih pregrada, kada se javlja čitav niz talasnih izvora, pa prema tome i novih elementarnih talasa koji se dalje prostiru iza pregrade. Interferencijom svih tih talasa dobija se novi rezultujući talasni front, koji u stvari predstavlja obvojnici (talas C_1). Takav talas (C_1) ni po čemu se ne razlikuje od onog talasa koji bi tu stigao da nije bilo pukotine.

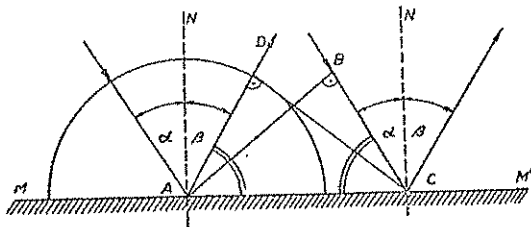
Sa Hajgensovim principom, usko je vezana pojava difrakcije koja se upravo njime i tumači. Naime, na sl. 139a iza pukotine javlja se novi talas a sa njime i zraci koji stoje normalno na talasnoj površini. Ti zraci nisu se "savili" već su difraktovali pri prolazu talasa kroz pukotinu P. Pojava difrakcije može se lepo pokazati u jednom širokom sudu sa plitkim dnom. Na jednom kraju "bockamo" vodu odgovarajućim štapićem da bismo proizveli talase na površini vode. Malo dalje, postavivemo dve daske vertikalno, čime se dobija pukotina kako je šematski prikazano na sl. 139a. Iza "pukotine" javlja se novi talas kako je napred već objašnjeno. Ono što je ovde interesantno jeste činjenica da zraci novog talasa polaze iz centra pukotine i čine zrake difraktovanog talasa.

46

17.8. Odbijanje talasa po Hajgensu

Pojava odbijanja ili refleksije talasa javlja se na granici dve različite sredine. Pored odbijanja (refleksije) javlja se, u manjem ili većem stepenu, i prelamanje talasa, što zavisi od prirode druge sredine. Na ovom mestu proučićemo odbijanje ili refleksiju.

Jednostavnosti radi uzmimo ravan talas AB, čiji zraci padaju na graničnu površinu MM' pod izvesnim uglom alfa (sl. 140). Pored toga, uzećemo samo dva zraka, koji "ograničavaju"



Sl. 140

ravan talas kako bi slika bila preglednija. Talas AB, stigao je jednim "krajem" na graničnu površinu u tačku A. Po Hajgensovom principu, delić A postaje izvor novih elementarnih talasa. Kako talas ne može da prodje u drugu sredinu, odnosno može samo da se odbije, to se reflektovani talas vraća u vidu

sfernog talasa. Dok drugi kraj talasa (tačka B) stigne do granične površine, odbijeni talas prelazi put jednak duži (putu) BC. Putevi AD i BC očigledno su isti jer se radi o prostiranju talasa kroz istu sredinu gde je brzina jedna i ista. Ako uzmemo reflektovane talase i drugih tačaka između A i C, respektivno, dobićemo odbijeni talas DC, koji u stvari predstavlja obvojnici elementarnih talasa pomenutih delića na graničnoj površini.

Na osnovu podudarnosti trouglova ABC i ADC, može se dokazati da je upadni ugao α jednak uglu odbijanja β , na sledeći način: kod podudarnih trouglova, svi su uglovi jednaki, pa i oni označeni sa duplim lukovima:

$$90 - \alpha = 90 - \beta,$$

odnosno

$$\alpha = \beta.$$

Otuda imamo sledeće zakone o odbijanju talasa:

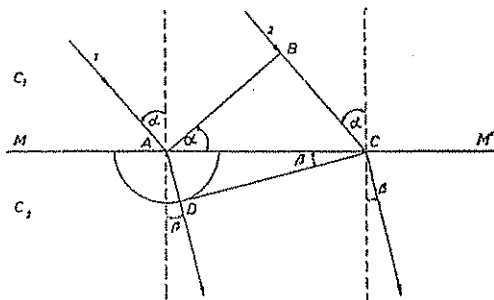
I. Upadni ugao jednak je uglu odbijanja.

II. Upadni zrak, normala i odbijeni zrak leže u istoj ravni.

Drugi stav zakona o odbijanju može se lako dokazati eksperimentalno pomoću običnog ogledala, s obzirom da je i svetlost talasno kretanje.

(47) 17.9. Prelamanje talasa po Hajgenu

Pojava prelamanje ili refrakcije talasa javlja se na graničnim površinama kada talas može da "prodje" u drugu sredinu. Na ovom mestu uzećemo da su sredine izotropne. Pored toga uzećemo da je u drugoj sredini brzina prostiranja talasa manja, naime uslov da je $c_2 < c_1$ (sl. 141).



Sl. 141

Upadni talas AB stigao je na graničnu površinu u tačku A sa zrakom 1, dok je drugi u tački B. Da drugi zrak stigne do granične površine (tačka C), potrebno je neko vreme t.

Put BC, s obzirom da je brzina c_1 talasa konstanta u prvoj sredini, daje se proizvodom brzine i vremena:

$$\overline{BC} = s_1 = c_1 t.$$

Za isto vreme, elementarni talas iz tačke A na osnovu Hajgensovog principa, prešao je u drugoj sredini put $\overline{AD}$. Taj put je nešto manji zbog manje brzine prostiranja c_2 i iznosi:

$$\overline{AD} = s_2 = c_2 t.$$

Prelomljeni talas u drugoj sredini dat je pravom CD, koja sa graničnom površinom gradi ugao β . Iz slike se očigledno vidi da su i zraci promenili pravac prostiranja za isti ugao.

Odnos brzina prostiranja talasa kroz jednu sredinu, može da se dobije sledećim rezonovanjem:

Iz trougla ABC, koji je pravougli, izlazi da je

$$\sin \alpha = \frac{s_1}{AC} = \frac{c_1 t}{AC}.$$

Iz trougla ADC imamo:

$$\sin \beta = \frac{c_2 t}{AC}.$$

Podelimo li gornje dve jednačine, imaćemo odnos brzina, odnosno sinusa upadnog i prelomnog ugla:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Količnik te dve brzine prostiranja jednog i istog talasa jeste konstanta iz prostog razloga što su i brzine, sva-ka za sebe, konstantne. Zato pišemo da je:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{21}$$

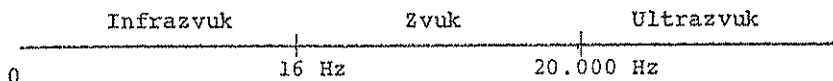
(XVII, 6),

gde je n_{21} - indeks prelamanja druge sredine u odnosu na prvu. Isti zakon važi i za prelamanje svetlosnih zrakova o čemu će biti govoreno u optici. Navedimo ovde samo još to da je gornji indeks prelamanja relativan, za razliku od onog u optici koji može da bude i apsolutan.

49

17.10 Zvučni i ultrazvučni talasi

Zvučni talasi koje registrujemo našim uhom nisu ništa drugo do mehanički talasi čija se frekvencija kreće od 16 Hz do oko 20.000 Hz. Prema tome, talase možemo da podelimo po frekvenciji na sledeće oblasti: infrazvuk, zvuk i ultrazvuk, kako je to ovde šematski dato.



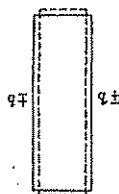
Talasi sa frekvencom ispod 16 Hz predstavljaju oblast infrazvuka. Toj oblasti pripadaju izvesni seizmički talasi i razni potresi, talasi koji se prostiru kroz vazduh ili drugu sredinu i drugi. O takvim talasima ne možemo detaljnije govoriti u ovom kursu fizike jer zbog svoje složenosti prelaze okvire samog kursa.

Područje zvučnih talasa razlikuje se od ostala dva po tome što je njihov detektor čovečije uho, koje ih registruje počevši od 16 Hz kao donje granice, do oko 20.000 Hz, što predstavlja gornju granicu čuvenja. Pri tome treba naglasiti da navedene granice predstavljaju prosek koji se menja kako sa godinama jednog i istog lica, tako i sa samim intenzitetom zvuka. Iz navedenog je jasno da je svaki talasni izvor, u stvari, zvučni izvor ukoliko mu je frekvencija u intervalu od 16 do 20.000 oscilacija u sekundi. Otuda za zvučne talase kao mehaničke talase sa određenim područjem frekvenci važe svi zakoni za brzinu i drugo, pa nema potrebe da ih ovde ponavljamo.

Posebno interesantno područje mehaničkih talasa jeste područje ultrazvuka. Ultrazvučni talasi mogu se dobiti u principu na dva načina. Prvi, pomoću pojave magnetostrikcije (čelik se naizmeničnim magnetizovanjem neznatno skraćuje i izdužuje) a drugi - koristeći se pojavom piezoelektriciteta. Obzirom da se pomoću piezoelektriciteta mogu dobiti znatno više frekvence, koje se penju do nekoliko stotina megaherca, to ćemo se samo na tom ukratko i zadržati.

Pojava piezoelektriciteta sastoji se u osobini kvarca i nekih drugih kristala da se mehanički deformišu, tj. menjaju zapreminu, ako se izlože električnim oscilacijama koje stvaraju pomoću jednog pločastog kondenzatora. Na sl. 142 šematski su prikazane deformacije kvarcne pločice pri električnim oscilacijama u kondenzatoru. Kvarcna pločica se "izdužuje" i "skraćuje", pri čemu dolazi do zgušnjavanja i razredjivanja vazduha u neposrednoj okolini. To se prenosi kroz vazduh ili kakvu drugu sredinu u vidu ultrazvučnih talasa, najčešće sa vrlo velikim energijama.

Frekvencija ultrazvučnih talasa uvek je jednaka frekvenci oscilacija kondenzatora i može da iznosi i nekoliko stotina MHz. Otuda talasne dužine ultrazvučnih talasa mogu da budu reda veličine jednog mikrona i manje. Odmah da napomenemo da talasne dužine tog reda veličine imamo kod termičkog (infracrvenog) zračenja, što praktično predstavlja crvenu granicu vidljivog dela spektra (pogledajte skalu elektromagnetnih talasa u sledećoj glavi). Ilustrujemo to na jednom



Sl. 142

primeru, uzevši da ultrazvučni generator sa kvarcnom plošicom emituje talase sa frekvencom od 340 MHz. Ako se takvi talasi prostiru kroz vazduh, imaće brzinu kao i zvuk od 340 m/s. Talasna dužina tih talasa biće:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{340 \text{ m/s}}{340 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}} = 10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m}$$

Napomenimo da svetlosni zraci crvene boje imaju talasne dužine između 0,76 μm i 0,6 μm .

Ultrazvučni talasi imaju danas vrlo široku primenu, počevši od merenja morskih dubina pomoću generatora ugrađenog na dno ladje, preko ultrazvučne terapije u medicini, do primene u poljoprivredi i nekim drugim oblastima.

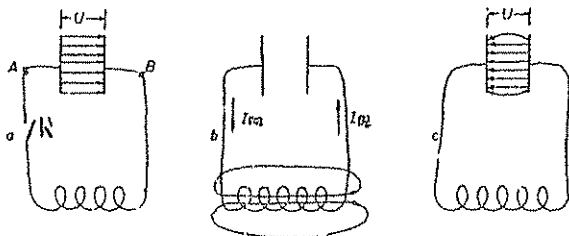
XVIII. glava: ELEKTRIČNE OSCILACIJE I ELEKTROMAGNETNI TALASI

18.1. Električne oscilacije

Strujna rezonancija može da se javi, kako smo na-
pred već videli, u kolu sa paralelno vezanim kalemom samoin-
dukcije i kondenzatorom. (sl. 122). U takvom kolu proizvode
se električne oscilacije pri čemu se kondenzator naizmenično
prazni i puni. Radi jednostavnije interpretacije oscilacija
zanemarimo termički otpor R u kolu, što znači da se zane-
maruju i gubici električne energije. To, dalje, znači da će-
mo imati posla sa neamortizovanim električnim oscilacijama
(poredite sa mehaničkim oscilacijama - V glava).

Na sl. 143a dato je jedno električno oscilatorno kolo
čiji je kondenzator bio prethodno napunjen odgovarajućim ge-
neratorom električne struje, koji vezujemo za tačke A i B.
Kada se pomoću prekidača K kolo zatvori, nastaje pražnjenje
kondenzatora, koji je trenutno bio pod naponom U . Struja će
poteći od pozitivne ploče preko kalema samoindukcije prema
negativnoj ploči kondenzatora pri čemu napon počinje da pada.
Struja prolazi kroz kalem u kome se formira magnetno polje.
Očigledno je da će polje biti najjače kada je maksimalna
struja (sl. 143b). Napon na pločama je tada jednak nuli i ka-
žemo da je kondenzator ispražnjen. Međutim, proces se ne za-
država na tome, jer sa smanjenjem struje slabi i magnetno

polje, odnosno magnetni fluks. Pri tome se u kalemu indukuje elektromotorna sila samoindukcije koja teži da "zaдрži" struju. To je razlog što struja ne teče trenutno već traje izvesno kratko vreme za koje se kondenzator suprotno naelektriše. Naime, to traje sve dok se kondenzator ne napuni, kada struja prestane da teče (sl. 143c). U tom trenutku je završena prva polovina oscilacije. Proces se sada ponavlja u



Sl. 143

suprotnom smeru sve dok se kondenzator ne napuni kao i u prvobitnom slučaju. Time je završena jedna cela električna oscilacija, posle koje počinje druga i dalje oscilacije. Takvo kolo zove se zatvoreno oscilatorno kolo.

Posmatrano energetski, u kolu se vrši naizmenična transformacija električne energije kondenzatora u magnetnu energiju kalema samoindukcije. Dakle, javljaju se oscilacije, formalno slične* oscilacijama kod klatna. Električnoj energiji kondenzatora odgovara gravitaciona potencijalna energija klatna - kuglice. Magnetnoj energiji kalema odgovara kinetička energija klatna dok prolazi kroz ravnotežni položaj. Najzad, napunjen kondenzator (sl. 143c) sa električnom energijom, vezan je za amplitudni položaj klatna na drugoj strani oscilovanja, kada je potencijalna energija maksimalna.

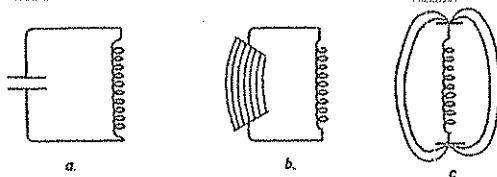
Što se tiče same frekvence kola, odnosno perioda oscilacije T , očigledno da to zavisi od osobina samog kola, odnosno od kapaciteta kondenzatora i koeficijenta samoindukcije kalema (kao što period oscilacije klatna zavisi od dužine konca i gravitacionog ubrzanja). To izlazi iz Tomsonovog obrasca: $T = 2\pi\sqrt{CL}$. Sa povećavanjem kapaciteta i koeficijenta samoindukcije, raste i period oscilacije a opada frekvencija. I obrnuto, viša frekvencija, odnosno kraći period oscilacije biće u kolu sa manjim kapacitetom i samoindukcijom.

Najzad, treba reći da su ovakve oscilacije amotrizovane, jer se energija ritimički gubi tokom svake oscilacije, kao što je to slučaj sa klatnom čija se energija troši na trenje i otpore. Elektromagnetna energija, u kolu, troši se u stvari na toplotnu, jer termički otpor nikada ne može da bude jednak nuli, mađa može da bude vrlo mali.

* Mehaničke oscilacije predstavljaju najniži oblik oscilovanja. Otuda je logično da su električne oscilacije viši oblik, pa je analogija samo formalna ali vrlo korisna.

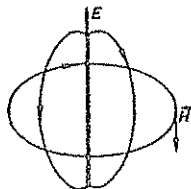
18.2. Otvoreno oscilatorno kolo. Elektromagnetni talasi

Kod zatvorenog oscilatornog kola zračenje električne i magnetne energije, odnosno elektromagnetnih talasa, vrlo je slabo. To se objašnjava činjenicom da su magnetne sile, (odnosno polje) usredsređene uglavnom u kalemu a električne linije (polje) između ploča kondenzatora. Da bi došlo do emisije elektromagnetnih talasa, odnosno emisije električne i magnetne energije u prostor, potrebno je što više razmaknuti ploče kondenzatora. To se postiže postepenim udaljavanjem kondenzatorskih ploča (sl. 144a, zatvoreno, a slika b - poluotvoreno oscilatorno kolo), gde su linije električne sile duže i polje se širi u prostor na veća rastojanja. Najveće rastojanje kondenzatorskih ploča imamo kod takozvanog otvorenog oscilatornog kola (sl. 144c), koje je u stanju da

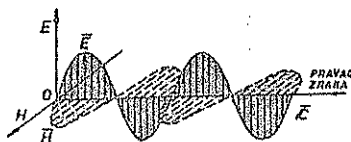


Sl. 144

emituje elektromagnetnu energiju u vidu talasa u prostor, pri čemu su električno i magnetno polje uzajamno normalni. Takav sistem - emiter, predstavlja oscilator. Najzad, umesto kondenzatorskih ploča i kalema, može da se uzme običan provodnik čije su kapacitivnosti koeficijent samoindukcija vrlo mali. Period oscilacije biće u tom slučaju vrlo kratak a frekvencija talasa vrlo visoka, pa kažemo da se radi o visokofrekventnim oscilujućim strujama. Takvo "kolo" zove se električni dipol koji emituje talase sa talasnim dužinama čak do 1 sm. (sl. 145). Izgled elektromagnetnih talasa, koje emitu-



Sl. 145

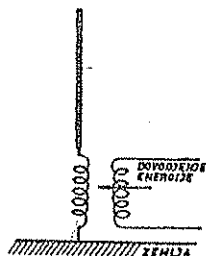


Sl. 146

je oscilator, dat je na slici 146. Oscilacije električnog i magnetnog polja (E i H) vrše se u ravni normalnoj na pravac prostiranja talasa: Zato su elektromagnetni talasi u stvari transverzalni talasi, gde oba vektora osciluju u istoj fazi.

S druge strane, ovakav talas je linearno polarizovan jer i električno i magnetno polje osciluje samo u jednom pravcu, koji je međusobno normalan (sl. 146). Eksperimentalno je ovakve talase dobio Herz pomoću dipola sa varničnikom.

Ako se otvorenom oscilatornom kolu dovodi elektromagnetna energija preko zatvorenog oscilatornog kola (kako je dato na sl. 147), kao neke vrste transformatora, oscilator je u stanju da emituje elektromagnetne talase određene talasne dužine. Takav sistem predstavlja antenu - emitera elektromagnetnih talasa.



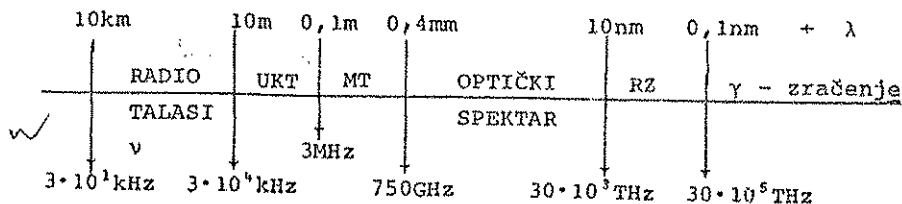
Sl. 147

Talasna dužina talasa koje antena emituje određena je njenom dužinom. Naime, ovako uzemljena antena predstavlja polovinu dipola dok drugu polovinu zamenjuje Zemlja. Talasna dužina takvih antena, po teoriji oscilacija žice, jednaka je četvorostrukoj njenoj dužini, dok je ceo dipol (oscilator) ravan polovini talasne dužine emitovanih talasa.

Talasi uzemljene antene zovu se još i površinski, jer se prostiru horizontalno. Linije električnog polja, pak, prostiru se u vertikalnoj ravni. Takvi talasi jesu radio - talasi koji prenose govorne i muzičke emisije sa radio - otpremnika do radio prijemnika.

18.3. Skala elektromagnetnih talasa

Oblast elektromagnetnih talasa je veoma široka proteže se od talasnih dužina koje iznose preko 10 km do onih čija dužina ide do ispod jednog pikometra ($1 \text{ pm} = 10^{-12} \text{ m}$), tj. od dugih radio-talasa s jedne strane, do gama-zračenja s druge strane. Svi ti talasi imaju istu, elektromagnetnu prirodu, jer se radi o prostiranju elektromagnetnog polja, čija brzina u vakuumu iznosi $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Međutim, razlikuje se po talasnim dužinama i frekvencijama, što podvlači za sobom i specifičnosti pojedinih područja, odnosno regiona. Zato ćemo odmah da napravimo grubu podelu, koja je data na sledećoj skali:



Gornje brojke daju talasne dužine, a donje frekvenciju tih graničnih vrednosti. Ako podjemo po talasnim dužinama sa

leve strane, prvo područje daje radio-talase, koji se, dalje, dele na sledeći način:

<u>dugi radio-talasi</u>	(10 km - 1 km),
<u>srednji</u> "	" (1000m - 100 m), i
<u>kratki</u> "	" (100 m - 10 m).

Generatori radio-talasa jesu emisione antene, koje hrani električnom energijom odgovarajući generator struje. Inače, radio-talasi jesu površinski talasi, jer se prostiru po površini Zemlje, pa otuda i takav naziv. Koriste se za prenošenje govornih i muzičkih emisija.

Drugo područje skale elektromagnetnih talasa jesu ultrakratki talasi (UKT) sa talasnim dužinama od 10 m do 10 sm. Generatori UKT jesu specijalizovane elektronske cevi pod imenom-magnetroni. Ultrakratki talasi usmeravaju se pomoću odgovarajućih metalnih ogledala u čijoj se žiži nalazi antena u vidu dipola. Njihova specifičnost je u tome što mogu da prenose i sliku, pored govora i muzike. Zatim, UKT proširu se pravolinijski, za razliku od radio-talasa. Zato je veza između predajne i prijemne antene moguća samo u slučaju čistog prostora, što svakako ograničava njihov domet. Međutim, domet je obično mnogo veći, zahvaljujući tzv. Hevisajdovom sloju u atmosferi, koji odbija ultrakratke talase i vraća ih na Zemlju. Hevisajdov sloj je jonizovani sloj vazduha na visini oko 60 km. Primena UKT je danas vrlo široka, kod radara, televizije, avionskog i pomorskog saobraćaja.

Mikrotalasi predstavljaju vrlo usko područje i tek se u poslednje vreme intenzivnije proučavaju.

Optički spektar obuhvata vrlo širok interval talasnih dužina (400 μ m - 10 nm) i obuhvata faktički tri uža područja. To su:

infracrveno (termičko) zračenje (400 μ m - 0,76 μ m),
vidljivi svetlost (0,76 μ m - 0,4 μ m), i
ultraljubičasto zračenje (400 nm - 10 nm).

Detaljnije o optičkom spektru govorićemo u Optici.

Rendgenovi zraci obuhvataju područje sa talasnim dužinama od 10 nm do 0,1 nm, koje proizvode specijalne cevi, tzv. rendgenove cevi. To su cevi sa visokim vakuumom, u kojima se nalaze elektrode, od kojih jedna ima po površini pločice od teškog metala. Snop ubrzanih elektrona udara u tu pločicu, pri čemu se proizvode Rendgenovi zraci. Generator takvog zračenja je faktički atom teškog metala, koji emituje rendgenovo zračenje.

Gama-zraci imaju najkraće talasne dužine u odnosu na druga zračenja, zato i jesu na kratkotalasnoj granici elektromagnetne skale. Generatori takvog zračenja jesu atomska jezgra, koja su radioaktivna, jer emituju alfa- ili beta-čestice.

Najzad, treba istaći da će o svakom području biti reči.

RAČUNSKI ZADACI IZ TALASA

1. Dužina novog gredastog mosta na Savi, kod Beograda, iznosi 270 m. Izračunati moduo elastičnosti čelika, ako zvuk prođe kroz čeličnu konstrukciju za $t = 0,054$ s. Gustina čelika iznosi $7,8 \text{ kg/dm}^3$.

Odgovor: $E = c^2 \cdot \rho = 1950 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$, odnosno:
 $E = 19.500 \text{ kN/cm}^2$.

2. Zvučni talas prostire se kroz neki materijal brzinom $c = 4,2 \text{ km/s}$. Izračunati talasnu dužinu zvučnog talasa i moduo elastičnosti tog materijala, ako je frekvencija zvuka $8,4 \text{ kHz}$. Gustina materijala iznosi $6,5 \text{ g/cm}^3$.

Odgovor: Talasna dužina (relacija: $c = \lambda v$)
 iznosi: $\lambda = 0,5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$.
 Moduo elastičnosti:

$$E = c^2 \cdot \rho = 11,47 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2, \text{ ili}$$

$$E = 11.470 \text{ kN/cm}^2.$$

3. Kojom brzinom treba da se prostire transverzalni talas kroz žicu dužine $x = 20 \text{ m}$, čija je masa 40 g , ako se žica zateže silom od 98 N ?

Odgovor:

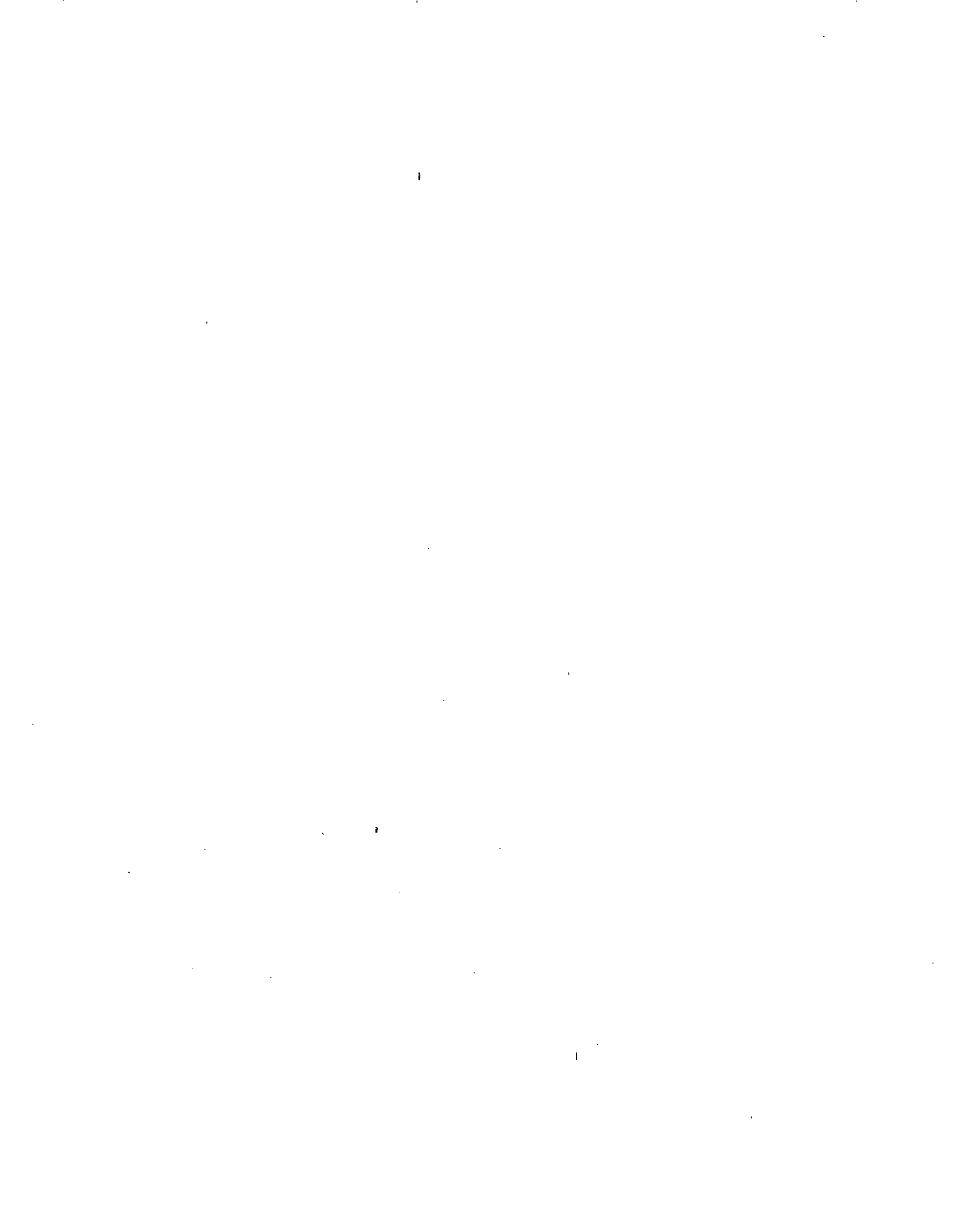
$$c = \sqrt{\frac{F}{m/x}} = 221,5 \text{ m/s}.$$

4. Kolika je frekvencija radio-talasa koji emituju Radio-Beograd, čija je talasna dužina (u vazduhu) 439 m .

Odgovor: $v = 6,83 \cdot 10^5 \text{ Hz} = 683 \text{ kHz}$.

5. Električno oscilatorno kolo ima frekvenciju od 50 Hz. Koliku kapacitivnost treba da ima kondenzator, ako je vezan za kalem samoindukcije čija je induktivnost $L=3 \text{ H}$?

Odgovor: Na osnovu Tomsonovog obrasca imamo
da je: $C = 1,13 \text{ } \mu\text{F}$.



V DEO

O P T I K A

XIX glava: SVETLOSNI IZVORI I FOTOMETRIJSKE
VELIČINE

90

19.1. Svetlosni izvori i optički spektar

Svetlosni izvori, koji emituju svetlosne zrake, mogu biti termički ili luminescentni (fluorescentni) svetlosni izvori. U grupu termičkih svetlosnih izvora spadaju Sunce, električne sijalice sa usijanim vlaknom, Voltin luk, plamen sveće, vatra i drugi. Njihova je zajednička karakteristika, što emituju svetlosne zrake dok su na visokim temperaturama, tj. dok su u usijanom stanju. Primera radi, navodimo da je Sunce "najtopliji" svetlosni izvor, jer ima temperaturu od 6000°C , na svojoj površini. Temperature vlakna kod termičkih sijalica kreću se od $2000 - 3000^{\circ}\text{C}$ zavisno od snage same sijalice. Sunce je neuporedivo najjači svetlosni izvor, pa u tom smislu i izvor sveukupnog života na Zemlji, koje emituje zračenja celokupnog optičkog spektra, sa talasnim dužinama od $400 \mu\text{m}$ do 10 nm .

Dругу групу светлосних извора чине luminescentni, odnosno fluorescentni svetlosni izvori, čiji se rad zasniva na principu električnog pražnjenja (kroz gasove i pare). Najčešće se koristi fluorescentna sijalica, ma da mogu da posluže i neonske cevi, živine lampe i drugi.

Fluorescentne sijalice jesu od velikog praktičnog interesa, pa ukratko o njihovoj konstrukciji. To su duže cevi,

čiji su zidovi sa unutrašnje strane "premazani" odgovarajućim fluorescentnim materijalom (luminoforom). Inače, u samoj cevi nalazi se nešto živine para pod niskim pritiskom. Kada se kroz takve cevi propusti struja, dolazi do električnog pražnjenja, pri čemu atomi žive emituju ultraljubičaste zrake, koje apsorbiraju fluorescentni sloj na zidu. Tada dolazi do pobudjivanja luminescentnih centara u luminoforu, gde se kao rezultat javlja emisija vidljive svetlosti, koju naše oko može da registruje.

Tehnički svetlosni izvori emituju zračenje u koje ulazi termičko zračenje, vidljiva svetlost i ultraljubičasti zraci, sa talasnim dužinama, kako je navedeno niže u skali.

400 μ m	0,76 μ m	0,4 μ m	10nm (0,01 μ m)
termičko zračenje, ili	v.S	Ultraljubičasto	
infra-crveno zračenje		zračenje	+ λ

Generatori vidljive svetlosti su svi svetlosni izvori. Međutim, termički svetlosni izvori emituju uvek i termičko zračenje i ultraljubičaste zrake, pored vidljive svetlosti. Koliki će udeo termičkog i ultraljubičastog zračenja biti u ukupnom optičkom spektru, zavisi od temperature samog svetlosnog izvora. Izvori sa višom temperaturom, zrače više i ultraljubičastog zračenja. Zato Sunce emituje jako ultraljubičasto zračenje sa talasnim dužinama kraćim od 0,29 μ m, što je vrlo opasno za život na Zemlji. Srećom, atmosfera (vazdušni omotač) apsorbira sve zrake čije su talasne dužine ispod 0,29 μ m, pa na taj način vrši "selekciju", štiteći život na Zemlji. Naime, Zemljina atmosfera je providna za sve zrake iznad pomenute granice a apsorbira sve one ispod te granice, što predstavlja jednu vrstu izuzetno korisnog filtra.

Generatori termičkog zračenja su svi termički izvori, pa i svetlosni termički izvori, koje ima snažno termičko dejstvo. Apsorpcijom tog zračenja dolazi do zagrevanja tela (apsorbenta).

Generatori ultraljubičastog zračenja živine lampe, Sunce i drugi svetlosni termički izvori, sa visokim temperaturom, kao što su Voltin luk i varnica.

Svetlosni izvori emituju, kako smo videli zrake najraznovrsniji talasnih dužina (boja) u okviru optičkog spektra, a to znači istovremeno vidljivu svetlost, termičko i ultraljubičasto zračenje. Takva svetlost zove se polihromatska ili bela svetlost. Vrlo je mali broj svetlosnih izvora koji emituju tzv. monohromatsku svetlost, tj. svetlosne zrake jedne i iste talasne dužine. To je praktično slučaj samo sa natrijumovom lampom, koja emituje zrake žute boje sa talasnom dužinom od 0,58 μ m. Međutim, može se uslovno dobiti mono-

hromatska svetlost od običnog izvora, ako se svetlosni zraci propuste kroz odgovarajući filter, ali o tome malo kasnije.

Najzad, treba istaći da se svetlosni zraci prostiru brzinom, koja je ujedno najveća moguća brzina uopšte. Kada je sredina, kroz koju se svetlost prostire vazduh ili vakuum, brzina svetlosti zaokruženo iznosi 300.000 km/s . Zato ta brzina svetlosti u vakuumu (vazduhu) spada u grupu fundamentalnih fizičkih konstanti. Zato su metode njenog određivanja raznovrsne, kako fizičke tako i astronomske metode. Najnovija merenja, izvršena 1950. godine, dala su za brzinu svetlosti u vazduhu sledeću brojnu vrednost:

$$c_0 = 299.793 \cdot 10^6 \text{ km/s.}$$

To se danas uzima kao najtačnija vrednost, zbog toga što je apsolutna greška samo $1,1 \text{ km/s}$, koja je beznačajna u odnosu na samu vrednost brzine. Praktično se danas uvek ta brojka zaokružuje na $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, odnosno 300.000 km/s . Istaknimo samo još podatak da je brzina svetlosti u svakoj drugoj sredini manja od c_0 , o čemu će biti reči kada se bude govorilo o indeksu prelamanja.

91

(89)

19.2. Fotometrijske veličine

Fotometrija je deo optike čiji je zadatak merenje svetlosne energije, koju sobom nose svetlosni zraci, kao i onih veličina koje su vezane za svetlosnu energiju. Zato su uvedene razne fotometrijske veličine, od kojih ćemo ovde proučiti tri, koje se najčešće i koriste u optičkim i drugim merenjima. To su:

1. Svetlosni fluks (Φ), lm
2. Svetlosna jačina (I), i cd
3. Osvetljenost (E). lx

Svetlosni fluks predstavlja, u suštini, snagu svetlosnog izvora. Pri tome se mora istaći da to važi za slučaj ukupnog zračenja, koje svetlosni izvor emituje tokom jedne sekunde. Ako se radi o delu fluksa jednog svetlosnog izvora, onda kažemo da je

svetlosni fluks brojno jednak energiji koju izvor emituje u vidu svetlosnog zračenja tokom jedne sekunde.

Otuda, obrazac za svetlosni fluks ima sledeći oblik:

$$\Phi = Q_s/t$$

(XIX, 1),

gde Q - predstavlja svetlosnu energiju koju je emitovao izvor, ili deo izvora, u vremenu t . Opštiji oblik jednačine imamo kada se uzme diferencijalni oblik:

$$\Phi = dQ_s/dt$$

(XIX, 1a),

odakle izlazi da je svetlosni fluks jednak diferencijalnom

količniku emitovane energije i vremena.

Svetlosna jačina, ili jačina svetlosnog izvora je veoma važna fotometrijska veličina pa je zbog toga uzeta za šestu osnovnu veličinu u Međunarodnom sistemu jedinica, a kandela, za osnovnu jedinicu u istom sistemu. Inače, a kandela, za osnovnu jedinicu u istom sistemu. Inače,

svetlosna jačina brojno je jednaka svetlosnom fluksu koji izvor emituje u jediničnom prostornom uglu.

Za izotropni svetlosni izvor, koji na sve strane podjednako emituje svetlosne zrake, koristi se sledeći obrazac za svetlosnu jačinu:

$$I = \Phi / w \quad (\text{XIX}, 2),$$

gde je w - prostorni ugao onog konusa čiji je vrh u samom svetlosnom izvoru. Za svakodnevnne svetlosne izvore, uzima se beskonačno mali ugao u kojem imamo beskonačno mali emitovani fluks, pa relacija ima ovaj oblik:

$$I = d\Phi / dw \quad (\text{XIX}, 2a).$$

Osvetljenost, ili jačina osvetljenja, je treća fotometrijska veličina, koja se odnosi na osvetljenost neke površine sa odgovarajućim svetlosnim fluksom. Zato se daje relacijom:

$$E = \Phi / S \quad (\text{XIX}, 3),$$

odakle sledi definicija:

Osvetljenost površine brojno je jednaka svetlosnom fluksu koji pada na jediničnu površinu, normalno postavljenu na pravac zrakova.

Prethodna jednačina važi kada je svetlosni fliks ravnomerno raspoređen na celu osvetljenu površinu. Ako je ta osvetljenost različita, onda gornja jednačina daje srednju vrednost jačine osvetljenja. Najopštiji oblik jednačine imamo u diferencijalnoj jednačini za osvetljenost:

$$E = d\Phi / dS \quad (\text{XIX}, 3a).$$

Naime, osvetljenost je jednaka diferencijalnom količniku fluksa i osvetljene površine. Sve što je napred dato za osvetljenost, važi pod uslovom da zraci padaju normalno na površinu, tj. kada je upadni ugao jednak nuli. Osvetljenost je slabija kada isti fluks pada koso na površinu, tj. kada upadni ugao nije jednak nuli. O tome u članu 19.4.



19.3. Jedinice za fotometrijske veličine

Fotometrijske veličine jesu poseban slučaj u optici, koje imaju i posebne jedinice, iako se mogu meriti i sa jedinicama energije i snage. Tako, na primer, svetlosna energija može se dati u džulima kao i svaki drugi oblik ener-

gije. Svetlosni fluks, kako je napred već navedeno, nije ništa drugo nego snaga. Međutim, problem je u vizuelnom osećaju koji svetlost različito izaziva, kada u oko padaju svetlosni zraci raznih talasnih dužina. To je razlog što je pre 30 godina odlučeno da se za vizuelnu fotometriju uvedu posebne jedinice. Zato je i uvedena kao osnovna veličina (šesta po redu) u Međunarodni sistem i njena jedinica, kandela, kao osnovna jedinica istog, Međunarodnog sistema.

Jedinica za svetlosnu jačinu zove se kandela, (1 cd), čija definicija glasi:

kandela je svetlosna jačina koju u normalnom pravcu zrači površina od 1/600.000 kvadratnog metra crnog tela, na temperaturi očvršćavanja platine, pod normalnim atmosferskim pritiskom od 101.325Pa.

Za jake svetlosne izvore mogu se koristiti i multipli kandle, kao što su kilokandela ili megakandela. Isto tako, umesto jednog šestohiljaditog dela kvadratnog metra, može se uzeti šesdeseti deo kvadratnog centimetra, jer je to ista površina.

Jedinica za svetlosni fluks je izvedena jedinica, zato što je svetlosni fluks izvedena veličina. Zove se lumen (1 lm), čija definicija glasi

Lumen je svetlosni fluks koji u jediničnom prostornom uglu (1 sr) emituje tačkasti svetlosni izvor jačine od jedne kande, podjednako u svim pravcima.

Jedinica za osvetljenost jeste luks (1 lx), koja se definiše na sledeći način:

luks je osvetljenost površine jednog kvadratnog metra na koju pada ravnomerno raspoređen fluks od jednog lumena:

$$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm/m}^2.$$

U vezi treće jedinice, luksa, koja daje jediničnu osvetljenost površine, korisno je dati neke podatke o osvetljenosti u svakodnevnoj praksi. Tu se pre svega misli na osvetljenost Zemlje sunčevim zracima. U letnje podne, kada je nebo čisto, a sunčevi zraci padaju normalno na tle, osvetljenost je vrlo velika i iznosi oko 100.000 luksa. To je, ustvari, maksimalna osvetljenost sunčevim zracima, jer je dovoljno imati oblačno nebo, pa da osvetljenost sunčevim zracima padne na samo 1000 lx, što znači samo jedan posto od one maksimalne vrednosti. To je dokaz, koliko su oblaci (vodena para) jak apsorber sunčevog zračenja. Za čitanje potrebna je osvetljenost knjige najmanje sa 50 lx, dok je za crtanje neophodno oko 200 lx. S druge strane, noću pri mesečini, kada se može lako hodati, osvetljenost je jedva peti deo jednog luksa (0,2 lx). Kada analiziramo ove podatke za maksimalnu i minimalnu osvetljenost koju registrujemo našim okom, uočava se izuzetno širok interval osvetljenosti našeg oka. Nema takvog

instrumenta koji može da meri u tako širokom intervalu brojne vrednosti jedne veličine. Tako nešto kod oka je moguće zahvaljujući činjenici da oko ima moć akomodacije.

90⁹¹ 19.4. Fotometrijski zakoni

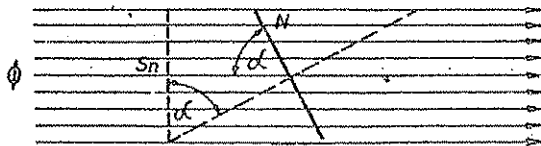
U fotometriji imamo dva dobro poznata zakona. To su zakon rastojanja i zakon-kosine (Lambertov zakon). Obe se odnose na osvetljenost površine na koju padaju odgovarajući svetlosni zraci.

Zakon rastojanja govori o opadanju osvetljenosti jedne površine sa rastojanjem. Jednačina se može lako izvesti, ako se uzme tačkasti izotropni svetlosni izvor, koji podjednako emituje svetlosne zrake na sve strane. U tom slučaju svetlosni zraci moraju da prodju kroz sferu u čijem se centru nalazi tačkasti izvor. Onda je prostorni ugao puni ugao i iznosi 4π . U jednačini XIX.3 može se, onda, fluks zameniti relacijom $\Phi = 4\pi I$, a osvetljena površina sa $4r^2$, pa ćemo imati da je

$$E = \frac{I}{r^2} \quad (\text{XIX}, 4).$$

To je zakon rastojanja odakle se vidi da osvetljenost jedne površine opada sa kvadratom rastojanja te površine od svetlosnog izvora. To znači, primera radi, da će na tri puta većem rastojanju osvetljenost površine biti devet puta manja. Sve što je u vezi sa ovim zakonom rečeno, važi pod uslovom da zraci padaju normalno na osvetljenu površinu.

Zakon kosine odnosi se na upadni ugao, pod kojim svetlosni zraci padaju na osvetljenu površinu. Na sl. 148, to se očigledno vidi. Paralelni zraci padaju na površinu normalno postavljenu pri čemu je najjače osvetljaja. Isti svetlosni



Sl. 148

fluks može da osvetli veću površinu (S na slici). Pošto na te dve površine pada isti svetlosni fluks, odnos površina S_n i S , istovremeno je i odnos osvetljenosti jedne, odnosno druge površine. Naime, deobom jednačina $E_n = \Phi/S_n$ i $E = \Phi/S$, dobijamo

odnosno

$$\begin{aligned} E/E_n &= \frac{S_n}{S} \\ E &= E_n \frac{S_n}{S} \end{aligned}$$

(XIX, 5).

S druge strane, iz slike se može videti da je količnik S_n/S u stvari kosinus ugla pod kojim zraci padaju, pa možemo konačno napisati Lambertov zakon, odnosno zakon kosine u sledećem obliku:

$$E = E_n \cdot \cos \alpha \quad (\text{XIX}, 6).$$

Otuda u zaključku možemo reći da osvetljenost površine zavisi od kosinusa upadnog ugla. Jednačina, isto tako, pokazuje da je maksimalna osvetljenost kada zraci padaju normalno na osvetljenu površinu ($\cos 0^\circ = 1$). S druge strane, nema osvetljavanja površine ako zraci padaju pod pravim uglom, kada zraci "klize" pored površine.

Gornja relacija, s obzirom da je $E_n = I/r^2$ (jednačina XIX,4), može se napisati i u drugom obliku:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha \quad (\text{XIX}, 7),$$

koja obuhvata oba fotometrijska zakona - zakon rastojanja i zakon kosine.

19.5. Fotometri

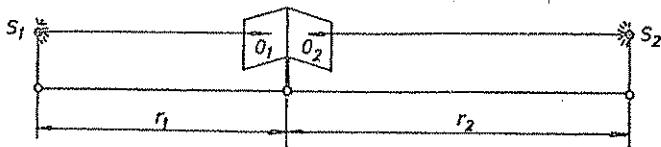
Fotometri su uređaji sa kojima se mogu meriti fotometrijske veličine kao što su svetlosna jačina, svetlosni fluks, osvetljenost površine i druge.

Fotometri se dele u dve grupe.

U prvu grupu spadaju tzv. vizuelni ili subjektivni fotometri, kod kojih čovečije oko ima zadatak da konstatuje da su dve površine podjednako osvetljene. Odmah da podvučemo da je oko vrlo osetljivo kada treba proceniti da li je osvetljenje dve površine isto ili nije, ali je nesigurno da oceni koliko je puta jedna površina bolje osvetljena od druge.

Vizuelnih fotometara ima više vrsta, koji su zasnovani na istom principu. Zato je dovoljno proučiti princip rada jednog od njih - Bunzenovog fotometra sa masnom mrljom.

Bunzenov fotometar, koji je šematski prikazan na sl. 149, sastoji se od optičke klupe na kojoj se nalaze dva svetlosna izvora i zaklon sa masnom mrljom od stearina. Pored



Sl. 149

toga, imamo dva ogledala (O_1 i O_2), koja služe za istovremeno posmatranje masne mrlje s jedne i druge strane zaklona. Uloga masne mrlje je od osnovnog značaja za merenja jačine

nepoznatog svetlosnog izvora. Objasnimo to odmah, koristeći navedenu šemu. Uzmimo prvo da svetli jedino izvor S_2 sa jačinom I_2 , koji osvetljava list hartije sa masnom mrljom. U ogledalu O_1 masna mrlja izgleda tada svetla, a ostala površina lista tamna. Biće obrnut slučaj kada gledamo u drugo ogledalo (O_2), gde je površina lista svetla a mrlja - tamna. To dolazi otuda što zraci skoro potpuno prolaze kroz masnu mrlju pa je ona svetla u ogledalu O_1 a tamna u drugom ogledalu. Nasuprot tome, list hartije reflektuje skoro potpuno svetlosne zrake, pa je isti svetao u ogledalu O_2 a taman u prvom ogledalu. Tako imamo svetlu mrlju na tamnom fonu lista i tamnu mrlju na svetlom listu hartije. Ako sada upalimo i izvor S_1 , imaćemo svetlosne zrake i s jedne i druge strane lista. Pomeranjem masne mrlje po optičkoj klupi, može se naći takav položaj kada će osvetljenost sa obe strane lista (mrlje) biti jednaka, tj. kada će biti zadovoljen uslov:

$$E_1 = E_2.$$

Tada mrlja iščezava, jer je podjednako osvetljena kao i list hartije (ostala površina zaklona), što drugim rečima znači da je kroz mrlju prošao isti broj zrakova i od jednog i drugog svetlosnog izvora.

Gornja relacija koja je uslov jednakosci osvetljenosti, može se napisati i drukčije, ako se iskoristi jednačina 15.5, sa svetlosnim jačinama izvora I_1 i I_2 , i rastojanjima mrlje od izvora r_1 i r_2 :

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}, \text{ odnosno: } I_1 = I_2 \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (\text{XIX}, 8).$$

Ova jednačina omogućuje da se, merenjem rastojanja i poznavanjem svetlosne jačine jednog izvora, može izračunati svetlosna jačina drugog izvora, koja je bila nepoznata.

To je suština metoda merenja svetlosne jačine pomoću Bunzenovog fotometra, kome se ne može pripisati neka velika preciznost pri merenju. Koliko će to merenja biti tačno zavisi od toga da li oba svetlosna izvora imaju istu boju, odnosno da li imaju istu spektralnu raspodelu emitovane svetlosti. Kod izvora sa različitim spektralnom raspodelom, merenja nisu precizna pa se i ne praktikuju. Za takvu, heterohromatsku fotometriju, važe posebni zakoni, odnosno za takve slučajeve koriste se objektivni fotometri.

Drugu grupu fotometara čine objektivni fotometri, koji su znatno precizniji od vizuelnih, zbog čega se danas sve više upotrebljavaju. Oni uglavnom koriste činjenicu da je fotostruja (kod fotoelektričnog efekta) srazmerna svetlosnom fluxu koji apsorbuje fotočelija, odnosno fotoelement.

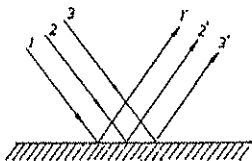
XX. glava: GEOMETRIJSKA OPTIKA

98

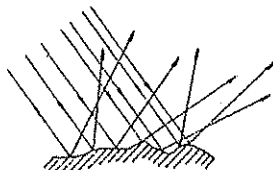
20.1. Ogledalaska i difuzna refleksija

Refleksija ili odbijanje svetlosti javlja se na graničnoj površini koja deli dve različite sredine. Za refleksiju svetlosti važe isti zakoni koje smo naveli za mehaničke talase (član 17.8). Kada je reč o svetlosnim zracima, refleksija može da bude ogledalska i difuzna, zavisno od reflektujuće površine.

Ogledalsku ("pravilnu") refleksiju imamo na ravnim i glatkim površinama (ogledalima). Takav slučaj refleksije dat je na sl. 150, gde snop paralelnih upadnih zrakova, posle



Sl. 150



Sl. 151

odbijanja ostaje paralelan. U praksi, međjutim, često imamo takozvanu difuznu refleksiju (sl. 151), kada zraci padaju na hrapavu površinu kakvu imamo kod zidova i predmeta uopšte,

koji nas okružuju. Na takvim hrapavim površinama postoje niz neravnina sa elementarnim površinama koje su se orijentisale u svim mogućim pravcima u prostoru. Za svetlosne zrake svaka elementarna površina predstavlja "ravan" sa koje može da reflektuje. Posle odbijanja, obzirom da padaju paralelni zraci imamo reflektovane zrake u svim pravcima što čini sustinu difuzne refleksije. To upravo omogućuje da vidimo tela oko nas i u zatvorenim prostorijama, koje nisu direktno osvetljene Sunčevim zracima ili pak zracima drugih svetlosnih izvora. Otuda i značaj difuzne refleksije.

Što se tiče odnosa lika i predmeta kod ravnih ogledala treba reći samo to da su predmet i lik postavljeni simetrično u odnosu na ogledalo, što je poznato iz iskustva.

94
(92)

20.2. Zakoni prelamanja svetlosti

Pri kosom upadu monohromatskih svetlosnih zraka na graničnu površinu koja razdvaja dve providne sredine, dolazi do prelamanja po zakonima koji važe i za mehaničke talase. Ti zakoni glase:

1. upadni i prelomni zrak sa normalom leže u istoj ravni, i
2. odnos brzina prostiranja svetlosti u jednoj i drugoj sredini jednak je količniku sinusa upadnog i prelomnog ugla, tj.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n_{21}$$

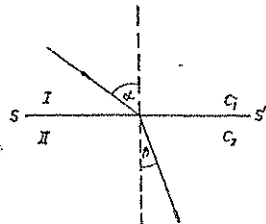
(XX, 1).

Ako je $c_1 > c_2$, onda se zrak lomi ka normali pri prelazu u drugu sredinu, pa je ugao alfa veći od ugla beta, kako je na sl. 157 i dato.

Konstanta n_{21} , kao što smo videli kod mehaničkih talasa, predstavlja relativni indeks prelamanja druge sredine u odnosu na prvu. Pored ovog, relativnog, postoji i apsolutni indeks prelamanja koji imamo kada je jedna od dve sredine vakuum:

$$n_1 = \frac{c_0}{c_1}$$

(XX, 2),



Sl. 152

gde je c_0 - brzina svetlosti u vakuumu, koja je veća nego u ma kome telu (sredini). Uobičajeno je da se indeks prelamanja svetlosti u vakuumu uzme za jedinicu. Blisku toj vrednosti ima indeks prelamanja vazduha u odnosu na vakuum ($n = 1,000293$) pa se može uzeti da je n za vazduh ravan jedinici. Pošto je brzina svetlosti u vakuumu najveća, to iz prethodnog obrasca izlazi da je indeks prelamanja najmanji tj. ravan jedinici. Otuda i drugi zaključak, da je indeks prelamanja na kog tala u odno-

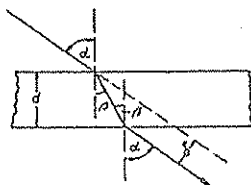
su na vakuum, veći od jedinice. Sledeća tabela upravo daje brojne vrednosti za n , u odnosu na vakuum, za žutu natrijumovu liniju.

TABELA

Dijamant	2,42
Islandski krečnjak	1,658
Ugljen disulfid	1,63
Kuhinjska so - kvarc	1,54
Fluorit	1,43
Kron-staklo	1,51
Prozorsko staklo	1,52
Lako flint-staklo	1,57
Voda	1,332
Led	1,31
Alkohol	1,36

Za indeks prelamanja usko je vezan pojam optičke gustine tela (sredine). Za sredinu koja ima veći apsolutni indeks (tj. manju brzinu svetlosti), kažemo da je optički gušća. Navodimo odmah da optičku gustinu treba razlikovati od mehaničke. Naime, može da se desi da tela sa manjom mehaničkom gustinom budu optički gušća i obrnuto. Takav primer imamo kod vode i alkohola. Alkohol sa gustinom od $0,79 \text{ kg/dm}^3$ ima indeks 1,361, dok voda čija je gustina jedinična ima manji indeks prelamanja (1,332).

Najzad, uz zakone prelamanja proučimo kao primer dvostruko prelamanje svetlosti kroz planparalelnu ploču (sl.



sl.153

153); s obzirom na to da su mnogi mineraloški i drugi preparati isečeni u tom obliku. Pri upadu svetlosnih zraka pod ostrim uglom na ploču, doći će do prelamanja ka normalu. Pri izlasku iz ploče imamo obrnuto, zrak "beži" od normale jer prelazi iz optički gušće u optički redju sredinu. Pošto zraci izlaze iz ploče u istu sredinu (vazduh) to je prelomljeni zrak paralelan produženom pravcu upadnog zraka. Skretanje prelomljenog zraka zavisi od

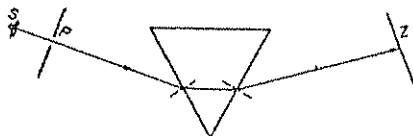
upadnog ugla, debljine ploče i njenog indeksa prelamanja. Kad je ploča male debljine, pomeranje zraka je tako malo da se može zanemariti kao što je slučaj kod tankih sočiva kada zraci prolaze kroz optički centar.

96 20.3. Disperzija svetlosti i osetljivost oka na boje

Pojavu disperzije bele (Sunčeve) svetlosti otkrio je Njutn još 1672. godine, koja je rezultat činjenice da je

indeks prelamanja različit za različite talasne dužine, pri prelamanju svetlosnih zrakova. Da bi se to proučilo, potrebno je prvo videti kako se prelamaju monohromatski svetlosni zraci pri prolazu kroz prizmu.

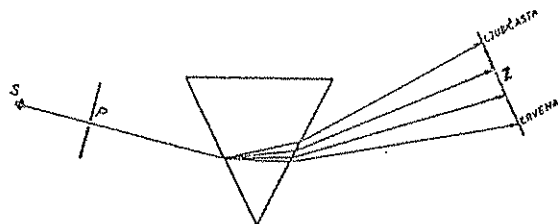
Staklena trostrana prizma, koja je providna za svetlost, prelama monohromatske svetlosne zrake kao što je pokazano na sl. 154. Zraci se prelamaju ka normali pri ulazu jer je staklo optički gušće od vazduha. Pri izlasku zraci "beže" od normale tako da se uvek prelamaju ka osnovi prizme. Na zaklonu



Sl. 154

Z (zidu) dobija se lik pukotine P kroz koju zraci prethodno prolaze.

Drukčije stvar stoji kad na prizmu padaju zraci bele ili polihromatske svetlosti, kakvi su sunčevi ili zraci bilo koje sijalice. Tada će doći ne samo do prelamanja, nego i do pojave disperzije ili razlaganja svetlosti (sl. 155). Na zaklonu iza prizme dobija se svetla raznobojna traka koja predstavlja spektar boja. Na spektru se, pre svega, može zapažiti



Sl. 155

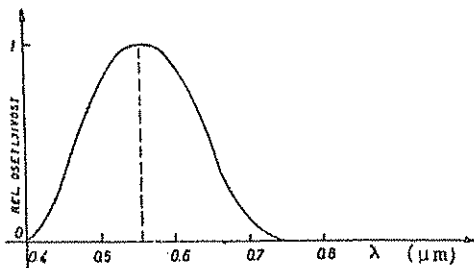
da najviše skreću zraci ljubičaste a najmanje - zraci crvene boje. To, dalje, znači da u jednoj i istoj prizmi, u odnosu na vazduh, zraci ljubičaste boje imaju veći indeks prelamanja (jer imaju manji prelomni ugao) nego crvena svetlost.

Njtn je dobio prvo spektar sunčeve svetlosti u kome su se prelivale boje počevši sa crvenom do ljubičaste. Naime, u spektru se posmatra čitav niz boja koje nisu oštro odvojene jedna od druge. Zato je Njtn izdvojio sedam takozvanih osnovnih ili spektralnih boja i to: crvena, oranž (narandžasta), žuta, zelena, svetlo plava, zatvoreno-plava (indigo) i ljubičasta. Njihove srednje talasne dužine, tj. talasne dužine njihovih centralnih delova date su u tabeli koja sledi (u mikrometrima):

Infra-crveno zračenje	Crvena	Oranž	žuta	Zelesna	Svetlo-plava	Zatv.-plava	Ljubič.	Ultra-ljub. zraci
0,76 μ m	0,65	0,60	0,58	0,52	0,49	0,47	0,44	0,4 μ m

Ispred crvene boje, kao granične boje vidljivosti spektra, dolazi infracrveno zračenje poznato po svom termičkom dejstvu o kome je bilo reči kod elektromagnetnih talasa. Talasne dužine infracrvenih zrakova veće su od onih kod vidljivog zračenja. S druge strane vidljivog spektra, iza ljubičastih, imamo ultraljubičaste zrake koji su poznati po svom fotohemijском, fiziološkom i drugim dejstvima, čije su talasne dužine ispod 0,4 μ m. I ultraljubičasti i infracrveni zraci jesu nevidljivi jer ih ne možemo registrovati golim okom. Dakle, oko je neosetljivo za njih i zato registruje, odnosno "vidi" sve svetlosne zrake čije se talasne dužine kreću od 0,4 do 0,76 μ m (sve zrake od crvene do ljubičaste boje).

Osetljivost oka, međjutim, nije podjednaka ni u vidljivom delu spektra. Mnogobrojna ispitivanja kod velikog broja ljudi pokazala su da je oko najosetljivije za zrake žuto-zelene boje čije su talasne dužine oko 0,55 μ m. Prema kraćim s jedne, i dužim talasima s druge strane, osetljivost oka opada. To opadanje osetljivosti dato je krivom na sl. 156,



Sl. 156

koja se zove kriva osetljivosti.

Za apscisu su uzete talasne dužine a za ordinatu - relativna osetljivost sa podeocima od 0 - 1. Osetljivost oka je najmanja za crvenu i ljubičastu boju, pa otuda te boje nazivamo graničnim bojama vidljivog spektra.

20.4. Totalna refleksija

Za odbijanje i prelamanje svetlosti važi zakon reciprociteta, koji kaže: Ako je put koji predje svetlosni

zrak pod datim uslovima poznat, onda će i neki drugi svetlosni zrak, koji je jedan deo istog puta prešao u suprotnom smeru, preći svakako i ostatak puta kao i prvi zrak (samo u suprotnom smeru). Ovaj zakon je od osnovnog značaja u optici. Koristeći to, proučimo poseban slučaj prelamanja, kada zraci prelaze iz optičke gušće (I) u optički redju sredinu (II), gde je $c_1 > c_2$, sl. 157.

Svetlosni zrak pri prelazu iz optički gušće u optički redju sredinu kao što je već rečeno, prelama se od normale, pri čemu je $\alpha < \beta$.

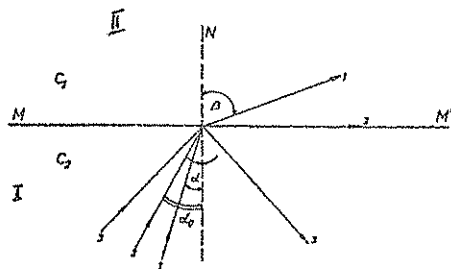
Zakon prelamanja imaće tada oblik:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n_{21}.$$

Povećanjem upadnog ugla raste i prelomni svč dok ne dobije maksimalnu vrednost od 90° tj. kada prelomljeni zrak klizi po graničnoj površini (zrak 2). Na slici je to slučaj sa zrakom 2 čiji se upadni ugao α zove granični ugao ili ugao totalne refleksije. Gornja relacija imaće tada oblik

$$\sin \alpha_g = \frac{1}{n_{21}} \quad (\text{XX}, 3)$$

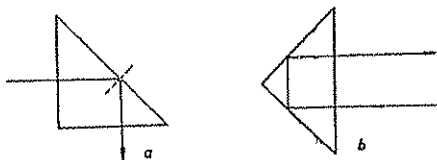
tj. sinus graničnog ugla ravan je recipročnoj vrednosti indeksa prelamanja optički gušće u odnosu na optički redju sredinu.



Sl. 157

Ako i dalje povećavamo upadni ugao, tj. da je $\alpha > \alpha_g$, trebalo bi i sinus prelomnog ugla da bude veći od jedinice ($\sin \beta > 1$). Medjutim, maksimalna vrednost sinusa je 1, što znači da u takvim slučajevima ne važi zakon o prelamanju (zrak 3). Zato ostaje samo refleksija sa granične površine. Ogleđom se to upravo i potvrđuje: svi zraci sa upadnim uglom većim od graničnog, reflektuju se od granične površine u istu sredinu. Refleksija je stoprocentna, pa otud i naziv totalna refleksija. Zove se još i totalna unutrašnja refleksija, jer se zraci vraćaju u optički gušću sredinu (u unutrašnjost date sredine).

Primena totalne refleksije je mnogostruka. Prvo, na osnovu relacije (XX,3) može se odrediti indeks prelamanja date sredine merenjem graničnog ugla. Zatim se prizmom ravnočrta-kog pravouglaog preseka može promeniti pravac svetlosnih zrakova za 90° i 180° , zahvaljujući pojavi totalne refleksije. Na sl 158, pokazana su ta dva najčešće iskorišćavana slučaja.



Sl. 158

Granični ugao za staklo, čiji je indeks (u odnosu na vazduh) $n = 1,51$, iznosi okruglo 42° . Ako zrak na stranu prizme pada pod uglom od 45° , totalno se reflektuje. U drugom slučaju (sl. b) totalna refleksija je dvostruka i zrak se vraća u istom pravcu (promenjan je smer-ugao od 180°). Takve prizme koriste se između ostalog i kod durbina s prizmama.

Računski primer: Koliki je granični ugao totalne refleksije na graničnoj površini dijamant-vazduh, ako je indeks prelamanja dijamanta u odnosu na vazduh $n = 2,4$?

Na osnovu obrasca XX,3, imaćemo da je

$$\sin \alpha_g = \frac{1}{n} = \frac{1}{2,4} = 0,417, \text{ odakle je sam ugao } \alpha_g = 24^\circ 40'.$$

97

20.5. Tanki sabirna sočiva

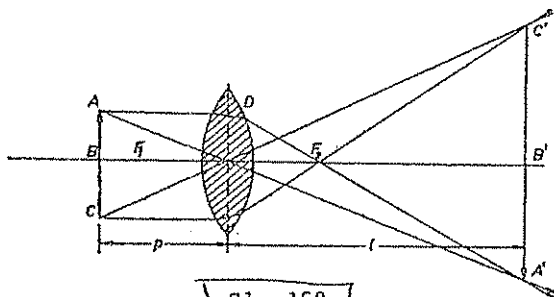
Sočiva za optičke instrumente imaju isti značaj koji imaju bakarne žice za električno kolo. Drugim rečima, nema optičkih instrumenata bez sočiva. Kako se u tehnici koriste razni optički instrumenti, neophodno je detaljnije govoriti o sočivima i likovima koje ona daju.

Sferna sočiva su najčešće u upotrebi, koja su napravljena od stakla (ili kvaraca), kada se "sastave" dve koaksijalne površine (kalote). Zato ćemo proučiti samo sferna sočiva i to prvo sabirna, pa onda rasipna.

Likovi predmeta kod tankih sabirnih sočiva formiraju se tako što se uzmu likovi svake tačke predmeta. Za formiranje lika jedne tačke predmeta neophodno je imati najmanje dva zraka. Na sl. 159 dato je tanko sabirno sočivo ispred koga se, na rastojanju p , nalazi predmet AC u obliku strelice. Lik tačke A može se konstruisati pomoću dva zraka: jedan je paralelan glavnoj optičkoj osi a drugi prolazi kroz temu sočiva i praktično ne skreće (tanki planparalelna ploča). U preseku ta

dva zraka imamo tačku A_1 kao lik tačke A . Na sličan način dobija se lik tačke C kao krajnje tačke predmeta, B kao i svih drugih tačaka predmeta. Tako se dobija lik $A_1 C_1$, koji je stvaran i izvrnut, i nalazi se na rastojanju l od sočiva. Navedimo uzgred da lik i predmet mogu menjati mesta na osnovu zakona o reciprocitetu u optici.

Veličina lika $A_1 B_1$ (uzećemo polovinu lika radi lakšeg izvodjenja jednačine) zavisi kako od žižne daljine sočiva (osnovne karakteristične veličine), tako i od rastojanja lika i predmeta od sočiva. Zbog toga proučimo odnos te tri veličine: p, l, f . Uzmimo isto tako da je $AB = p$ (veličina predmeta) i da je $A_1 B_1$ jednako L .



Sl. 159

Sa sl. 159 vidimo da su trouglovi sa katetama $AB(p)$ i p i katetama $A_1 B_1 (L)$ i l , međusobno slični. Iz te sličnosti sleduje da je

$$\frac{L}{p} = \frac{l}{p}$$

(XX,4)

S druge strane, slični su trouglovi sa katetama $OD (p)$ i f , i L i $l-f$, pa imamo

$$\frac{L}{p} = \frac{l-f}{f}$$

Izjednačimo li desne strane gornjih jednačina (jer su leve iste), dobićemo:

$$\frac{1}{p} = \frac{l-f}{f}$$

Što se posle podele sa l daje u obliku recipročnih vrednosti:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$$

(XX,5).

Iz obrasca vidimo da je zbir recipročnih vrednosti rastojanja lika i predmeta ravan recipročnoj vrednosti žižne daljine. Kako je žižna daljina za dato sočivo konstantna veličina, to izlazi da je zbir recipročnih vrednosti p i l takodje kon-

stantan. I dalje to znači da sa povećavanjem rastojanja lika mora da se smanjuje rastojanje predmeta od sočiva. To ide sve dok predmet ne dodje u žižu sočiva, kada lik "ode" u beskonačnost.

Računski primer: Na fotografskom snimku visina neke zgrade je 3 cm. Kolika je prava visina te zgrade ako je žižna daljina objektiva kao sabirnog sočiva $f=20\text{cm}$, a rastojanje fotoaparata od zgrade pri snimanju $p=60\text{m}$?

Na osnovu relacija XX,4 u XX,5 imaćemo da je visina zgrade (predmet P):

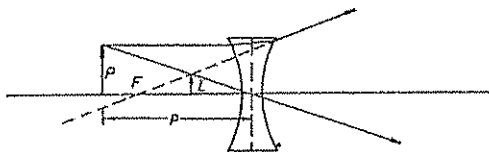
$$P = L \frac{P}{f} = L \left(\frac{p}{f} - 1 \right) = 0,03 \left(\frac{60}{0,2} - 1 \right) \text{m} = 8,97 \text{ m}.$$

Odatle izlazi da je visina zgrade praktično jednaka 9 metara.

20

96 20.6. Tanka rasipna sočiva

Likovi kod rasipnih sočiva uvek su uspravni, virtualni i manji od predmeta. Pored toga, takvi likovi se nalaze na istoj strani sočiva gde je i predmet što se vidi sa sl. 160. I ovde, kao kod sabirnih sočiva, primenjuju se ista pravila za dobijanje lika. Zato ćemo uzeti likove krajnjih



Sl. 160

tačaka predmeta P koji se nalazi na rastojanju p od sočiva. Jedan zrak sa vrha strelice pada na sočivo paralelno glavnoj optičkoj osi a drugi prolazi kroz teme sočiva praktično bez skretanja. Prvi zrak prelama se tako da produženi pravac seče osu u tački F. I svi drugi paralelni zraci koji polaze sa predmeta prelamaju se kroz sočivo tako kao da dolaze iz tačke F koja, otuda, predstavlja virtualnu žižu. Pošto to nisu stvarni zraci, već njihovi produženi pravci, rasipna (konkavna) sočiva imaju virtualnu žižnu daljinu. Pored žižne daljine, sa znakom minus uzima se i daljina lika jer je lik na istoj strani sočiva. Zato, jednačina za rasipna sočiva ima oblik:

$$-\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l},$$

a odatle:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l} - \frac{1}{p} \quad (\text{XX},6),$$

odakle izlazi da je recipročna vrednost žižne daljine ravna

razlici recipročnih vrednosti daljine lika i predmeta.

99 20.7. Uvećanje sočiva i optička jačina

Pod uvećanjem sočiva podrazumeva se odnos linearnih dimenzija lika i predmeta:

$$u = \frac{A'B'}{AB} = \frac{L}{P} \quad (XX,7a),$$

gde je L - dužina (linearna dimenzija) lika, a P , dužina predmeta. Takvo uvećanje zove se, razumljivo, linearno uvećanje. Linearno uvećanje kod tankih sočiva daje se i kao odnos rastojanja lika i predmeta od sočiva:

$$u = \frac{1}{p}. \quad (XX,7b).$$

To očigledno izlazi iz sličnosti trouglova: $L:P = l:p$ (sl. 159). Zamenimo li $1/p$ iz jednačine za sabirna sočiva, dobićemo uvećanje:

$$u = \frac{1}{p} = \frac{1}{f} - 1 \quad (XX,8),$$

odakle izlazi da je uvećanje jednog sočiva promenljiva veličina, jer zavisi od rastojanja lika. Što je to rastojanje (1) veće, to će i odnos lika i predmeta biti veći. S druge strane, uvećanje sočiva zavisi i od žižne daljine samog sočiva. Sočiva sa manjim žižnim daljinama pod istim drugim uslovima, daju bolja uvećanja i obrnuto. To se može i drukčije reći: manje žižne daljine imaju veću recipročnu vrednost ($\frac{1}{f}$). Stoga se za drugu važnu optičku karakteristiku sočiva uzima recipročna vrednost žižne daljine izražene u metrima, koja je nazvana optička jačina sočiva:

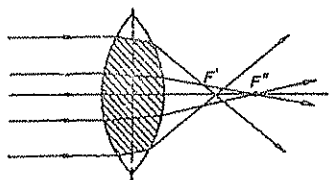
$$O_s = \pm \frac{1}{f(m)}. \quad (XX,9)$$

Optička jačina za sabirna sočiva jeste pozitivna veličina jer je i žižna daljina pozitivna. Za rasipna, pak, O_s ima negativnu vrednost zbog znaka minus ispred žižne daljine. Jedinica optičke jačine sočiva zove se dioptriya. To je ona optička jačina koju ima sočivo sa žižnom daljinom od jednog metra ($f = 1m$). Sočivo, čija je žižna daljina $f = 20$ cm, ima optičku jačinu od 5 dioptriya.

100 99 20.8. Nedostaci debelih sočiva. Sistemi tankih sočiva

Jedno sočivo je optički jače ukoliko ima manju žižnu daljinu. Otuda je potrebno radi većih uvećanja u optičke instrumente ugrađivati "jača" sočiva. S druge strane, takva sočiva su sa velikim krivinama pa su otuda debela

(sl. 161). Likovi kod debelih sočiva nisu oštri niti "liče" na predmet. Zato kažemo da se kod debelih sočiva javljaju



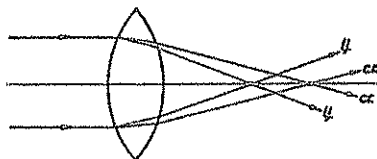
Sl. 161

izvesne mane ili aberacije, kojih ima više. Na ovom mestu navešćemo tri. To su sferna i hromatična aberacija i distorzija lika.

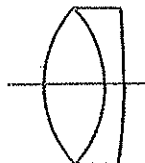
Sfernu aberaciju ima svako debelo sočivo kada paralelni svetlosni zraci padaju na celo sočivo, tj. i na njegovu periferiju. Preglednostiradi uzećemo samo po dva zraka sa obe strane glavne optičke ose, kako je to već dato na sl. 161.

Periferijski zrak pada pod većim uglom na sočivo (tangentnu ravan) pa se jače prelama nego zrak bliži optičkoj osi. Otuda pojava da se zraci, posle prelamanja, ne seku u istoj tački (žiži). Zato je lik razvučen i nije oštar. Ovakav nedostatak poznat kao sferna aberacija može da se otkloni pomoću dijafragme u obliku kružnog otvora, koja sprečava periferne zrake da padnu na sočivo. Međutim, to ima i svoj nedostatak jer se smanjuje svetlosni fluks koji pada na sočivo a otuda i intenzivnost slike.

Hromatična aberacija nastaje kod debelih sočiva kada na ista pada bela, sunčeva svetlost. Kako se sočivo može da shvati kao zbir zarubljenih prizmi sa osnovama prema glavnoj optičkoj osi, to pri prolazu bele svetlosti dolazi i do disperzije (sl. 162). Umesto jedne, imamo više i to obojenih



Sl. 162



Sl. 163

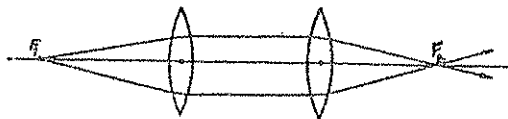
žija, počevši od ljubičaste koja je najbliža sočivu. Lik je tada obojen po ivici, i nije pogodan. Zato je neophodno otkloniti takvu aberaciju kako bi sočivo moglo da se ugradi u optički instrument. To se čini dodavanjem jednog rasipnog sočiva koje, samo za sebe, vrši disperziju samo suprotno usmerenu. Kada se uzmu oba - sabirno i rasipno (sl. 163) - nestaje boja, pa takva kombinacija dva sočiva čini takozvano ahromatsko sočivo.

Treći nedostatak debelih sočiva jeste distorzija ili krivljenje lika. Tako na primer, lik prave strelice dobija se u obliku iskrivljene strelice. Postoje i drugi nedostaci o kojima ovde neće biti govora. Bitno je da se svi ti nedostaci moraju otkloniti ako hoćemo da optički instrumenti daju liko-

ve koji će "ličiti" na predmet.

Navedeni nedostaci mogu da se izbegnu ako se umesto debelog uzmu tanka sočiva kod kojih se takve pojave ne manifestuju. S druge strane, tanka sočiva su optički "slabija". Zato se uzima više sočiva što čini sistem tankih sočiva čime se smanjuje žižna daljina a povećava optička jačina.

Proučimo ovde najprostiji slučaj kada sistem grade dva tanka sabirna sočiva (sl. 164). Podesimo još i to da tačkasti svetlosni izvor bude u žiži levog sočiva. Zraci će posle prelamanja kroz prvo sočivo biti paralelni i kao takvi pašće na drugo sočivo, posle čega se seku u žiži drugog sočiva.



Sl. 164

Dakle, ova dva sočiva deluju kao jedno kod koga je daljina predmeta jednaka žižnoj daljini prvog ($p = f_1$) a daljina lika ravna žižnoj daljini drugog sočiva ($l = f_2$). S obzirom na to da znamo jednačinu sočiva, može se i za ovu kombinaciju napisati da je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2},$$

gde je f - žižna daljina datog sistema. Dakle, recipročna vrednost žižne daljine sistema ravna je zbiru recipročnih vrednosti žižnih daljina datih sočiva. Odmah se vidi da je f manje od f_1 i f_2 - (paralelno vezivanje otpora u kolu). Tako na primer, dva tanka sočiva sa žižnim daljinama od po 60 cm, dade sistem čije je $f = 30$ cm što znači da je sistem optički jači od svakog sočiva pojedinačno. Ako bi se uzelo n sočiva, onda bismo imali opšti obrazac u sledećem obliku:

$$\frac{1}{f} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{f_i}$$

(XX, 10).

Što je broj sočiva veći, to je sistem optički jači a lik veći. Zato se objektiv i okulari prave od većeg broja sabirnih i rasipnih sočiva koje ugradjujemo u optičke instrumente kao što su fotografski aparati, mikroskopi, durbini drugi.

Računski primer: Tanko sabirno sočivo sa žižnom daljinom $f_1 = 15$ cm, gradi sistem sočiva sa još jednim sočivom čija je optička jačina $O_s = 5$ D. Izračunati:

- žižnu daljinu sistema sočiva, i
- optičku jačinu.

Žižna daljina drugog sočiva iznosi $f_2 = \frac{1}{5} = 20$ cm.

Žižna daljina sistema je

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2} = \frac{15 \cdot 20 \text{ cm}}{35 \text{ cm}} = 8,6 \text{ cm.}$$

Optička jačina sistema sočiva iznisi:

$$O_s = \frac{1}{f(\text{m})} = \frac{1}{0,086} \text{ m}^{-1} = 11,6 \text{ D.}$$

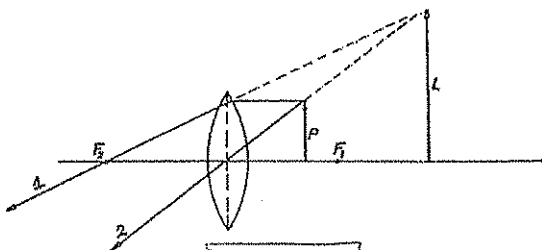
101

99 20.9. Lupa

Poseban slučaj kod sabirnih sočiva imamo kada se predmet stavi između žiže i samog sočiva. Lik je tada uvećan, uspravan i virtuelan.

Takvo sočivo zove se lupa i predstavlja najprostiji optički instrument, pomoću kojeg se mogu dobiti likovi i do 10 puta veći od svojih predmeta. Uvećanja idu i do 20 puta, ako se umesto jednog uzme kombinacija od dva tanka sabirna sočiva.

Put zraka kod lupe dat je na sl. 165.



Sl. 165

Pošto su zraci 1 i 2 posle prelamanja u sočivu divergentni, lik vrha strelica formira se u preseku njihovih produženih pravaca. Drugi kraj lika mora da se nađe na glavnoj optičkoj osi što se iz slike očigledno vidi. Isto tako je očigledno da je lik virtuelan, lažan, jer ga ne možemo uhvatiti na zaklonu, pošto su to produženi pravci a ne stvarni zraci.

Jednačina za lupu ista je kao i za sabirno sočivo uopšte, s tom razlikom što se ovde rastojanje lika od sočiva uzima negativno (jer je lik na istoj strani sočiva), pa imamo da je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$$

(XX, 11).

Uvećanje lupe, isto tako, dato je odnosom koji važi za sabirna sočiva uopšte, tj.

$$u = \frac{L}{p} = \frac{l}{p}$$

U našem slučaju nije teško izračunati to uvećanje i dati je-
dnačinu u kojoj u zavisi isključivo od žižne daljine sočiva.
Naime zamenom $1/p$ iz jednačine (XX,11), dobijamo:

$$u = 1 \cdot \frac{1}{p} = 1 \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{l} \right) = \frac{1}{f} + 1.$$

Veličina l predstavlja daljinu jasnog vida oka tj. rastoja-
nje kada se oko najmanje napreže pri posmatranju. Kod norma-
lnog oka ono iznosi približno 25cm. Poslednju jednačinu, po-
sle ovoga, možemo da pišemo u obliku:

$$u = \frac{25}{f} + 1.$$

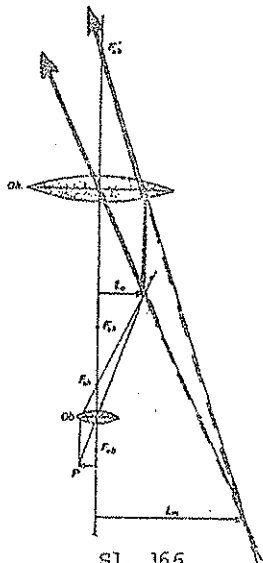
(XX,12)

Uvećanje lupe (tanko sabirno sočivo) isključivo zavisi
od žižne daljine sočiva tako što sočiva sa manjim žižnim da-
ljinama daju veće likove jednog i istog predmeta. Tako, na
primer, sočivo čija je žižna daljina 5 cm, daje uvećanje ko-
je iznosi 6.

Lupa ima široku primenu i sastavni je deo većine opti-
čkih instrumenata, kao što su mikroskopi, durbini i drugi.
Naime, okulari navedenih instrumenata jesu u stvari lupe koji
uvećavaju realan lik objekta.

20.10. Mikroskop

Mikroskop je optički
instrument sa velikim uvećanjem,
koje može da "ide" do 2000 puta.
Zato je mikroskop složen optički
instrument iz dva sistema sočiva-
objektiva i okulara - koji se mogu
šematski predstaviti kao prosta so-
čiva, kako je to dato na sl. 166.
Predmet, čiji lik želimo da posma-
tramo, nalazi se na rastojanju neš-
to većem od žižne daljine objektiva,
dakle blizu njegove žiže. To je zbog
žinjenice da lik "raste" kada se
predmet približava žiži. Dobijeni
lik objektiva L_0 , jeste uvećan i
stvaran, koji služi kao "predmet"
za okular. S obzirom na to da oku-
lar deluje kao lupa, lik okulara
jeste virtuelan i nalazi se na is-
toj strani sočiva (lik L_m), koji se
formira u produženim pravcima stva-
rnih zrakova, najčešće na nivou stočića mikroskopa na kome se
nalazi i preparat, odnosno predmet. Iz prethodne slike, u ko-
joj je dat put zrakova u mikroskopu, to se očigledno vidi.
Konačan lik mikroskopa L_m je izvnut u odnosu na predmet što



Sl. 166

je irelevantno u ovom slučaju jer je reč o predmetima "bez glave i nogu".

Uvećanje mikroskopa u_m dato je proizvodom uvećanja objektiv i okulara, obzirom da uvećani lik objektiva služi kao "predmet" okularu koji se i dalje uvećava. Otuda imamo da je

$$u_m = u_{ob} \cdot u_{ok} = \left(\frac{l}{f_1} - 1 \right) \left(\frac{25}{f_2} + 1 \right),$$

s obzirom na to da su nam poznati obrasci za uvećanje kod sabirnih sočiva (objektiv) i lupe (okular), koja je isto tako sabirno sočivo, ali je predmet između njegove žiže i samog sočiva. Ukoliko zanemarimo jedinice u jednom i drugom binomu, dobićemo obrazac pomoću kojeg se približno može da izračuna uvećanje mikroskopa:

$$u_m \approx \frac{25 \cdot l}{f_1 \cdot f_2} \quad (XX, 13).$$

Dobijeni obrazac pokazuje da uvećanje mikroskopa zavisi pravično jedino od žižnih daljina objektiva i okulara. Upravo to je jedan od glavnih razloga što se objektiv i okulari grade u vidu sistema tankih sočiva (za objektiv i do 12 tankih sočiva) kako bi se smanjila žižna daljina a povećala optička jačina, odnosno dobila veća uvećanja instrumenta. Pri tome treba voditi računa i o osvetljenosti lika u samom mikroskopu koja zavisi od svetlosnog fluksa koji "ulazi" u objektiv. Da bi lik bio jasniji, u mikroskop se, ispod stočića, ugrađuje jedan sistem sočiva - takozvani kondenzator, koji služi za koncentrisanje svetlosnog fluksa na posmatrani preparat, odnosno predmet.

XXI. glava: TALASNA OPTIKA

102

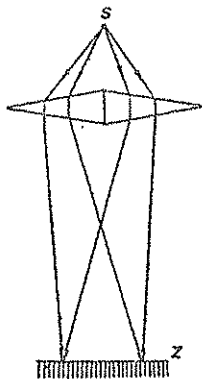
21.1. Interferencija svetlosti

Elektromagnetnu teoriju svetlosti dao je Maksvel 1873. godine, koja i danas važi. Međutim, Hajgens je, znatno pre Maksvela, smatrao da je svetlost talasno kretanje (u vidu longitudinalnih talasa) i na taj način dao talasnu teoriju svetlosti (1678. godine). U međuvremenu, trebalo je ili potvrditi ili opovrgnuti Hajgensovu talasnu teoriju. Jer, ako je svetlost talasno kretanje onda će doći do interferencije pri sustizanju dva svetlosna zraka pod određenim uslovima, kako što je slučaj kod mehaničkih talasa.

Početkom 19. veka Jung i Frenel su mnogobrojnim ogledima dokazali da svetlost interferuje ako se koherentni zraci dovedu do slaganja. Pod tim pojmom (koherentni zraci) treba razumeti svetlosne zrake koji dolaze iz istog svetlosnog izvora. Dakle, nije dovoljno da je svetlost iste talasne dužine, nego da te zrake emituje i isti svetlosni izvor jer samo se u tom slučaju održava stalna fazna razlika između svetlosnih zrakova koji interferuju*. Na ovom mestu proučimo

* Mehanički, odnosno zvučni talasi mogu da interferuju kada se sustignu talasi koje emituju dva izvora približno istim talasnim dužinama, jer se radi o trajnim izvorima talasa gde je stalni fazni odnos sačuvan. Međutim, kod atoma, procesi koji se odigravaju pri emisiji svetlosti toliko su kratki (10^{-8} s), da te emisije liče na kratke kolone svetlosnih talasa sa nesrazmerno dužim pauzama. Zato se ne može dobiti konstantna fazna razlika tokom dužeg vremena kod svetlosnih zrakova sa dva svetlosna izvora, pa otuda ni mogućnosti za trajnu interferenciju.

interferenciju pomoću Frenelove biprizme, koja omogućuje da se zraci jednog i istog izvora "sretnu" posle prelamanja. Reč je o dvema prizmama sa vrlo malim uglom koje su sasta-



Sl. 167

vljene svojim osnovama (sl. 167). Iz monohromatskog svetlosnog izvora S polaze zraci divergentno tako da padaju na obe prizme. Posle prelamanja zraci su kako kod jedne tako i druge prizme i dalje divergentni. Međutim, zraci sa obe prizme su međusobno konvergentni tako da interferuju na zaklonu Z. Pojačavanje ili slabljenje rezultujućeg zračenja zavisiće od putne razlike svetlosnih zrakova. Naime, u slučaju da je $\Delta s = z\lambda$, tj. da je putna razlika zrakova celi broj talasnih dužina, doći će do maksimalnog pojačavanja svetlosti, pa ćemo na tom mestu (na zaklonu) imati svetlu traku - lik pukotine kroz koju zraci prolaze pre nego što padnu na prizmu. Kada je putna razlika, pak, ravna neparnom broju polovina talasnih dužina $\Delta s = (2z + 1) \cdot \lambda/2$, doći će do maksimalnog slabljenja usled čega ćemo na tom mestu na zaklonu imati tamnu traku. Zatim, opet svetlu i tako redom,

naizmenično, što ukupno daje interferencionu sliku, sa tamnim i svetlim trakama koje su podjednako svetle (donji deo slike 167) i međusobno paralelne.

Kada svetlosni izvor S emituje zrake bele svetlosti, interferencionu sliku na zaklonu (ekranu) biće obojena sa izuzetkom centralne trake. Naime, svi zraci koji padaju na centralni deo zaklona prolaze simetrično kroz prizmu u odnosu na osnovu, pa je putna razlika uvek jednaka nuli. Interferencija na tom mestu uvek daje maksimalno svetljenje svih zrakova, bez obzira na talasnu dužinu. Zato će ta centralna traka biti "bela" odnosno ahromatična. Sve druge trake jesu različito obojene obzirom da će različito interferovati zraci raznih talasnih dužina.

Najzad, navedimo da su takve interferencionne slike vrlo male, zbog talasnih dužina svetlosnih zrakova, pa se mogu posmatrati praktično samo pomoću jake lupe.

103

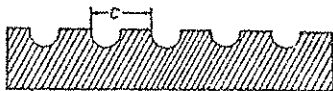
21.2. Difrakcija svetlosti. Optička rešetka

Difrakcija je kao pojava vezana za talase, kako mehaničke tako i elektro-magnetne, odnosno svetlosne, koja se može protumačiti pomoću Hajzensovog principa. Razlika je samo u tome što se kod mehaničkih talasa može da javi difrakcija i na "pukotinama" čija je širina reda veličine jednog metra, dok je za svetlost neophodna pukotina nesrazmerno uža. To dolazi zbog činjenice da su talasne dužine svetlosti reda veličine jednog mikrona. Doduše, difrakcija se može pokazati

i sa svetlosnim zracima na pukotinama, odnosno predmetima čija je širina i nekoliko centimetara samo u tom slučaju rastojanje svetlosnog izvora od pukotina treba da bude bar desetinu metara. Pukotina može da bude i kružni otvor ili kuglica.

Kako su za ovaj kurs od praktičnog interesa razne vrste rešetki sa kojima se difrakcija može da iskoristi za dobijanje spektara, to ćemo se na tome i zadržati. One mogu da budu jednodimenzionalne, dvodimenzionalne i prostorne.

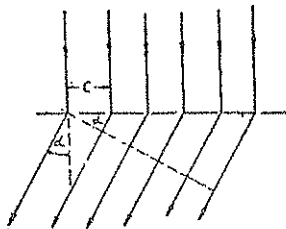
Jednodimenzionalna ili optička rešetka sastoji se od velikog broja uzanih paralelnih zarezova na staklu međusobno vrlo bliskih, tako da se na 1 cm širine nalaze od 5000 pa do preko 12.000 zarezova. Pored toga rešetke mogu da budu transmisionne i refleksione. Pošto se difrakcija javlja na isti način i kod jednih i kod drugih proučimo difrakcione spektre kod transmisionih optičkih rešetki.



Sl. 168

Presek jedne transmisionne rešetke, koji je jako uvećan, dat je na sl. 168. Rastojanje C predstavlja takozvanu konstantu rešetke, koja obuhvata zarez i providni deo do sledećeg zarezova. Što je konstanta rešetke manja, to je broj zarezova po jedinici širine rešetke veći, što je očigledno, pa je i difrakcija izrazitija, odnosno jača.

Difrakcioni spektar optičke rešetke dobija se kada snop paralelnih zrakova bele svetlosti pada normalno na rešetku, kako je prikazano na sl. 169. Zraci koji padaju na providni deo prolaze nesmetano i grade beli lik pukotine u centralnom delu. Međutim, zraci koji padaju na ivice zarezova, na osnovu Hajgensovog principa difraktuju pod jednim ili drugim uglom. Jednostavnosti radi uzemo sve one zrake koji difraktuju pod nekim uglom α , i koji su zbog toga paralelni među sobom. Njihov talasni front dat je isprekidanom pravom koja stoji normalno na zracima (vidi sliku). Svi zraci na talasnom frontu jesu u fazi, što je kod mehaničkih talasa objašnjeno. Međutim, to ne znači da će se posle prolaza kroz sabirno sočivo dobiti maksimalno pojačavanje kada interferuju, jer između dva susedna zraka postoji putna razlika za koju može da važi jedan ($\Delta s = \lambda$) ili drugi uslov: $(2z+1) \cdot \lambda/2$. Ako je putna razlika između dva zraka celi broj talasnih dužina, onda će interferencija dati maksimalno svetljenje na zaklonu koji je u žižnoj ravni sočiva. Iz slike se vidi da putna razlika $\Delta s = \lambda$, zavisi od ugla difrakcije, pa imamo relaciju



Sl. 169

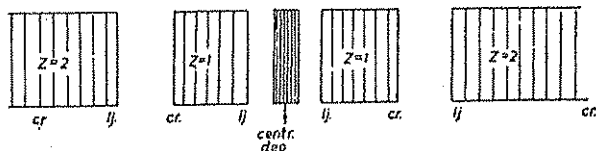
$$\lambda \cdot z = c \cdot \sin \alpha. \quad (XXI, 1)$$

S druge strane, kada je putna razlika neparan broj polovina talasnih dužina, tj. kada je

$$(2z+1)\lambda/2 = C \cdot \sin \alpha$$

doći će do maksimalnog slabljenja, odnosno gašenja na ekranu. Pošto je od interesa prvi uslov, to ćemo se zadržati samo na relaciji XXI, 1.

Iz obrasca se vidi da difrakcioni ugao kod jedne i iste rešetke zavisi od talasne dužine i broja z , koji je ceo broj. Zraci sa većom talasnom dužinom jače difraktuju za jedan i isti broj z , što omogućuje dobijanje spektra kao kod prizme. Razlika je samo u tome što kod rešetke jače difraktuju zraci sa većom talasnom dužinom a kroz prizmu se jače prelamaju zraci sa kraćim talasima. Otuda rešetke daju normalne a prizme - inverzne spektre. Na sl. 170, dat je šemat-ski prikaz difrakcionog spektra s jedne i druge strane centralnog (belog) lika pukotina, gde spektri počinju sa ljubičastom a završavaju sa crvenom bojom. Te prve spektre daju



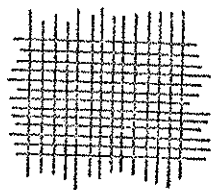
Sl. 170

oni zraci kod kojih je $z = 1$, pa imamo spektre prvog reda. Ako je $z = 2$, onda to znači da je putna razlika 2λ , pa je u pitanju drugi ugao difrakcije, tako da se na zaklonu javlja spektar drugog reda, tj. drugi spektar sa obe strane, koji je daleko slabijeg intenziteta nego prvi. Spektar trećeg reda praktično se ne pojavljuje na ekranu. U emisioj spektroskopiji koristi se samo spektar prvog reda. Navedimo najzad da se u spektroskopiji koriste refleksione rešetke (tanki zarezi na metalnoj ploči), kod kojih se pri refleksiji svetlosti od uskih zarezata javlja difrakcija na isti način kao kod transmisionih rešetki.

Za spektralne aparate bolje su konkavne nego ravne metalne rešetke. Za ravne rešetke potrebna su dva sabirna sočiva: jedno da bi se dobili paralelni zraci pri upadu na rešetku, dok drugo služi za dobijanje spektra kada se fokusiraju difraktovani zraci (kao kod transmisione rešetke). Kod konkavne rešetke takva sočiva otpadaju, jer sama konkavna površina deluje kao sočivo, pa spektralni aparati imaju manje delova. Druga prednost sastoji se u tome što se sa takvom rešetkom mogu da dobiju spektri i u ultraljubičastom regionu. To je inače nemoguće kada imamo sočiva koja propuštaju sve-

tlost samo u vidljivom delu.

Dvodimenzionalne rešetke (sl 171) daju takodje spektre koji se najlakše mogu da dobiju pomoću fine tkanine. Međutim, one nisu od interesa za ovaj kurs pa ih navodimo samo kao informaciju. Ulogu prostornih rešetki igraju kristalne strukture na kojima difraktuju X-zraci.



Sl. 171

104

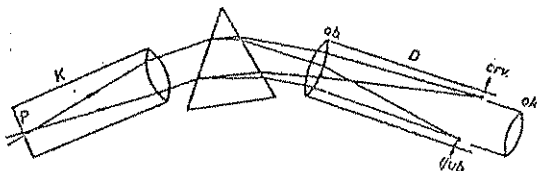
21.3. Emissioni spektri i spektralni aparati

Emissioni spektar datog svetlosnog izvora dobija se kada svetlost propustimo kroz prizmu (ili rešetku), kako je pokazano na sl. 172. Cev sa pukotinom i sočivom zove se kolimator (K), čija je dužina jednaka žižnoj daljini sočiva kako bi pukotina bila u žiži, sa ciljem da na prizmu padaju paralelni zraci. Pukotina je uvek u obliku pravougaonika čija se širina kreće između 1 mm i 0,005 mm. Što je pukotina uža, to je i njen lik tanji, kada su zraci od jedne i iste talasne dužine. Dakle, crvena ili žuta linija predstavljaju likove pukotina koje daju zraci crvene i žute boje.

Paralelne svetlosne zrake razlaže prizma, koji posle prolaza kroz sočivo druge cevi (durbina), formiraju spektar, tako da su ljubičasti zraci najjače skrenuti. Takav realan lik spektra uvećava okular durbina (ok), pa se može posmatrati spektar relativno jako uvećan. Takva kombinacija kolimatorske cevi, prizme i durbina predstavlja spektroskop.

Zavisno od svetlosnog izvora (gas, para, tečnost ili čvrsto telo), razlikujemo tri vrste emisionih spektara: linijske, trakaste i kontinuirane spektre.

Linijske ili atomske spektre daju atomi ili njihovi joni gasa čija je gustina vrlo mala, tako da se atom ili jon



Sl. 172

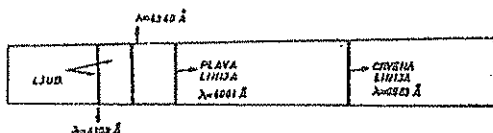
može posmatrati izolovano, a takve uslove imaju usijani gasovi i pare (sl. 178). Naziv linijski spektar došao je zbog

toga što svaka "linija" u spektru predstavlja lik pukotine spektroskopa za određenu talasnu dužinu.

Trakaste ili molekulske spektre emituju neutralni ili ionizovani molekuli sa dva, tri ili više atoma. Često se trakasti spektri smatraju linijskim zbog toga što "trake" liče na "linije".

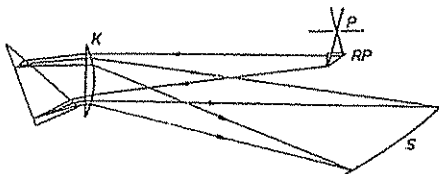
Kontinuirane spektre emituju usijana čvrsta tela zatim tečnosti i čvrsta tela kada su "prinudjena" da zrače svetlost. Takav spektar daju izvori bele svetlosti pa se može smatrati da je ekvivalentan velikom broju linija koje daju gusti niz monohromatskih likova pukotine (linija) koje se međusobno prepokrivaju.

Primeri radi, na sledećoj šemi dat je linijski spektar vodonika i to samo u vidljivom delu spektra. Kod vodonika poznate su 4 linije u vidljivom delu sa talasnim dužinama koje su date na samoj šemi. Kasnije ćemo u glavi XXIII, detaljnije se pozabaviti vodonikovim spektrom.

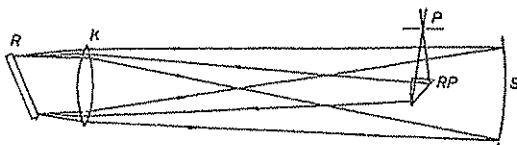


Sl. 173

S obzirom na to da su spektri za odgovarajući svetlosni izvor ili telo karakteristični, tj. da takva tela pod istim uslovima emituju isti spektar, to se relativno lako može izvršiti kako kvalitativna tako i kvantitativna analiza izvora zračenja pomoću dobijenog spektra. Za takvu analizu potrebni su dobri spektrografi, koji se razlikuju od spektroskopa po tome što umesto okulara durbina imaju fotokomoru radi snimanja spektra.



Sl. 174



Sl. 175

Savremeni spektrografi mogu da budu sa prizmom (sl.174), ili sa refleksionom optičkom rešetkom, čiji je šematski prikaz dat na sl. 175.

Spektrograf sa prizmom radi na principu autokolimacije. Naime, snop zrakova posle prolaza kroz pukotinu i refleksionu prizmu (RP), prolazi kroz kolimatorско sočivo K, odakle su zraci paralelni. Takvi zraci padaju na prizmu, radi disperzije, čija je zadnja strana metalizovana pa deluje kao ogledalo. Posle odbijanja zraci ponovo prolaze kroz prizmu i isto sočivo, koje sada služi kao objektiv (sistem autokolimacije) i daje spektar S.

Spektrograf sa rešetkom radi na istom principu, što se iz prethodne slike očigledno vidi, samo je umesto prizme stavljena optička rešetka.

Snimljeni spektri (spektrogrami) otkrivaju jedan ili drugi element u probi, odnosno svetlosnom izvoru koji takav spektar emituje. Tako se vrši kvalitativna spektralna analiza, koja ima određene prednosti u odnosu na hemijsku analizu u laboratoriji. Prva prednost sastoji se u samoj brzini analize, jer komadić probe koji treba analizirati može da izgori u Voltinom luku vrlo brzo za koje se vreme snimi spektar. Zatim se putem analize spektra vidi koji su elementi zastupljeni u probi. Druga prednost odnosi se na količine materijala čiju analizu vršimo. Dovoljne su količine od nekoliko miligrama što nije slučaj sa hemijskom analizom.

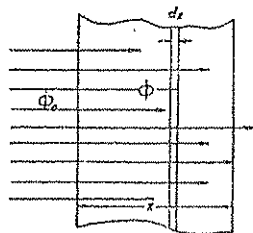
105

21.4. Apsorpcija svetlosti i optički filtri

Pri upadu svetlosti na neko telo, dolazi, u opštem slučaju, istovremeno do pojava refleksije, refrakcije i apsorpcije. Koji će deo svetlosti fluksa od ova tri pobrojana slučaja biti dominantan, zavisi kako od prirode samog tela (apsorbenta), tako i od nekih drugih faktora. Ako je, recimo, najveći deo upadnog svetlosnog fluksa prošao kroz telo, kažemo da je ono providno (staklo, vazduh, kalcit i dr.). U suprotnom reč je o neprovidnim ili neprozračnim sredinama.

Apsorbovani svetlosni fluks zavisi s jedne strane od prirode tela, a s druge - od upadnog fluksa i debljine sredine, odnosno apsorbenta. Jer, sasvim tanki slojevi najčešće su providni bez obzira na sredinu. Zato je potrebno izvesti jednačinu koja daje odnos navedenih veličina - upadnog fluksa, prirode tela i njegove debljine. Za početak uzećemo, jednostavnosti radi, monohromatsku svetlost.

Eksperiment nam pokazuje da apsorbovani fluks raste po zakonu geometrijske progresije dok se debljina apsorbenta povećava aritmetičkom progresijom. To se može pokazati pomoću sl. 176, gde se fluks smanjio za $d\phi$ na putu dx kroz apsorber, pa je



$$d\phi = -k\phi dx,$$

Sl. 176

gde je ϕ - upadni fluks za sloj dx , a k - koeficijent propor-

cionalnosti koji zavisi od prirode apsorbenta. Znak minus dolazi zbog "slabljenja" upadnog fluksa sa debljinom.

Integracijom gornje diferencijalne jednačine, u datim granicama

$$\int_{\phi_0}^{\phi} \frac{d\phi}{\phi} = -k \int_0^x dx$$

dobija se relacija

$$\phi_x = \phi_0 e^{-kx}, \quad (\text{XXI}, 2)$$

koja je poznata kao Lambertov zakon.

Dakle, fluks opada eksponencijalno sa debljinom. Konstanta k zove se koeficijent apsorpcije, koji je brojno jednak recipročnoj vrednosti debljine apsorbenta na kojoj fluks oslabi usled apsorpcije za e puta (2,718). Taj koeficijent za idealno providna tela bio bi jednak nuli, jer je $\phi = \phi_0$. S druge strane, apsolutno neprovidno telo potpuno bi apsorbovalo upadni fluks, jer je koeficijent apsorpcije beskonačno veliki. Odatle vidimo da koeficijent k može da ima sve vrednosti od nule do beskonačnosti.

Međutim, koeficijent apsorpcije datog tela jako zavisi od talasne dužine upadne svetlosti. Prema tome, njegova brojna vrednost ne zavisi samo od prirode tela nego i od talasne dužine upotrebljene svetlosti. To se najbolje može pokazati na apsorbentima kada kroz njih prolazi polihromatska svetlost. Izvesna područja talasnih dužina sredina će apsorbovati jače a druga - slabije, pri čemu dolazimo do pojma takozvane selektivne apsorpcije. Objasnimo to na sledećim primerima. Vazduh, staklo i tanji slojevi vode su bezbojni jer su providni za vidljivu svetlost. Međutim, to ne znači da u podjednakom procentu propuštaju infracrvene i ultraljubičaste zrake. Tako, na primer, vazduh (atmosfera) je providna za vidljive i infracrvene zrake Sunca kao i one ultraljubičaste zrake čija je talasna dužina iznad $0,29\mu\text{m}$. Kraće talase potpuno apsorbuju već gornji slojevi atmosfere. Zato atmosfera deluje kao optički filter, jer propušta zrake jednog talasnog područja a apsorbuje druge talase, odnosno zrake. Slično je i sa običnim staklom, koje propušta vidljive i infracrvene zrake a apsorbuje ultraljubičaste. Otuda zaključak da su optički filtri vezani za pojavu selektivne apsorpcije, i to su apsorpcioni optički filtri.

Optički filtri imaju zadatak da izdvoje, odnosno propuste određeno talasno područje $\Delta\lambda$ jedne i iste boje. Time se dobija monohromatska svetlost. Takva propuštena svetlost nije u stvari strogo monohromatska ali je iste boje, što je za mnoge oglede sasvim dovoljno. Na taj način filter zamenjuje izvor monohromatske svetlosti.

Filtri mogu da budu čvrstik tečni ili gasoviti, zavisno od primene. Čvrsti filtri prave se najčešće od obojenog stakla ili pak "rastvaranjem" apsorbujuće supstance u želatini ili celofanu. Takvi filtri koriste se u fotografiji, kolorimetriji, saobraćaju i drugim područjima.

Kao tečni filtri najčešće se koriste ili čiste supstance ili rastvori. Rastvori neorganskih soli u vodi ili boja propuštaju određena uska područja talasnih dužina i bolji su od čistih supstanci koje propuštaju široko područje talasnih dužina.

Primeri radi, navedimo da rastvor nikl-sulfata, određene koncentracije, ima maksimum propustljivosti za zelenu boju i to oko talasne dužine od $0,51 \mu\text{m}$. Takve rastvore treba staviti u kivete sa planparalelnim zidovima, kroz koje prolazi bela sunčeva svetlost ili pak svetlost neke termičke sijalice.

Najzad postoje i gasni filtri, koji nisu od interesa za laboratorijski rad, ali je vredno pomenuti da je atmosfera jedan veoma "debeo" gasni filter, jer propušta Sunčeve zrake iznad $0,29 \mu\text{m}$, kako je napred već navedeno.

106

21.5. Polarizacija svetlosti i dvojno prelamanje

Pojavom polarizacije svetlosti dokazan je transverzalni karakter svetlosnih zrakova, jer samo transverzalni talasi mogu da se polarizuju.

Polarizacija svetlosti može da se izvede na tri načina: putem refleksije, "selektivne" apsorpcije i dvojnog prelamanja. S obzirom na svrhu ovog kursa, ovde će biti reči samo o linearnoj polarizaciji, koja je već pominjana kod mehaničkih talasa (član 17.3.)

Prirodna, odnosno nepolarizovana svetlost, koja je elektromagnetne prirode, ima oscilacije električnog i magnetnog polja u svim pravcima u ravni normalnoj na pravac prostiranja. Pri refleksiji svetlosti od staklene ploče (sl. 177), svetlosni vektor* se polarizuje u većem ili manjem procentu tako da mu je ravan polarizacije u ravni slike, zbog čega se predstavlja u tačkicama. Polarizacija može da bude potpuna, ako podesimo upadni ugao alfa tako da odbijeni i prelomljeni zrak stoje međusobno normalno. Pošto se radi o prelamanju svetlosnih zrakova onda je logično to povezati sa indeksom prelamanja sredine i upadnog ugla od koga zavisi i ugao prelamanja, jer je

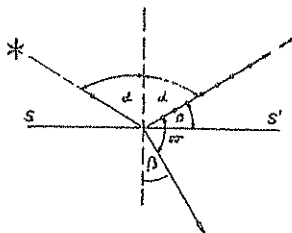
$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin(90^\circ - \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \tan \alpha. \quad (\text{XXI}, 3).$$

To je poznati Brjusterov zakon, koji govori da je polarizacija svetlosti pri odbijanju potpuna ako je indeks prelamanja sredine (stakla) jednak tangensu upadnog ugla. Za obično

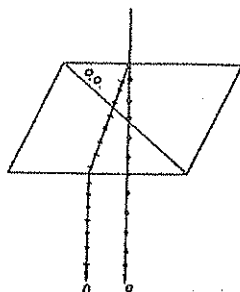
* Električni vektor (jačine električnog polja) zove se u optici svetlosni vektor, koji se polarizuje. To je, u stvari, amplituda električnog polja kako je predstavljeno na sl. 140. Treba dodati još i to da ravan oscilacije u kojoj vektor osciluje, uvek stoji normalno na polarizacionu ravan, tj. normalno na upadnu ravan.

staklo ugao potpune polarizacije iznosi 57° .

Drugi način dobijanja linearno polarizovane svetlosti, danas vrlo rasprostranjen, imamo pomoću dvojnog prelamanja, koje se javlja kod optički anizotropnih sredina. Naime, neki kristali, a naročito islandski kalcit, "cepaju" uzan spon paralelnih zrakova na dva dela (sl. 178). Pri tome dolazi do polarizovanja i jednog i drugog dela svetlosti čije su ravni polarizacije, odnosno oscilacije međusobno ~~drugog dela svetlosti~~ normalne. Zranci koji ne skereću pri normalnom upadu na kalcit, zovu se obični (o) ili redovni. Njihova ravan oscilacije normalna na ravan slike (zrak sa tačkicama). Drugi snop



Sl. 177



Sl. 178

zrakova predstavlja takozvane neobične (n) ili neredovne zrake, obzirom da za njih ne važe zakoni prelamanja. Kod takvih zrakova ravan oscilacije je u ravni slike (crtice na zraku).

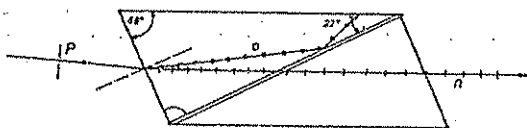
Pojavu dvojnog prelamanja imamo samo onda kada se zraci ne prostiru u pravcu optičke ose. To znači da u kristalu postoje pravci u kojima se vrši prosto a ne dvojno prelamanje. Tada se i redovni i neredomni zranci prostiru u istom pravcu, što znači da imaju isti indeks prelamanja, odnosno iste brzine prostiranja. Naime, iz zakona o prelamanju svetlosti, svaka promena pravca zraka vezana je za promenu kako brzine prostiranja tako i za promenu indeksa prelamanja. Pri tome treba imati u vidu da je indeks prelamanja kod redovnih zrakova konstantan dok se kod drugih menja.

21.6. Nikolova prizma i polaroidi

Za neke optičke instrumente kao što su polarimetri i polarizacioni mikroskopi, potrebna je linearno polarizovana svetlost sa jednom i istom ravni polarizacije. Pomoću dvojnog prelamanja, međjutim, dobija se polarizovana svetlost sa različitim ravnima polarizacije, odnosno oscilacije, što onemogućava optička ispitivanja sa pomenutim aparatima. Zato je trebalo "odvojiti" jedne od drugih polarizovanih zrakova.

To je učinio Nikol na duhoviti i jednostavan način.

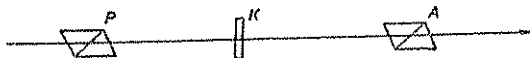
Naime, Nikol je glačao isladnski kalcit tako da je dobio određene uglove od 68° , odnosno 22° , koji se mogu da mere kada se prizma preseče po kraćoj dijagonali (sl. 179). Zatim je delove prizme zalepio sa kanada-balzomom, čiji je indeks prelamanja 1,55.



Sl. 179

Snop prirodne svetlosti posle prolaza kroz pukotinu P, pada na prizmu pod datim uglom, pri čemu se dvojno prelama i polarizuje. Neredovni zrak n ima manji indeks prelamanja (1,468) od redovnog pa se manje prelama. Zbog toga je za njega kanada-balzam optički gušća sredina, jer ima indeks prelamanja 1,55. Neredovan zrak zato prolazi kroz kanada-balzam kao kroz tanku planparalelnu ploču praktično bez skretanja.

Drukčije stvar stoji sa redovnim odnosno običnim zrakom koji se jače prelama jer ima indeks prelamanja 1,658. Usled toga je kanada-balzam za njega optički redja sredina, pa dolazi do totalne refleksije, jer je upadni ugao veći od graničnog ugla. Na taj način otklanja se drugi snop polarizovanih zrakova što je i bio cilj Nikola. Zato se Nikolova prizma danas koristi kod pomenutih optičkih instrumenata i kao polarizator P i kao analizator A, kako je pokazano na sl.180.



Sl. 180

Prva prizma predstavlja polarizator jer polarizuje prirodnu svetlost a druga vrši analizu tako polarizovane svetlosti.

Obzirom da su Nikolove prizme sa malim poprečnim presekom, a uz to su još vrlo skupe, to se danas koriste takozvani polaroidi. Polaroidi se prave od kristala koji su izrazito dihroični, odnosno kristala koji različito apsorbuju redovne i neredovne zrake. Izrazit primer dihroičnog kristala imamo kod takozvnog herapatita koji se ugrađuje u celuloidnu ili celofansku traku u vidu mikrokristala. Takav polaroid može da bude sa vrlo velikom površinom (što nije slučaj sa Nikolovom prizmom), koji potpuno apsorbuje redovan zrak dok drugi propušta. Tako se u stvari vrši "selektivna" apsorpcija polarizovanih zrakova sa jednom ravni a propušta praktično

potpuno svetlost sa drugom ravni oscilacije.

Pomoću polarizatora i analizatora (sl. 185) može se izmeriti ugao obrtanja (kvarc, neke organske kiseline i rastvori). Naime, neke supstance imaju osobinu da obrću ravan polarizacije linearno polarizovane svetlosti.

Pokazalo se da je ugao obrtanja ravni upravo srazmeran debljini optički aktivne supstance, tj. da je $\alpha = kx$, gde je x - debljina, a k - specifična moć rotacije ili specifična rotacija. Specifična rotacija brojno je jednaka uglu obrtanja koji prouzrokuje supstanca po jedinici dužine (po jednom milimetru).

XXII. glava: FOTOELEKTRIČNI EFEKAT I KVANTI SVETLOSTI

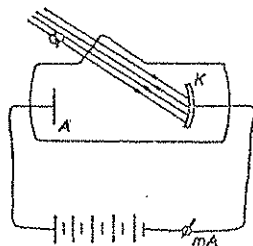
107

22.1. Fotoelektrični efekat

Pojava fotoelektričnog efekta sastoji se u činjenici da izvesna tela emituju elektrone pod dejstvom svetlosnih zrakova odgovarajuće frekvence (najčešće ultraljubičasti zraci), odnosno talasne dužine.

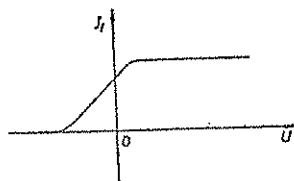
To se može pokazati pomoću eksperimenta, čiji je šematski prikaz dat na sl. 181. Iz cevi je prethodno izvučen vazduh do krajnjih granica. U samoj cevi imamo dve elektrode - na desnom kraju je katoda K koja je pokrivena nekim fotoosetljivim slojem (tanak sloj cezijuma, kalijuma, rubidijuma ili slično), a na sredini anoda u vidu metalnog prstena A. Takva cev iz koje je prethodno izvučen vazduh zove se vakuumaska foto-čelijska.

Kada na fotoosetljiviji sloj K pada svetlosni fluks određene frekvence ν , struja počinje da teče kroz kolo što se uočava pomoću galvanometra vezanog u kolo. To znači da svetlosni zraci izbacuju elektrone sa fotokatode koji se, usled dejstva električnog polja, kreću prema anodi (prstenu od žice) i tako zatvaraju strujno kolo. Pojavljuje se fotostruja.



Sl. 181

Brižljivo izvedeni ogledi sa takvom foto-čelijom daju krivu koja predstavlja takozvanu struju zasićenja (sl. 182). Struja se javlja u kolu foto-čelije sa osvetljavanjem fotokatode čak i onda kada u cevi deluje "kočeće" električno po-



Sl. 182

lje tj. kada je anoda negativna, a katoda pozitivna elektroda. Razlog tome treba tražiti u činjenici da elektroni pri izlaženju iz metala imaju dovoljnu kinetičku energiju da mogu savladati dejstvo polja i stići na žicu A. Sa slabljenjem kočećeg polja raste struja koja ima znatnu vrednost za napon $U = 0$. Pri ubrzavajućem polju struja brzo dostiže svoje zasićenje, kada svi elektroni, izbačeni sa katode, stižu na anodu. To je fotostruja zasićenja, slično struji zasićenja kod elek-

tronskih cevi.

Takva struja zasićenja proporcionalna je upadnom svetlosnom fluksu koji apsorbuje fotokatoda. To znači da će jača struja biti kod svetlosti sa većim upadnim fluksom, pa imamo odnos:

$$I_f = k \cdot \Phi \quad (\text{XXII}, 1),$$

gde k predstavlja odgovarajuću konstantu koja daje broj miliampera fotostruje po jednom lumen upadnog fluksa. Gornja relacija omogućuje da se foto-čelije koriste u fotometriji, kod fotoelektričnih fotometara za merenje svetlosnog fluksa i drugih fotometrijskih veličina.

Dalja merenja sa fotočelijom pokazala su da kinetička energija elektrona ne zavisi od svetlosnog fluksa, tj. od broja zrakova nego od frekvence te svetlosti. Naime, kod svetlosti sa višom frekvencom, elektroni su imali veće brzine, odnosno veće energije. Kako je frekvencija upadne svetlosti opadala tako se smanjivala kinetička energija fotoelektrona. To je išlo sve do jedne minimalne frekvence $\nu_{\min}$, koja više nije bila u stanju da izbaci elektrone sa katode. Svaki metal ili odgovarajući oksid, koji je fotoosetljiv, ima svoju minimalnu frekvencu ispod koje se fotoelektrični efekat ne javlja, bez obzira na broj svetlosnih zrakova.

Takvi eksperimentalni podaci nisu mogli da se objasne sa gledišta talasne (elektromagnetne) teorije svetlosti po kojoj se elektroni izbacuju iz metala dejstvom elektromagnetnih sila svetlosnog talasa. Po toj teoriji veći broj zrakova (talasa) znači jače sile pa otuda bi i brzina elektrona morala da bude veća. Tu protivurečnost između teorije i eksperimenta rešio je Ajnštajn pomoću svojih fotona.

22.2. Kvantno tumačenje fotoefekta

Pojavu fotoelektričnog efekta, kod koga energija izbačenih elektrona ne zavisi od fluksa upadne svetlosti već od njene frekvence, objasnio je Ajnštajn 1905. godine, putem kvanta svetlosti, odnosno fotona.

Osnovne postavke teorije kvanta dao je Plank 1900. godine sa ciljem da objasni spektralnu raspodelu zračenja crnog tala. Plank je postulirao da se telo, koje zrači, sastoji iz velikog broja elementarnih oscilatora (atoma), koji vrše oscilacije sa najraznovrsnijim frekvencama. Te oscilatore Plank je zamislio kao izvore energije zračenja datog tela. Po njemu oscilator ne može da emituje u vidu zračenja bilo koju energiju kontinuirano, već se energija zračenja "kvantuje", što znači da je diskontinuirane prirode. To je radikalno novo u Plankovoj teoriji, što je bilo od odlučujućeg značaja za dalji razvoj atomske fizike. Taj elementarni kvant energije koji oscilator može da emituje zavisi od frekvence oscilatora i dat je proizvodom jedne konstante h i frekvence:

$$\epsilon = h \cdot \nu \quad (\text{XXII}, 2).$$

Konstanta h , poznata pod nazivom Plankova konstanta, eksperimentalno je određena i ima sledeću brojnu vrednost:

$$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \quad (\text{kvant delovanja}).$$

Ajnštajn je pošao od Plankovog kvanta energije uz značajne modifikacije njegove teorije. Naime, Plank je pojam kvanta vezao samo za oscilacije oscilatora (atoma) ali ne i za zračenje koje se pri tome emituje. Ajnštajn je u stvari primenio kvantne uslove i na energiju elektromagnetnog zračenja uvodeći pojam fotona ili kvanta svetlosti, sa energijom: $\epsilon = h\nu$, gde je ν frekvencija emitovanog zračenja. Dakle, dok je Plank kvantovao oscilacije tela koje zrači, dotle je Ajnštajn, uvodenjem kvanta svetlosti, kvantovao energiju zračenja tih oscilatora.

Ajnštajn pretpostavlja da između fotona upadne svetlosti i elektrona (koji se nalazi na površini metala) dolazi do interakcije, pri kojoj foton predaje celokupnu svoju energiju. Energija kvanta $h\nu$ prelazi tada potpuno na elektron, usled čega foton prestaje da postoji. Elektron, pak, troši jedan deo svoje energije na takozvani izlazni rad A sa površine, a drugi deo zadržava u vidu kinetičke energije, pa na osnovu zakona o održanju energije izlazi da je:

$$h\nu = A + \frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2 \quad (\text{XXII}, 3).$$

Navedena relacija poznata je danas kao Ajnštajnov zakon fotoelektričnog efekta, odakle izlazi da brzina elektrona zavisi od frekvence upadne svetlosti. Sa opadanjem frekvence svetlosti elektroni imaju sve manje brzine sve dok ne dodje do onog kvanta čija se energija troši potpuno na izlazni rad.

$$h \cdot \nu_{\min} = A,$$

kada je $\nu = 0$. Iz toga izlazi da je kvantno tumačenje fotoefekta objasnilo eksperimentalne činjenice, naime da brzina elektrona ne zavisi od svetlosnog fluksa već od frekvence upadnog zračenja. To znači da za svaki fotoosetljivi metal ili oksid, postoji minimalna frekvencija ispod koje se ne opaža fotoelektrični efekt. Dakle, zraci sa nižim frekvencama nemaju dovoljnu energiju kvanta da izbace elektron sa površine metala.

Računski primer: Kolika je brzina fotoelektrona koje cezijum pod dejstvom svetlosnih zrakova čija je talasna dužina $\lambda = 0,589\mu$, ako je izlazni rad cezijuma $A = 1 \text{ eV}$?

Na osnovu relacije XXII,3, imamo da je brzina izbačenog elektrona

$$v = \sqrt{\frac{2(h\nu - A)}{m}},$$

Sada treba naći prvo frekvencu svetlosnih zrakova iz relacije $c = \lambda\nu$, naime

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,589 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = 5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}.$$

Zamenom brojnih vrednosti za Plankovu konstantu, masu elektrona i izlazni rad, dobijamo za brzinu:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1} - 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = \sqrt{38 \cdot 10^{10} \text{ m}^2/\text{s}^2}$$

$$v = 620 \text{ km/s}.$$

22.3. Fotoćelije i fotoelementi

Fotoelektrični efekt može da se javi na dva načina, i to kao spoljašnji i kao unutrašnji fotoefekt.

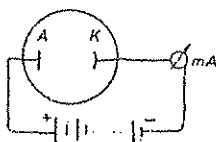
Kod spoljašnjeg fotoefekta imamo slučaj da je energija fotona upadne svetlosti dovoljna da elektron izbaci sa površine metala ili oksida. Za tu vrstu fotoefekta vezana je fotoćelija o kojoj je već bilo reči (sl. 181).

Unutrašnji fotoefekt javlja se kod nemetala i poluprovodnika, kada energija fotona upadne svetlosti nije dovoljna da elektrone izbaci sa površine nego ostaju unutra. Za takvu vrstu fotoefekta imamo takozvane fotoelemente sa zaprečnim slojem (sl. 183). Fotoelement se sastoji iz dve pločice od metala (Cu i Au, na primer) između kojih se nalazi neki poluprovodnik (Cu_2O , Se ili neki drugi poluprovodnik). Uzećemo selen kao poluprovodnik, ispod kojeg se nalazi tanka pločica bakra. Preko selena prevučen je vrlo tanak sloj zlata ili platine pomoću takozvane katodne pulverzacije, koji je providan za svetlosne zrake. Kada se osvetli gornja skramica, zra-

ci prolaze i padaju na selen. Tu dolazi do unutrašnjeg fotoefekta pri čemu oslobođeni elektroni počinju da se kreću naviše, tj. suprotno smeru prostiranja svetlosti. To je zbog toga što je selen poluprovodnik pa je elektronima "lakše" da predju u provodničku opnu, usled čega ona postaje negativno naelektrisana. Ako sada preko galvanometra vezemo pločice fotoelementa, poteći će električna struja u naznačenom smeru. Poredjenja radi, na sl. 184 data je vakuumaska foto-čelija, kako bi se na licu mesta mogle da uoče razlike između jednih i drugih i time opravdala razlika i u nazivima.



Sl. 183



Sl. 184

Fotoelement nema poseban generator, kao što je to slučaj sa foto-čelijom, jer je i sam generator električne struje. Zbog toga je u čl. 14.1, pomenut kao jedan od generatora struje gde se svetlosna energija transformiše u električnu. Otuda i naziv foto-element. Sličnost je pak u samoj primeni jer se i jedne i druge mogu da koriste za merenje raznih fotometrijskih veličina, u televiziji, tonfilmu, u signalizaciji i ne mnogim drugim mestima, što samo po sebi ističe i njihov značaj.

RAČUNSKI ZADACI IZ OPTIKE

1. Na kojim rastojanjima od zaklona treba postaviti dva svetlosna izvora, čije su jačine 60 cd i 135 cd, da bi na zaklonu bila isto osvetljenost?

Odgovor: Pošto su iste osvetljenosti, važi relacija $E_1 = E_2$, a odatle:

$$\frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{I_1}{I_2}, \text{ odnosno: } \frac{r_1}{r_2} = 1,5.$$

2. Kolika mora biti jačina svetlosnog izvora da bi na udaljenosti od 100 m, osvetljenost bila 5 lx?

Odgovor: Iz relacije $E = I/r^2$, dobija se:

$$I = E \cdot r^2 = 5 \text{ lx} \cdot 100^2 \text{ m}^2 = 5 \cdot 10^4 \text{ cd}.$$

3. Objektiv fotoaparata ima žižnu daljinu $f = 6$ cm. Kolika je visina lika na filmu (L), kada se tim aparatom snimi predmet visine od 3 m, ako je rastojanje aparata od predmeta 7 m?

Odgovor: Visina lika dobija se na osnovu relacije:

$$L = p \frac{\ell}{f}.$$

Međutim, prethodno treba izračunati rastojanje ℓ , pomoću jednačine za sabirno sočivo:

$$\ell = \frac{f \cdot p}{p - f} = 6,05 \text{ cm}.$$

Onda je $L = 2,59$ cm.

4. Tanko sabirno i rasipno sočivo, sa žižnim daljinama $f_1 = 0,5$ m i $f_2 = -1$ m, prislonjeni su jedno uz drugo. Kolika je žižna daljina tog sistema sočiva? Da li sistem deluje kao sabirno ili rasipno sočivo?

Odgovor: Na osnovu relacije za sistem sočiva, dobi-

ja se žižna daljina $f = 1$ m.
 Prema tome, sistem deluje kao sabirno sočivo, jer
 je žižna daljina pozitivna.

5. Pri fotografisanju sa rastojanja od 100 m, visina drveta na negativu (filmu) iznosi 12 mm. Naći stvarnu visinu drveta, ako je žižna daljina objektiva $f = 5$ cm.

Odgovor: Da bi se dobila visina drveta, treba iskoristiti relaciju $L:P = l:p$, pošto se prethodno izračuna vrednost za rastojanje lika od sočiva (objektiva fotoaparata):

$$P = 24 \text{ m.}$$

6. Žižna daljina projekcionog aparata iznosi 15 cm. Na kojem rastojanju od sočiva treba postaviti platno da bi se dobio oštar lik, ako je rastojanje dija pozitivna od sočiva 15,25 cm?

Izračunati visinu lika na platnu, ako je visina dija pozitivna 6 cm.

Odgovor: $l = 9,15$ m, a $L = 3,6$ m.

7. Predmet je udaljen od ekrana 1,5 m. Između predmeta i ekrana postavi se sabirno sočivo tako da se na ekranu dobije realan lik sa uvećanjem dva puta.

Kolika je žižna daljina i optička jačina upotrebljenog sočiva?

Odgovor: Zadatak se može rešiti pomoću sistema jednačina:

$$1,5 \text{ m} = p + l, \text{ i } \frac{l}{p} = 2.$$

Odatle imamo: $p = 0,5$ m, i $l = 1$ m.

Zatim, preko jednačine za sabirno sočivo dobija se žižna daljina $f = 0,33$ m. Onda je optička jačina $O_s = 3$ D.

8. Odrediti uvećanje mikroskopa, ako je žižna daljina objektiva $f_{ob} = 4$ mm, žižna daljina okulara $f_{ok} = 15$ mm, a dužina tubusa $L_0 = 12$ cm.

Odgovor: Uvećanje mikroskopa određuje se pomoću jednačine:

$$u_m = \frac{25 \cdot L_0}{f_{ob} \cdot f_{ok}} = 500.$$

9. Odrediti žižnu daljinu okulara mikroskopa, ako isti ima uvećanje $90\times$ a uvećanje objektiva iznosi $90\times$.

Odgovor: $u_{ok} = \frac{u_m}{u_{ok}} = 10\times.$

Kada se zna uvećanje okulara, koji deluje kao lup, lako je naći žižnu daljinu:

$$f_{ok} = 2,77 \text{ cm.}$$

10. Odrediti konstantu optičke rešetke, ako se pri osvetljavanju svetlošću talasne dužine od 656 nm vidi spektar drugog reda pod uglom od 15° , pod uslovom da svetlosni zraci padaju normalno na optičku rešetku.

Odgovor: Na osnovu jednačine za optičku rešetku, dobijamo:

$$C = \frac{z \cdot \lambda}{\sin \alpha} = \frac{2 \cdot 656 \text{ nm}}{\sin 15^\circ} = 5085 \cdot 10^{-9} \text{ m,}$$

odnosno: $C = 0,005 \text{ mm} = 5 \mu\text{m}.$

11. Odrediti talasnu dužinu linije u difrakcionom spektru trećeg reda koja se poklapa sa likom linije u spektru četvrtog reda talasne dužine 490 nm .

Odgovor: Deobom dveju jednačina za difrakciju, dobija se tražena talasna dužina:

$$\frac{z_1 \cdot \lambda_1}{z_2 \cdot \lambda_2} = \frac{C \cdot \sin \alpha}{C \sin \alpha}, \text{ odnosno: } \lambda_1 = 653 \text{ nm.}$$

12. Kolika je frekvencija svetlosnog zraka žute boje (u vakuumu), ako je talasna dužina istog zraka 589 nm ?

Odgovor: $v = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{589 \cdot 10^{-9} \text{ m}},$

odnosno: $v = 5,09 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$

13. Odrediti energiju fotona ultraljubičastog zraka, čija je talasna dužina 200 nm . Energiju izraziti u džulima i elektronvoltima. Plankova konstanta iznosi: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$

Odgovor: $\epsilon = h \cdot v = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 10^{-18} \text{ J} = 6,2 \text{ eV.}$

14. Kolika je talasna dužina svetlosti čija je energija fotona 2 eV? Talasnu dužinu izraziti u metrima, mikrometrima i nanometrima.

Odgovor : $\lambda = h \cdot \frac{c}{E} = 6,2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$, odnosno

$$\lambda = 0,62 \text{ } \mu\text{m} = 620 \text{ nm}.$$

15. Pod dejstvom ultraljubičaste svetlosti, čija je frekvencija $2 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$, izleću elektroni iz datog metala brzinom od 800 km/s. Izračunati izlazni rad elektrona. Rad izraziti u džulima i elektronvoltima.

Odgovor : Na osnovu Ajnštajnovne relacije imamo :

$$A = h \cdot \nu - E_k = 6,47 \text{ eV}.$$

16. Maksimalna talasna dužina svetlosnog zraka, koji prouzrokuje fotoefekt kod natrijuma, iznosi 530 nm. Izračunati izlazni rad elektrona kod natrijuma.

Odgovor : $A = h \cdot \nu_{\min} = h \cdot \frac{c}{\lambda_{\max}} = 2,34 \text{ eV}.$

17. Da li će nastupiti fotoefekt, ako se na površinu srebra uprave ultraljubičasti zraci talasne dužine od 350 nm? Rad izlaska elektrona iznosi 4,7 eV.

Odgovor : Fotoefekt neće nastupiti, jer je energija fotona upadne svetlosti manja od izlaznog rada kod srebra.

VI. DEO

ATOMSKA I NUKLEARNA FIZIKA

XXIII glava: STRUKTURA ATOMA

23.1. Raderford - Borov model atoma

Proučavanje strukture atoma, odnosno elektron-skog omotača, počinje 1911. godine, kada je Raderford dao prvi tzv. dinamički model atoma. Raderford je, u stvari, pošao od pretpostavke da je masa atoma skoncentrisana u jezgru (nukleusu), a da elektroni kruže oko jezgra, poput planeta oko Sunca. Suština tog modela je kružno kretanje negativno naelektrisanih elektrona oko pozitivnog jezgra.

Nisl Bor je 1913. godine povezao Raderfordov model atoma sa Plankovom teorijom kvantā, na taj način što je kvantovao orbite (putanje) elektrona pomoću svoja dva postulata. Svoje postulate Bor je primenio na vodonikov atom kao najjednostavniji sistem: jezgro (proton) - elektron.

Prvi Borov postulat glasi:

elektron može da kruži oko jezgra u atomu samo po određenim putanjama, za koje je moment količine kretanja jednak proizvodu celog broja n i kvanta $h/2\pi$, tj.:

$$mvr = n \cdot h/2\pi \quad (XXIII, 1),$$

gde su:

m - masa elektrona,

v - perifеријска brzina elektrona po kružnoj putanji,

- r - radijus orbite (putanje)
 n - celi broj: 1, 2, 3, itd. (glavni kvantni broj), 1
 h - Plankova konstanta.

Kvantni broj n ima vrednost 1 za prvu orbitu i tako dalje. Kada se elektron nadje na prvoj orbiti, atom je u tzv. osnovnom (neprobudjenom) stanju. Atom tada niti zrači niti apsorbuje energiju, odnosno zrake. Takva stanja zovu se još i stacionarna stanja. Atom vodonika može da bude u pobudjenom, odnosno ekscitovanom stanju ako se elektron podigne na neku drugu, višu putanju. Dok kruži po toj višoj putanji, kažemo da se atom nalazi u pobudjenom stanju. To traje sve dok se elektron ne vrati u svoju orbitu, pri čemu dolazi do emisije svetlosnog zraka. To je suština Drugog Borovog postulata, koji kaže:

atom emituje energiju u vidu fotona samo u slučajevima kada elektron spontano pada sa više na nižu putanju.

Emitovana energija fotona ($h\nu$), po Zakonu o održanju energije mora da bude jednaka razlici energija elektrona na gornjoj i donjoj putanji (E_m i E_k), pa se dobija:

$$h\nu = E_m - E_k \quad (\text{XXIII}, 2).$$

Ako se frekvencija u gornjoj relaciji zameni pomoću talasne jednačine ($c = \lambda\nu$), matematički izraz Drugog Borovog postulata dobija sledeći oblik:

$$h\frac{c}{\lambda} = E_m - E_k \quad (\text{XXIII}, 3).$$

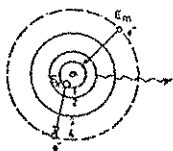
Odatle se može, poznavanjem energija elektrona na gornjoj i donjoj putanji, izračunati talasna dužina monohromatske svetlosti koje emituje atom vodonika. Plastično se to može videti sa sl. 185. Tako smo došli do tumačenja procesa emisije svetlosti, koja potpuno zadovoljava kada je reč o vodonikovom atomu.

Drugi Borov postulat omogućava kvantno tumačenje apsorpcije svetlosti. Naime, kada se atomu dovodi energija spolja, elektron se penje na neku višu putanju, kada kažemo da je atom doveden u ekscitovano stanje. Elektron sada ima veću energiju jer kruži po svojoj orbiti sa većom energijom. Apsorbovani foton je, na osnovu Zakona o održanju energije dat razlikama u energijama jedne i druge orbite:

$$h\nu = E_k - E_m \quad (\text{XXIII}, 2a).$$

Poređenje ove i jednačine XXIII, 2, lako se uočava da su procesi emisije i apsorpcije suprotno "orijentisani".

Računski primer: Izračunati talasnu dužinu svetlosti koju emituje vodonikov atom pri prelazu elektrona sa višeg na niži nivo, ako je smanjenje energije iznosilo 5 eV.



Sl. 185

Rešenje: Na osnovu relacije XXIII,3, imamo da je:

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{5 \cdot 16 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 2,48 \cdot 10^{-7} \text{ m},$$

odnosno: $\lambda = 0,248 \text{ } \mu\text{m} \approx 0,25 \mu\text{m}$.

23.2. Radijusi i brzine elektrona u stacionarnim stanjima

Na osnovu prvog Borovog postulata mogu se izračunati kako radijusi mogućih putanja tako i brzine elektrona kada je atom u stacionarnom stanju.

Da bismo to izračunali, treba poći od relacije

$mvr = n \frac{h}{2\pi}$, koja kaže da se elektron kreće po datoj putanji radijusa r , gde je centrifugalna sila elektrona jednaka Kulonovoj privlačnoj sili između elektrona i jezgra: $F_c = F_q$, odnosno:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi \cdot \epsilon_0 r^2}$$

Ako se oslobodimo brzine u drugoj jednačini, zamenom iz one gornje, dobićemo da je radijus date putanje

$$r = n \frac{h^2 \epsilon_0}{m e^2} \quad (\text{XXIII,4}).$$

Iz poslednje jednačine izlazi da su radijusi datih orbita proporcionalni kvadratu glavnog kvantnog broja (n^2), jer su sve druge veličine u gornjem obrascu konstantne. Dakle, radijusi se imaju kao kvadrati broja n :

$$r_1:r_2:r_3:\dots = n_1^2:n_2^2:n_3^2:\dots,$$

tj.

$$r_1:r_2:r_3:\dots = 1:4:9:\dots$$

Ovakav odnos radijusa nije dat na prethodnoj slici iz tehničkih razloga, jer bi slika morala da bude znatno veća.

Brzina elektrona po datoj orbiti isto tako može da se izračuna pomoću istih jednačina samo se sada eliminiše radijus r , umesto y , pa imamo da je

$$v = \frac{e^2}{2\pi n h} = \frac{1}{n} \frac{e^2}{2\epsilon_0 h} \quad (\text{XXIII,5}),$$

odakle se uočava da je brzina elektrona obrnuto srazmerna kvantnom broju n . Dakle, na višim putanjama brzine su manje.

Najzad, istaknimo kao informaciju da je Zomerfeld samo tri godine kasnije (1916. godine) modifikovao Borov planetarni model atoma uvodeći pored kružnih i eliptične orbite elektrona. Na taj način Zomerfeld je još više približio model atoma Sunčevom planetarnom sistemu.

Računski primer: Izračunati radijus prve orbite i brzinu elektrona u atomu vodonika. Radijus r_1 prve orbite može da se izračuna na osnovu relacije XXIII,4, jer je

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{4\pi^2 m} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1^2 (6,62 \cdot 10^{-34})^2}{3,14 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ m}},$$

odnosno

$$r_1 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 5,3 \cdot 10^{-2} \text{ nm} = 53 \text{ pm}.$$

Sada se lako može izračunati radijus i svake druge, više putanje, jer je:

$$r_2 = n^2 \cdot 53 \text{ pm} = 4 \cdot 53 \text{ pm} = 212 \text{ pm}$$

a za treću putanju imamo da je

$$r_3 = 3^2 \cdot 53 \text{ pm} = 9 \cdot 53 \text{ pm} = 477 \text{ pm}, \text{ itd.}$$

Brzina elektrona po prvoj putanji vodonikovog atoma može se izračunati na osnovu obrasca XXIII,5, pa imamo

$$v_1 = \frac{e^2}{2\epsilon_0 n \cdot h} = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ m/s}},$$

odnosno

$v_1 = 2,18 \cdot 10^2 \text{ m/s}$, što znači da brzina elektrona na prvoj putanji iznosi 2180 km/s. To je relativno mala brzina kada je reč o brzinama nuklearnih deliĉa i slobodnih elektrona. Medjutim, lako se može izračunati da je ta brzina vrlo mala u odnosu na brzinu prostiranja svetlosti u vakuumu. Poređenjem sa brzinom svetlosti izlazi da je brzina elektrona na toj putanji u atomu vodonika 173 puta manja.

23.3. Energija elektrona u atomu

Kretanje elektrona po kružnoj putanji oko vodonikovog jezgra može biti stabilno ukoliko se centrifugalna sila (F_C) uravnotežava sa Kulonovom silom (F_K) koja se javlja izmedju jezgra i elektrona. Odavde izlazi da Kulonova sila igra ulogu centripetalne sile kod kružnih kretanja. Uslov za ravnotežu je $F_C = F$, odakle zamenom dobijamo sledeću relaciju:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad (\text{XXIII,6}).$$

Navedena relacija važi za vodonikov atom, gde se javlja sistem od dva tela (proton i elektron). Medjutim, moralo se naći rešenje i za druge atome, gde imamo više protona u jezgru i više elektrona na putanjama, što prelazi u problem više tela koji ni do danas nije rešen. Zato se uzima jezgro datog atoma i samo jedan elektrona sa putanje. Takav sistem "liĉi"

na vodonikov atom s tom razlikom što sada imamo naelektrisanje u jezgru koje iznosi Ze , gde je Z - broj protona u jezgru, odnosno redni broj elemenata u periodnom sistemu. Za takav sistem uslov za ravnotežu bio bi:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2} \quad (\text{XXIII, 6a}).$$

Posle ovih zaključaka može se preći na razmatranje energije elektrona u električnom polju. S obzirom na to da se elektron kreće u polju, to očigledno poseduje i kinetičku i potencijalnu energiju.

Kinetička enrgija iznosi $E_k = \frac{1}{2}mv^2$. Zamenom proizvoda mase elektrona i kvadrata brzine iz prethodne ralacije, imaćemo da je kinetička energija jednaka:

$$E_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{2r} \quad (\text{XXIII, 7}).$$

Potencijalna energija je energija u polju jezgra. Da bi se dao njen obrazac neophodno je pre svega odrediti nulti, ili početni nivo u odnosu na koju se računa potencijalna energija. Po teoriji fizičkog polja, nulti nivo je u beskonačnosti (za $r \rightarrow \infty$), kada je potencijalna energija jednaka nuli ($E_p = 0$). Na svakom konačnom rastojanju elektrona od jezgra, elektron bi imao manju energiju (porediti ovo sa potencijalnom energijom tela u gravitacionom polju). Otuda logičan zaključak da elektron ima maksimalnu potencijalnu energiju kada je samo na beskonačno velikom rastojanju od jezgra. Pošto je maksimalna energija jednaka nuli, nije nikakvo čudo što se energija elektrona u atomu uzima sa znakom minus ("negativna energija"). Uzgred navodimo da znak minus praktično nema nikakvo fizičko značenje.

Analogno obrascu za potencijalnu energiju u gravitacionom polju, ovde se može napisati da je:

$$E_p = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} \quad (\text{XXIII, 8}).$$

Poredimo li obrasce za potencijalnu i kinetičku energiju, uočićemo da je potencijalna energija dva puta veća od kinetičke, s obzirom na dvojku u imeniocu. Zato će ukupna (totalna) energija elektrona na n-putanji, koja je jednaka zbiru potencijalne i kinetičke energije, biti sa negativnim znakom:

$$E = E_p + E_k = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{2r}$$

odnosno:

$$E = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{2r} \quad (\text{XXIII, 9}).$$

Dakle, ukupna energija elektrona jednaka je kinetičkoj energiji elektrona sa negativnim znakom. Što se tiče znaka minus ostaje da i ovde konstatujemo kako to nema posebno fizičkog

značenja, ako se ima u vidu da je nulti nivo za potencijalnu energiju u krajnjoj liniji uzet proizvoljno, odnosno dogovoreno.

Gornja relacija za ukupnu energiju elektrona može se napisati i drukčije, ako se poluprečnik putanje zameni relacijom XXIII,4, uzevši u obzir redni broj Z za sve atome. Tada se dobija sledeća jednačina:

$$E_n = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{2r} = - \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \quad (\text{XXIII}, 10).$$

Posledna relacija pokazuje da ukupna energija elektrona na orbiti zavisi od glavnog kvantnog broja n , tj. od broja putanje i to tako što energija u apsolutnom iznosu opada sa kvadratom broja n . S obzirom na znak minus u jednačini, energija faktički raste. Dakle, gornja relacija daje energiju na n -toj putanji. Na nekoj nižoj putanji gde je $n = k (n > k)$, ukupna energija imaće neku drugu vrednost:

$$E_k = - \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{k^2 h^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \quad (\text{XXIII}, 11).$$

Razlika u energijama na ovim putanjama, na osnovu drugog Borovog postulata, nije ništa drugo nego energija fotona koji atom zrači kada elektron pada sa više na nižu putanju $(h\nu) = E_n - E_k$, pa imamo relaciju:

$$h \cdot \nu = - \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2 (4\pi\epsilon_0)^2} + \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{k^2 h^2 (4\pi\epsilon_0)^2} = \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Oдавde je frekvencija emitovanog zračenja fotona:

$$\nu = \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{h^3 (4\pi\epsilon_0)^2} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{XXIII}, 12).$$

Uzmemo li ovu jednačinu za vodonikov atom, onda se mora staviti da je $Z = 1$, pa jednačina dobija sledeći oblik:

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3 (4\pi\epsilon_0)^2} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{XXIII}, 13).$$

Tako je dobijena jednačina za izračunavanje frekvencije monohromatskog zraka kojeg emituje vodonikov ato.

Računski primer: Izračunati ukupnu energiju elektrona koji se kreće po prvoj putanji vodonikovog atoma.

Pošto je ovde $Z = 1$, i $n = 1$, na osnovu relacije XXIII,13 imamo da je E_1 :

$$E_1 = - \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2 (4\pi\epsilon_0)^2} = \frac{2 \cdot (3,14)^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (1,6 \cdot 10^{-19})^4}{(6,62 \cdot 10^{-34})^2 (4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12})^2} \text{ J}$$

odnosno,

$$E_1 = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}.$$

Pošto se energija u atomskoj fizici daje mnogo češće u elektronvoltima, to prevodjenjem ($1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$) dobijamo energiju u elektronvoltima:

$$E_1 = \frac{2,17 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eV} = \frac{21,7}{1,6} \text{ eV} = 13,6 \text{ eV}.$$

Dakle, energija koju ukupno ima elektron dok se kreće po prvoj putanji oko vodonikovog jezgra, iznosi 13,6 elektronvolti.

23.4. Borova teorija i Ridbergova konstanta

Borova teorija je sjajno potvrđjena na spektralnim serijama vodonikovog atoma na taj način što su se izračunate vrednosti za frekvencije i talasne dužine pojedinih linija po jednačini XXIII,13 dobro slagale sa eksperimentalno dobijenim vrednostima, koje su ranije dobijene. Naime, Balmer je još 1885. godine, kada se ništa nije znalo o strukturi atoma, dao jednostavnu formulu zakonitosti redjanja linija po talasnim dužinama, Pošto je prvi otkrio tu spektralnu seriju (sa linijama H_α , H_β , H_γ i druge, sl. 178), dobila ime Balmerova serija. Empirijska formula za Balmerovu seriju ima sledeći oblik:

$$\nu = c \cdot R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (\text{XXIII}, 14),$$

gde su c - brzina svetlosti, R , tzv. Ridbergova konstanta, n -broj veći od dva, a to znači 3, 4, 5 itd. a ν - frekvencija emitovane svetlosti. Balmerova serija počinje sa H_α -linijom čija je talasna dužina $\lambda = 6563 \text{ \AA}$, odnosno $0,656 \mu$.

Ridbergova konstanta je dobijena eksperimentalno i iznosi: $R = 109.677 \text{ cm}^{-1}$. Poređenjem jednačina za frekvenciju koje su dali Bor (XXIII,13) i Balmer empirijom (XXIII,14) ispadala da je Ridbergova konstanta po Boru jednaka:

$$R = \frac{2\pi^2 m \cdot e^4}{ch^3 (4\pi\epsilon_0)^2} \quad \text{XXIII}, 15).$$

Zamenom brojnih vrednosti za veličine na desnoj strani jednačine, dobiće se računaska vrednost za navedenu konstantu:

$$R = 109.737 \text{ cm}^{-1}.$$

Dobijena teorijska (računaska) vrednost na osnovu Borove teorije dobro se slaže sa empiriskom vrednošću koja je napred navedena. U stvari, i ta razlika je rezultat pretpostavke da je masa jezgra (proton) beskonačno velika u odnosu na elektron koji se kreće oko jezgra, kao i to da se jezgro nalazi u miru. Uzimajući u obzir kretanje jezgra i odnos mase elektrona i jezgra (m_e/m_j), dobija se Ridbergova konstanta koja je vrlo bliska njenoj empirijskoj vrednosti.

Na osnovu Borove teorije (relacija XXIII,13) mogu se

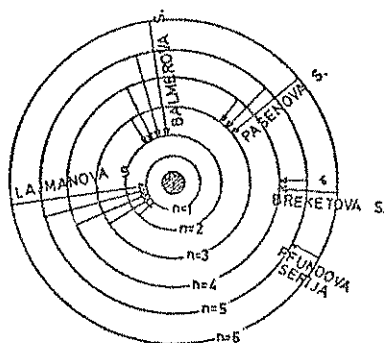
izračunati talasne dužine linija (svetlosnih zrakova) prve četiri linije (H_{α} i druge) ako se za k uzme 2 kao što je u Balmerovoj jednačini. U tabeli, koja se daje, lako se može uočiti velika saglasnost između eksperimentalno dobijenih i izračunatih vrednosti, za pomenute 4 linije:

Linija	Izračunate vrednosti	Eksperimentalne vrednosti
H_{α}	$6.562,08 \text{ \AA}$	$6.563 \text{ \AA}$
H_{β}	$4.860,80 \text{ \AA}$	$4.862 \text{ \AA}$
H_{γ}	$4.340,00 \text{ \AA}$	$4.341 \text{ \AA}$
H_{δ}	$4.101,36 \text{ \AA}$	$4.102 \text{ \AA}$

Oдавде logično proističe da je ovim Borova teorija najkonkretnije potvrđjena. Uzgred, uz ovo, navodimo da u vodonikovom spektru ima pet serija, tj. još 4 pored Balmerove, koja je prvo otkrivena. U zavisnosti od broja k , prva bi bila Lajmanova serija (gde je $k = 1$), sa formulom:

$$\nu = cR\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad \text{za } n = 2, 3, 4, \dots$$

Na sl. 186, vidi se da Lajmanova spektralna serija nastaje kada elektron prelazi sa viših putanja na prvu.



Sl. 186

Druga po redu jeste Balmerova serija, gde je $k = 2$, što znači da elektron prelazi sa viših energetskih stanja u energetsko stanje druge putanje:

$$\nu = cR\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad \text{za } n = 3, 4, 5, \dots$$

Zatim slede: Pašenova serija ($k = 3$):

$$\nu = cR\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right), \quad n = 4, 5, 6, \dots$$

Breketova serija ($k = 4$): $\nu = cR\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 5, 6, 7, \dots$ i

Pfundova serija ($k = 5$): $\nu = cR\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right)$, $n = 6, 7, 8, \dots$

Najzad, važno je ovde ukratko istaći da spektralne serije vodonikovog atoma mnogo "liče" na serije u spektrima alkalnih metala, s obzirom na to da oni imaju jedan spoljni elektron koji sam kruži po svojoj putanji. To isto važi kada se atomi sa dva spoljna elektrona jednom jonizuju.

Računski primer: Izračunati frekvenciju i talasnu dužinu zračenja koje emituje vodonikov atom pri prelazu sa četvrte na prvu putanju.

Za ovaj prelaz elektrona važi obrazac za Lajmanovu seriju, gde je $k = 1$:

$$\nu = cR\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s} \cdot 109677,6 \text{ cm}^{-1} \left(1 - \frac{1}{16}\right),$$

odnosno

$$\nu = 308,5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}.$$

Talasna dužina može se dobiti iz relacije $c = \lambda \nu$, pa imamo:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{10} \text{ cm/s}}{308,5 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}} = 9,72 \cdot 10^{-6} \text{ cm} = 97,2 \text{ nm}$$

Rezultat pokazuje da se radi o zraku koji pripada daljnjem ultraljubičastom području.

23.5. Rendgenski linijski spektri

Rendgenski zraci nastaju udarom brzih elektrona o površinu metala koja služi kao antikatoda. Proizvedeni rendgenski zraci mogu da se propuste kroz odgovarajući spektrometar pri čemu se dobija spektar, koji spada u vrstu kontinuiranih, odnosno neprekidnih spektara, što znači da se sastoji od zrakova najraznovrsnijih talasnih dužina. U ovaj kontinuirani, superponiran je linijski spektar, koji se sastoji od nekoliko oštih linija, kada se snimi na fotoploči.

Kontinuirani spektar nastaje kao posledica interakcije elektrona sa atomima antikatode, kada se brzi elektroni zadržavaju, pri čemu predaju svoju kinetičku energiju. Kako elektroni u tom procesu kočenja mogu da predaju energiju jednom atomu ili više njih, kvanti rendgenskog zračenja ($\epsilon = h\nu$) imaju različite energije, odnosno frekvencije, a otuda i različite talasne dužine. Tako postaje jasno otkuda kontinuirani

spektar pomenutog zračenja.

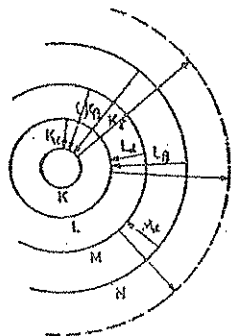
Linijski spektar nastaje u samom atomu (antikatođa) i isti je za dati element nezavisno od toga da li je antikatođa u čvrstom, tečnom ili gasovitom stanju, nezavisno od spoljnog pritiska. Zraci linijskog spektra su isti bilo da je antikatođa u vidu elementa ili nekog hemijskog jedinjenja u kome učestvuje dati element. Sve to pokazuje da su zraci linijskog spektra karakteristični za dati atom i njegovu strukturu i da nastaju u dubini atoma (u dubini elektronskog omotača).

Od značaja je istaći činjenicu da su talasne dužine reneuskog zračenja i hiljadu puta kraće od talasnih dužina vidljive svetlosti. U tom odnosu stoje i njihovi kvanti energije, tj. kvanti energije reneuskog zračenja ($\epsilon = h\nu$) hiljadu i više puta su veći nego kvanti za vidljivu svetlost. Logično je onda postaviti pitanje kakvi su to procesi u atomu koji omogućuje emisiju kvanta tako velike energije. Odgovor na to pitanje dao je Kosel, 1914. godine, samo godinu dana posle Borove teorije, tumačeći mehanizam nastajanja karakterističnog reneuskog zračenja.

Kosel je počeo od Borove teorije atoma, vodeći računa da se oko jezgra teških elemenata kreće nekoliko desetina elektrona tačno onoliko koliko je pozitivnih naelektrisanja u jezgru, tj. koliki je redni broj elementa u periodnom sistemu. Kosel je pri tome zanemario odbojne sile između elektrona a uzeo u obzir samo privlačno dejstvo između elektrona i jezgra. Odatle ispada kao da se elektroni kreću oko jezgra nezavisno od drugih elektrona. Energetski nivoi i frekvencije emitovanog zračenja mogu se dati pomoću Borove teorije (XXIII, 3). To je omogućilo Koselu da nastajanje reneuskog zračenja tumači slično nastajanju zračenja koje emituje vodonikov atom, stom razlikom što ovde, kod metala, kvantni prelazi mogu biti sa daleko većim promenama energije nego što je to slučaj u vodonikovom atomu, gde se kreće samo jedan elektron. Druga razlika odnosi se na uvođenje ljuske ili sloja umesto orbite (putanje), pa imamo K - ljusku ($n = 1$), L - ljusku ($n = 2$), M - ljusku ($n = 3$) i tako dalje.

U vezi sa tim, javlja se K - zračenje, L - zračenje, M - zračenje i drugo, koje se može protumačiti pomoću slike 187.

K - zračenje nastaje, po Koselu, pri prolazu elektrona na najniži energetski nivo sa kvantnim brojem $n = 1$ (u K - ljusku). Na taj nivo K - ljuske može pasti elektron sa viših energetskih nivoa, odnosno sa gornjih ljuski. Kako tih nivoa, odnosno ljuski ima više, proizvode se reneuski zraci



Sl. 187

sa različitim talasnim dužinama, koje obeležavamo sa K_α , K_β , K_γ i drugi. Zrak K_α nastaje pri prelazu elektrona sa L - na K - ljusku. K_β dobija se pri padu elektrona iz M - ljuske na istu K - ljusku. Posle toga postaje očigledno da je zrak K_γ nastao pri prelazu elektrona sa N - na K - ljusku.

L - zračenje imamo u slučajevima kada elektron prelazi sa nekog višeg energetskog nivoa na vivo L - ljuske. Prethodna slika dovoljno je rečita, pa nema potrebe objašnjavati postanak linija, odnosno zračenja M_α , M_β i drugih.

Sve što je rečeno odnosi se samo na mehanizam procesa. Međutim, atom treba prethodno pobuditi da bi mogao da emituje rendgensko zračenje. Pobuđjivanje se vrši na taj način što se energijom spolja (ubrzani elektron u cevi) podiže unutrašnji elektron na neki viši energetski nivo, tj. u neko više stacionarno stanje. Bez toga nema emisije, odnosno nema pada elektrona s obzirom da su sve ljuske popunjene potrebnim brojem elektrona dok je atom u stabilnom stanju. Na "upražnjeno" mesto prelazi elektron iz jedne ili druge ljuske sa većom energijom. Pri tome su moguće razne kombinacije. Naime, na upražnjeno mesto može da padne elektron sa prve gornje ljuske. Taj prelaz elektrona ostavlja novu "rupu" koju popunjava neki gornji elektron i tako to ide sve dok se atom ponovo ne dovede u stabilno stanje. Na taj način mogu se javiti svi karakteristični K - zraci, L - zraci i tako dalje. Treba podvući da je to i eksperimentalno dobijeno, što potvrđuje ispravnost Koselove teorije.

Najzad, navedimo eksperimentalnu činjenicu koju je uočio Mosli 1913. godine, da su talasne dužine karakterističnih zrakova obrnuto srazmerne kvadratu rednog broja elementa. To znači da elementi sa većim rednim brojem imaju K -, L -, M - i druge zrake sa kraćim talasnim dužinama. Kao primer mogu se uzeti elementi: gvoždje, telur i platina čiji se redni brojevi odnose kao $26:52:78 = 1:2:3$. Talasne dužine K - zračenja kod gvoždja, telura i platine iznose 0,18nm, 0,045nm i 0,02nm,

$$1,8:0,45:0,2 = \frac{1}{1^2}:\frac{1}{2^2}:\frac{1}{3^2},$$

gde su brojevi u imeniocu odnosi rednih brojeva pomenutih elemenata. Kosel je Moslijev zakon protumačio tako što je iskoristio Borovu jednačinu (XXIII,12) po kojoj je frekvencija (kod elemenata sa većim rednim brojem) srazmerna kvadratu rednog broja (Z^2) tog elementa. To je isto što i Mojslijev zakon koji kaže da je talasna dužina karakterističnog zračenja obrnuto srazmerna kvadratu rednog broja, s obzirom da frekvencija i talasna dužina stoje recipročno međusobno u relaciji ($C = \lambda\nu$), koja važi za sve vrste zračenja bez izuzetaka.

23.6. Zomerfeldova teorija eliptičnih putanja

Tri godine posle Borove teorije vodonikovog atoma, dakle 1916, godine, Zomerfeld je matematički putem poka-

zao na osnovu kvantne teorije da su u vodonikovom atomu moguće kako kružne, tako i eliptične putanje elektrona. Pri tome je kvantizirao i velike i male poluose tih elipsi. Po njemu, kružna putanja je samo specijalan slučaj eliptične putanje kada su poluose jednake. Odatle izlazi da je Zomerfeldovom teorijom proširena i uopštena Borova teorija atoma, zbog čega se danas zove još i Bor-Zomerfeldova teorija atoma.

Sa eliptičnim putanjama elektrona nastavljena je paralela između planetarnog Sunčevog sistema i atoma. Pri tome odmah treba podvući činjenicu da energija elektrona (bez obzira kakav je odnos velike i male poluose) zavisi samo od velike poluose. S obzirom na jednačinu za ukupnu energiju elektrona pri kružnom kretanju (relacija), energija elektrona (koji se kreće po elipsi) ima sledeću vrednost:

$$E = - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Z \cdot e^2}{2a} \quad (\text{XXIII}, 16),$$

gde je a - velika poluosa eliptične putanje. Velika poluosa, analogno poluprečniku kružne putanje (relacija XXIII,4), može imati samo određene vrednosti, naime i ona je kvantizirana:

$$a = n^2 \frac{h^2 \epsilon_0}{m \cdot e^2 4\pi} \quad (\text{XXIII}, 17).$$

Ako se vrednost a iz jednačine uvrsti u gornji izraz za energiju, dobiće se Borova relacija za energiju elektrona (jednačina XXIII,10) koja ima sledeći oblik:

$$E = - \frac{2\pi^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2 (4\pi\epsilon_0)^2} \quad (\text{XXIII}, 18).$$

Oдавде proističe zaključak da je energija elektrona ista, nezavisno od toga da li se kreće po krugu ili elipsi, pod uslovom da je isti kvantni broj n.

Za razliku od Borove teorije kružnih orbita, po Zomerfeldu treba uzeti dva kvantna broja radijalni kvantni broj n_r i azimutni kvantni broj n_ϕ . Glavni kvantni broj jednak je u ovom slučaju zbiru radijalnog i azimutnog kvantnog broja:

$$n = n_r + n_\phi.$$

Azimutni kvantni broj zove se još sporedni kvantni broj i po predlogu samog Bora označava se sa k.

Iz Zomerfeldove teorije proističu dva važna zaključka:

- 1) azimutni kvantni broj k može biti manji ili jednak glavnom kvantnom broju ($k \leq n$), i
- 2) mala poluosa (b) prema velikoj poluosi elipse (a) odnosi se kao kvantni broj k prema glavnom kvantnom broju:

$$a/b = k/n \quad (\text{XXIII}, 19).$$

Iz ove relacije izlazi da je azimutni kvantni broj na izvestan način mera za ekscentričnost elipse, a to znači mera za malu poluosu. Baš zbog toga isključena je vrednost $k = 0$,

jer se elipsa pretvara u pravu 2a. Elektron bi morao da prolazi kroz samo jezgro što je fizički nemoguće. Međutim, k može imati sve vrednosti (celi brojevi) od 1 do n , što znači da može imati onoliko vrednosti koliko iznosi glavni kvantni broj. Da bi se to shvatilo istaknimo prethodno činjenicu da je u atomskoj fizici usvojeno da svakom glavnom kvantnom broju n odgovara određena ljuska ili sloj, kako je to već dato prilikom tumačenja rendgenskih spektara (za $n = 1$, K - ljuska, za $n = 2$, L - ljuska i tako redom). Pošto kvantni broj k može imati onoliko vrednosti koliko iznosi broj n , korisno je to konkretno proučiti.

Za K - ljusku, gde je $n = 1$, kvantni broj k može imati samo vrednost jedan. To znači da je na osnovu relacije XXIII, 19. količnik k/n jednak jedinici, odakle izlazi da je $a = b$, što znači da se na prvom energetskom nivou elektron kreće po kružnoj putanji, kako je ranije i Bor postavio.

Za L - ljusku, gde je $n = 2$, a to znači drugi energetski nivo, k može biti 1 ili 2. Za $k = 1$, putanja elektrona je elipsa a za $k = 2$, kružna. To znači da se na drugom energetskom nivou javlja jedna kružna i jedna eliptična putanja.

Na trećem energetskom nivou, u M - ljusci, za $n = 3$, kvantni broj k može poprimiti vrednosti 1, 2 ili 3. Analogno prethodnim energetskim nivou, ovde nije teško zaključiti da postoje tri mogućnosti za putanju elektrona: jedna kružna (za $k = 3$) i dve eliptične (za $k = 1$ i $k = 2$).

Za četvrti energetski nivo ($n = 4$) imamo tri eliptične i jednu kružnu putanju. I tako redom. Pri tome treba naglasiti da kod eliptičnih putanja velika poluosa ostaje ista za sve mogućnosti, dok mala poluosa opada skokovito u zavisnosti od velike poluose.

Na kraju treba istaći da su Zomerfeldovom teorijom eliptičnih putanja (orbite), čije smo zaključke ukratko izneli objašnjeni izvesni efekti cepanja linija Balmerove serije u jakom električnom polju (štarkov efekt). To je bila još jedna potvrda stare kvantne teorije. Isto tako objašnjen je i Zemalov efekt i druge pojave u atomskoj fizici.

23.7. Magnetni moment elektronske orbite. Borov magnetnon

Borova teorija je u svom daljem razvoju došla do kvantovanja magnetnog momenta elektrona koji se kreće oko jezgra u datom atomu.

Magnetni moment nastaje usled kruženja elektrona oko jezgra pri čemu stvara kružne struje (struja u krupnom provodniku, kod solenoida, na primer). Pošto se oko provodnika, dok teče struja, javlja magnetno polje, nije nikakvo čudo što imamo magnetno polje elektronske orbite, čiji je magnetni moment dat relacijom:

$$M_m = I \cdot S^*$$

$$(XXIII, 20),$$

* Ovde se ne uzima u obzir koeficijent magnetne permeabilnosti u vazduhu (μ_0).

gde su: I - jačina struje proizvedene kruženjem elektrona, a S - zatvorena površina datom orbitom ($S = r^2\pi$). Jačina struje data je, analogno relaciji za struju ($I = q/t$), sledećom jednačinom: $I = e/T$, gde su e - naelektrisanje elektrona, a T - period kruženja elektrona po orbiti. S druge strane, T se može dobiti iz relacije za periferijsku brzinu elektrona ($v = 2\pi r/T$), odakle je $T = 2\pi r/v$. Zamenom u prethodnoj jednačini, dobija se obrazac za jačinu struje:

$$I = \frac{ev}{2\pi r},$$

koji se ubacuje u relaciju XXIII,20, pa imamo magnetni moment elektronske orbite u sledećem obliku:

$$M_m = \frac{ev}{2\pi r} r^2\pi = \frac{rv \cdot e}{2}.$$

Množenjem i deljenjem sa masom elektrona m , dobijamo da je

$$M_m = \frac{e}{2m} \cdot mvr.$$

Prema Barovom postulat u moment količine kretanja je kvantovan preko relacije $mvr = n \cdot h/2\pi$, pa se zamenom u prethodnoj jednačini za magnetni moment dobija:

$$M_m = n \frac{he}{4\pi m} \quad (\text{XXIII,21}).$$

Oдавде je jasno da magnetni moment elektronske orbite može imati samo diskretne vrednosti odredjene kvantnim brojem n . Najmanju vrednost imaće za $n = 1$, kada se magnetni moment obeležava sa M_B :

$$M_B = \frac{he}{4\pi m} \quad (\text{XXIII,22}).$$

To je Borov magneton, koji se može uzeti i kao elementarni kvant magnetnog momenta. Njegova brojna vrednost dobiće se zamenom odgovarajućih konstanti:

$$M_B = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{4 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = \frac{1059}{114,3} \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2,$$

odnosno

$$M_B / 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2 *).$$

Na kraju relacije XXIII,21 možemo napisati i u obliku

$$M_m = n \cdot M_B \quad (\text{XXIII,23}),$$

odakle se vidi da je magnetni moment elektronske orbite dat proizvodom kvantnog broja i Borovog magnetona. Uzgred da na-

* Jedinica za Borov magneton ($\text{A} \cdot \text{m}^2$) dobija se iz jedinica na levoj strani gornje jednačine:

$$\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{C} \cdot \text{kg}^{-1} = \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{C} \cdot \text{kg}^{-1} = \text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{C} \cdot \text{kg}^{-1} = \text{A} \cdot \text{m}^2.$$

vedemo da je Borov magneton u stvari magnetni moment vođoni-kovog atoma u osnovnom stanju, kada je kvantni broj jednak jedinici.

23.8. Prostorno kvantovanje. Magnetni kvantni broj

Bor-Zomerfeldova teorija govori o kretanju elektrona u ravni njihovih kružnih i eliptičnih orbita, ne vodeći računa kako su ravni tih orbita rasporedjene u prostoru. Prvobitna teorija Bora proučavala je vođonikov atom kao da su sve orbite elektrona u jednoj ravni i rezultati su bili dobri. Pokazalo se međjutim, da je za određivanje položaja elektrona u prostoru potrebno znati i prostornu orijentaciju njegove orbite oko jezgra. Tako je uvedeno tzv. prostorno kvantovanje.

Prostorno kvantovanje se svodi na kvantovanje momenta količine kretanja elektrona (momenta impulsa, kako se drukčije zove moment količine kretanja) i njegove projekcije na određeni pravac. Taj pravac može biti pravac ose magnetnog polja koje spolja deluje na atom, s obzirom na to da postoji magnetni moment elektronske orbite. Fizičari Debaj i Zomerfeld utvrdili su 1916. godine teorijskim putem prostorno kvantovanje magnetnih momenata atoma u magnetnom polju. U tom cilju uveli su još jedan kvantni broj, tzv. magnetni kvantni broj, obeležen sa m_l . To je treći kvantni broj (prvi je glavni kvantni broj n , a drugi - azimutni ili bočni, odnosno sporedni kvantni broj k). Autori su teorijskim putem došli do jednačine koja daje vezu između magnetnog i azimutnog kvantnog broja:

$$\frac{m_l}{k} = \cos \alpha \quad (\text{XXIII}, 24),$$

gde je α - ugao između pravaca momenta količine kretanja i magnetne ose (magnetnog polja). Iz jednačine izlazi da je kosinus ugla, odnosno sam ugao, kvantovana veličina, s obzirom na to da je dat količnikom dva kvantna broja. To dalje znači da prostorno kvantovanje momenta količine kretanja zavisi kako od magnetnog tako i azimutnog kvantnog broja.

Na osnovu pomenute teorije Debaja i Zomerfelda izlazi da magnetni kvantni broj može imati sve vrednosti između $-k$ i $+k$, naime:

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \pm k \quad (\text{XXIII}, 25).$$

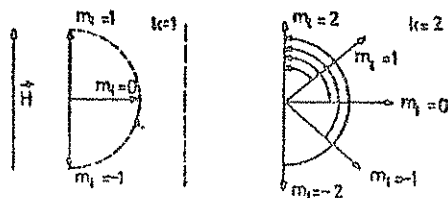
Gornji zaključci (relacije XXIII, 24 i XXIII, 25) omogućuju da konkretno objasnimo prostorno kvantovanje momenta elektronske orbite.

Donja tabela daje brojne vrednosti za magnetni kvantni broj za $k = 1$ i $k = 2$:

k	m_l	cos α	α
1	+1	1	0°
	0	0	90°
	-1	-1	180°
2	2	1	0°
	1	1/2	60°
	0	0	90°
	-1	-1/2	120°
	-2	-1	180°

Tabelarni pregled dat je ovde samo za dve vrednosti k , mada može i za druge, veće vrednosti, jer je očigledno kako dalje ide. Gornje tabelarne vrednosti mogu se predstaviti i vektorski, ako se uzme i smer spoljašnjeg magnetnog polja (vertikalno naviše), kako je pokazano na sl. 188.

Za $k = 1$, dobijene su tri orijentacije: paralelna sa poljem, normalna na pravac polja i antiparalelna polju. U zavisnosti od toga imamo uglove 0°, 90° i 180°. Za $k = 2$ jasno se vidi da pored onih za $k = 1$, imamo još dve orijentacije od 60° i 120° u odnosu na pravac magnetnog polja. Ako



Sl. 188

bismo dalje išli sa vrednostima k , videli bismo da za $k = 3$, imamo 7 orijentacija i tako redom, uvek neparan broj orijentacija u prostoru.

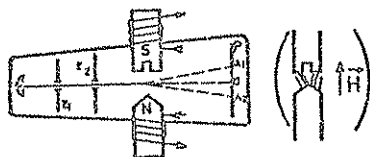
Na osnovu navedenog moglo se zaključiti da su prema kvantnoj teoriji dozvoljeni oni pravci momenta količine kretanja elektrona u atomu, čije su projekcije na magnetnoj osi celi brojevi (m_l) elementarnog kvanta ($h/2\pi$)

$$p_\varphi = m_l \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (\text{XXIII}, 26),$$

gde je p_φ , projekcija momenta količine kretanja ili impulsa obrtanja. Tako je, u kvantnoj teoriji Bora i Zomerfelda, 1916. godine, bilo poznato 3 kvantna broja: n (glavni kvantni broj), k (azimutni kvantni broj ili sporedni kvantni broj) i m_l (magnetni kvantni broj).

23.9. Spin elektrona

U želji da eksperimentalno potvrde prostorno kvantovanje, Štern i Gerlah izveli su 1922. godine jedan interesantan i relativno jednostavan ogled. Aparatura se sastojala od jedne cevi sa visokim vakuumom i magnetnim polovima (van cevi) specijalnog oblika kako bi se dobilo nehomogeno magnetno polje (sl. 189). Na levoj strani nalazi se srebrna



Sl. 189

kuglica koja je jako zagrevana, zatim dva zaklona Z_1 i Z_2 sa vrlo uskim prerezima i staklena ploča P. Pri zagrevanju srebrne kuglice, dolazi do usijanja, kada srebro isparava. Atomi srebra prolaze kroz prozore na zaklonima i prolaze kroz nehomogeno magnetno polje. Kada nema polja atomi srebra kreću se pravolinijski i padaju na ploču u tački 0 (ploča je hladna i atomi srebra

odmah se kondenzuju, zaustavljaju na istoj ploči i obrazuju trag). Drukčije stvar stoji kada atomi srebra prolaze kroz nehomogeno magnetno polje. Tađa se snop atoma srebra cepa na dva dela podjednakog intenziteta i padaju na ploču u tačkama A_1 i A_2 . To pokazuje da su atomi srebra, pri prolazu kroz takvo magnetno polje skrenuli sa svog provobitnog pravca za određeni ugao na jednu i drugu stranu. To, dalje, pokazuje da su uglovi pod kojim su skrenuli atomi srebra, na jednu i drugu stranu, određene kvantovane veličine. S obzirom na relaciju iz prošlog člana, postaje očigledno da se atomi srebra pri prolazu kroz magnetno polje postavljaju tako da su im magnetni momenti orijentisani paralelno ili antiparalelno u odnosu na smer magnetnog polja. Pošto na ploči u tački 0 nije bilo nikakvih tragova, ispađa da se magnetni momenti atoma srebra nisu mogli postaviti normalno na pravac magnetnog polja.

Dobijeni rezultati na taj način potvrđuju prostorno kvantovanje. To s jedne strane. S druge strane, takvi rezultati pokazuju da se snop atoma srebra cepa u dva a ne tri uska snopa. Zato je ostalo da se reši, odnosno objasni ta eksperimentalna činjenica. Uzgred navodimo da su Štern i Gerlah izveli iste eksperimente i sa drugim jednovalentnim atomima kao što su vodonik, litijum, natrijum, kalijum, bakar i zlato.

Da bi objasnili razliku izmedju teorijskih zaključaka i eksperimentalnih rezultata Šterna i Gerlaha, fizičari Ulenbek i Goudšmit postavili su hipotezu o postojanju sopstvenog momenta elektrona. To znači da se elektron, pored kretanja po orbiti, obrće oko svoje, sopstvene ose. Pošto se elektron obrće oko svoje ose mora da poseduje i sopstveni mehanički momenat. Isti elektron ima i sopstveni magnetni moment,

s obzirom na to da rotira naelektrisanu česticu. Hipoteza o obrtanju elektrona oko svoje ose potpuna je analogija atoma kao sistema sa Sunčevim planetarnim sistemom. Moment impulsa (moment količine kretanja) elektrona zove se sopstveni mehanički moment ili kraće spin elektrona.

Prema hipotezi Goudšmita i Ulenbeka, mehanički moment elektrona (M_s) iznosi:

$$M_s = \frac{1}{2} \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (\text{XXIII}, 27),$$

tj. polovinu od Borovog kvanta ($h/2\pi$). Goudšmit i Ulenbek su, dalje, pretpostavili da je sopstveni magnetni moment elektrona jednak Borovom magnetonu M_B :

$$M_B = \frac{he}{4\pi m},$$

što je Štern-Gerlahovim eksperimentima bilo sjajno potvrđeno.

Kvantni broj spina, koji ćemo obeležiti sa m_s , na osnovu relacije XXIII, 27, iznosi $1/2$, budući da se gornja jednačina može napisati i u obliku:

$$M_s = m_s \cdot \frac{h}{2\pi} \quad (\text{XXIII}, 28).$$

To je kvantni uslov za sopstveni mehanički moment elektrona. Pošto je na ploči u Štern-Gerlahovom ogledu bilo samo dva traga, ostaje da se zaključiti da kvantni broj spina ima samo dve vrednosti $+1/2$ i $-1/2$, pa možemo da napišemo i kvantni broj spina m_s :

$$m_s = \pm \frac{1}{2} \quad (\text{XXIII}, 29).$$

Dakle, spin može biti paralelan i antiparalelan u odnosu na smer magnetnog polja, pa otuda znaci minus i plus u prethodnoj jednačini. Kvantni broj spina je četvrti kvantni broj uz ona tri data u prethodnim članovima.

23.10. Nedostaci Borove teorije. Talasna mehanika

Borova teorija vodonikovog atoma, sa kojom faktički počinje proučavanje strukture atoma, značila je mnogo u oblasti mikroprocessa. Borovom kvantnom teorijom dobro se objašnjavaju linijski spektri i spektralne serije kako vodonika tako i svih onih elemenata sa jednim elektronom na spoljnoj orbiti, koji su "slični" vodoniku. Dobijena je teorijskim putem Ridbergova konstanta čija se brojna vrednost vrlo dobro slaže sa empirijskom vrednošću. Zahvaljujući Borovoj teoriji i njegovim postulatima i danas se koriste stacionarna stanja, energetski nivoi i ljuske, odnosno slojevi. Na osnovu Borove teorije mogu se izračunati i frekvence i talasne dužine emitovanog kvanta, odnosno zračenja. Dakle, to su

sve pozitivni rezultati.

Medjutim, Borova teorija je, i pored nesumnjivih pozitivnih rezultata, nailazila na sve veće teškoće u svom daljem razvoju i na sve veće protivurečnosti.

Prva teškoća sastoji se u tome što ne ulazi u proces zračenja emisije elektromagnetnih talasa već uzima u obzir samo početak i kraj toga procesa, imajući u vidu energetske nivoe, odnosno orbite.

Druga teškoća odnosi se na intenzitet spektralnih linija, odnosno intenzitet emitovanog zračenja.

Dalje, Borovom teorijom nije se mogao objasniti spektar atoma helijuma koji na prvoj putanji ima dva elektrona. Zatim, Borova teorija nikako nije mogla da objasni spektre složenih atoma, a pogotovu dublete i triplete kod spektralnih linija koje su rezultat neverovatno malih razlika u energijama koju sobom nose emitovani zraci.

Zato je došlo do traženja novih puteva u teorijskoj fizici, odnosno kvantnoj teoriji na sasvim drugim osnovama iskristivši dualističku prirodu svetlosti. Reč je o tome da se svetlost ponaša i kao talas i kao korpuskula (foton) koja ima određenu energiju, brzinu, masu i impuls. Kod fotoefekta svetlost se ponaša kao korpuskula a kod interferencije, polarizacije i difrakcije kao talas. Otuda i dualizam. Koristeći to kao ideju, de Brojli je pretpostavio da dualizam mora da važi i za elektron, odnosno za svaku mikročesticu. To znači da analogno talasnoj optici za svetlost, mora da postoji talasna mehanika, koja se može primeniti i na proučavanje pojava u atomu. De Brojli je počeo od toga da svakoj čestici u kretanju odgovara izvestan talas. Najjednostavniji primer bio je sa fotonom za koji važi Ajnštajnova relacija $E = h\nu$, i koji ima masu $E = m \cdot c^2$. Pošto je reč o istoj energiji E , vidi se da je energija, koja predstavlja korpuskularnu karakteristiku svetlosti, vezana za frekvenciju talasa, što znači da je vezana za talasnu karakteristiku svetlosti. Izjednačimo li te energije, imaćemo da je masa fotona (m_f):

$$m_f = \frac{h\nu}{c^2} \quad (\text{XXIII}, 30).$$

Zamenom frekvencije sa talasnom dužinom, koristeći relaciju $c = \lambda\nu$, dobiće se sledeća jednačina:

$$m_f = \frac{h}{c\lambda} \quad (\text{XXIII}, 30a).$$

Ova jednačina pokazuje da se može izračunati masa fotona, dok se kreće brzinom svetlosti. Treba odmah reći da foton, za razliku od drugih mikročestica, nema masu u mirovanju, odnosno da je njegova masa u miru jednaka nuli ($m_0 = 0$). Pošto se fotoni ponašaju kao čestice, oni imaju i svoj impuls, odnosno količinu kretanja $p_f: p_f = m_f \cdot c$. Ako se to zameni u jednačini XXIII, 30, dobiće se:

$$p_f = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \quad \text{ili}$$

$$\lambda = h/p_f$$

(XXIII, 31).

Poslednja jednačina daje kvantitativnu vezu između talasne dužine (λ) i impulsa (p_f), koji karakteriše foton kao česticu (korpuskulu). Dakle, talasna dužina svetlosti data je količnikom Plankove konstante i količine kretanja fotona p_f .

Ono što je bilo od istorijskog značaja u daljem razvoju teorije jeste da Broilijev stav da gornja relacija ima univerzalni karakter za talasne procese kod čestica čija je masa u miru m , a brzina kretanja v koja je manja od brzine svetlosti. Pošto je $p = mv$, gornja relacija dobija sledeći uopšteni oblik:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p}$$

(XXIII, 32).

To je ona poznata da Broilijeva relacija za dualističku prirodu supstancije sa kojom je počela talasna mehanika.

Austrijski fizičar Šredinger je na osnovu eksperimentalnih podataka, koji potvrđuju kvantnu prirodu svetlosti i talasna svojstva elektrona, teorijski obradio zakone kretanja elektrona u atomu. Pri tome je potpuno odbacio predstavu o elektronskim orbitama u atomu. Zato je i mogao da uzme za bočni kvantni broj k vrednosti nulu i sve one vrednosti do $n-1$, što se kosi sa Borovom teorijom, koja isključuje mogućnost da azimutni kvantni broj (k) ima vrednost jednaku nuli, jer bi to značilo da elektron prolazi kroz jezgro. Međutim, ovde, u talasnoj mehanici, takva mogućnost je sasvim realna, pa bočni kvantni broj može imati sledeće vrednosti (koji se danas obeležava sa l):

$$l = 0, 1, 2, 3, 4, \dots (n-1).$$

Ispostavilo se da sa takvim teorijskim zaključcima mogu da objasne stanja i položaji elektrona u mnogoelektronskim atomima. Danas se bočni kvantni broj l zove orbitalni kvantni broj.

Računski primer: Kolika je talasna dužina koja odgovara elektronu u vodonikovom atomu na prvoj orbiti, ako je njegova brzina kretanja $v = 2,18 \cdot 10^6 \text{ m/s}$? Plankova konstanta ima vrednost: $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

Talasna dužina de Broilijevih talasa pomenutog elektrona, na osnovu relacije XXIII, 32, iznosi:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 2,18 \cdot 10^6 \text{ m/s}} = 3,33 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,333 \text{ nm}.$$

Dobijeni rezultat pokazuje da je talasna dužina merljiva i da je eksperimentalno dobijena 1927. godine pomoću difrakcije elektrona.

23.11. Kvantni brojevi i Paulijev princip

Stanje elektrona u mnogoelektronskom atomu, na osnovu kvantno-talasne fizike, može se odrediti pomoću četiri kvantna broja:

- n - glavni kvantni broj
- l - orbitalni kvantni broj
- m_l - magnetni kvantni broj, l
- m_s - kvantni broj spina.

Ponovimo ovde već poznate činjenice koje smo napred naveli da glavni kvantni broj može imati sve prirodne vrednosti brojeva ($n = 1, 2, 3, 4, \dots$), orbitalni kvantni broj $l = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$, magnetni kvantni broj sa vrednostima: $m_l = l, l-1, l-2, \dots, 1, 0, -1, -2, \dots, -(l-1), -l$, l kvantni broj spina m_s koji može imati $1/2$ i $-1/2$.

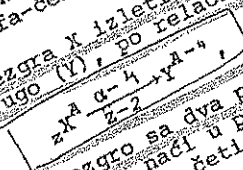
Navedenim kvantnim brojevima mogu se odrediti stanja elektrona u svim atomima pod uslovom da se zanemare odbojna dejstva između elektrona u samom atomu. Ključ za rešavanje pitanja rasporeda elektrona dao je austrijski fizičar Pauli 1925. godine, koji je postavio da u jednom atomu ne mogu postojati dva elektrona koji imaju ista sva četiri kvantna broja. To znači da se u jednom atomu samo jedan elektron može naći u određenom kvantnom stanju sa 4 vrednosti kvantnih brojeva. Otuđa izlazi da dva elektrona mogu imati najviše tri ista kvantna broja, jer jedan mora biti sa različitim vrednostima. To ne znači da dva elektrona imaju isti samo jedan ili dva kvantna broja.

Paulijev princip zabrane potvrđen je i eksperimentalno, odakle proističe njegova neprocenjiva zasluga u izgradnji strukture elektronskog omotača kod svih elemenata do danas poznatih. Zato će svakako biti od koristi da vidimo raspored elektrona u atomima po ljuskama, idući po redosledu u periodnom sistemu elemenata.

1. $n = 2$	$l = 0$	$m_l = 0$	$m_s = +1/2$
2. $n = 2$	$l = 0$	$m_l = 0$	$m_s = -1/2$
3. $n = 2$	$l = 1$	$m_l = -1$	$m_s = 1/2$
4. $n = 2$	$l = 1$	$m_l = -1$	$m_s = -1/2$
5. $n = 2$	$l = 1$	$m_l = 0$	$m_s = +1/2$
6. $n = 2$	$l = 1$	$m_l = 0$	$m_s = -1/2$
7. $n = 2$	$l = 1$	$m_l = +1$	$m_s = +1/2$
8. $n = 2$	$l = 1$	$m_l = +1$	$m_s = -1/2$

Ovu (L-ljusk) popunjavaju elektroni elemenata po redu: bor, ugljenik, azot, kiseonik, fluor i neon. To znači da je poslednji element, neon, popunio svoju ljusku sa 8 elektrona. Pošto na prvoj ljuski ima 2 elektrona, to je kod neona ukupno 10 elektrona. Zato je njegov redni broj 10 (vidite tabelu koja je posebno data na predavanjima). Iz hemije je poznato da je neon inerten gas. Odatle se vidi da je ta inertnost vezana za popunjenu ljusku, ovde konkretno L-ljusk. Podsetimo se da

...da neutrona, 1932. godine, utvrđeno
 sastoji se iz dva protona i dva neutrona
 a činjenica pa nema potrebe o tome da
 o se alfa-čestica obeležava na sledeći
 na-
 (XXIV, 1),



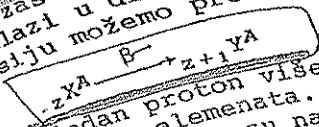
...da je novo jezgro sa dva protona manje. To dalje
 se se novi element naći u periodnom sistemu za dva
 o se masom manjom za četiri (Sodijsvo pravilo po-

...da je novo jezgro sa dva protona manje. To dalje
 se se novi element naći u periodnom sistemu za dva
 o se masom manjom za četiri (Sodijsvo pravilo po-
 alfa-čestice imaju vrlo veliko jonizaciono dejstvo pri
 u kroz datu sredinu. To se vidi upravo po tome što u
 (pod normalnim pritiskom na 1 cm proizvedu skoro
 100 pari ionova). Kako se pri svakoj jonizaciji molekula
 si određena energija, to je putanja alfa-čestice kroz
 duh relativno kratka najviše do 6 cm. Uostalom to zavisi
 početne energije same čestice pri likom izletanja iz jez-
 Beta-čestice su u stvari elektroni koji se ne po čemu
 razlikuju od onih elektrona koji kruže oko jezgra u ato-
 mu. Njihove brzine, pri izletanju iz jezgra, mogu da budu
 vrlo velike, pa čak bliske brzini svetlosti. Međutim, zbog
 male mase (koja je za 7.400 puta manja od alfa-čestice) ima-
 ju daleko manju jonizacionu moć od alfa-čestica. Načuna se
 da na putu od 1 cm kroz vazduh, pod normalnim pritiskom, pro-
 izvedu oko 100 pari ionova.

Nasuprot brzoi identifikaciji beta-čestica, dugo se ni-
 je znalo šta se događa u jezgru radioaktivnog elementa za
 vreme same emisije elektrona. Od nedavno, proces se tumači
 konverzijom neutrona u proton i elektron:

$$n \rightarrow p + e^-$$

 Dakle, neutron emituje elektron (beta-česticu) pri čemu pre-
 lazi u proton koji ima nadelektrisanje od jednog pozitrona.
 Tada je postalo jasno zašto jedan radioaktivni element, po-
 sle beta-emisije, prelazi u drugi sa rednim brojem većim z
 jedan. Zato beta-emisiju možemo predstaviti sledećom jedn-
 cinom:



gde novi element ima jedan proton više, zbog čega se pom-
 udesno u periodnom sistemu elemenata. Atomska masa je i
 obzirom na masu elektrona u odnosu na proton.
 * Broj s leve donje strane daje broj protona u j
 redni broj elemenata u periodnom sistemu, a br
 atomsku masu elemenata.

Gama-zraci su elektromagnetne prirode, sa područjem talasnih dužina od 0,1nm, što se može videti u skali elektromagnetnih talasa. Njihovi fotoni imaju vrlo velike energije zbog vrlo visoke frekvencije. Jonizaciona moć gama-zračenja je daleko manja od iste kod beta-čestica, zbog čega su vrlo prodorni. Zato lako prolaze kroz sloj olova debljine 1 preko 20 cm, što nikako nije slučaj sa alfa- i beta-česticama.

140 102 24.2. Zakon radioaktivne dezintegracije *

Radioaktivni elementi tokom vremena emituju sve slabije svoje zračenje, što je očigledno obzirom da je sve manji broj jezgara koja nisu emitovala alfa- ili beta-česticu. Kod nekih se to teško može eksperimentalno da uoči, na primer kod urana, dok se kod drugih (radon, na primer) to može lako da registruje. Zato je bilo od značaja videti kako opada broj nedezintegriranih jezgara tokom vremena u odnosu na prvobitni broj. S obzirom na to da je uvek reč o vrlo velikom broju jezgara, odnosno atoma, može se postaviti diferencijalna jednačina za broj dezintegriranih jezgara za vreme dt . Naime, broj dezintegriranih jezgara dN po vremenu dt , upravo je srazmeran broju prisutnih jezgara koja nisu pretrpela dezintegraciju (emisiju alfa- ili beta-čestica):

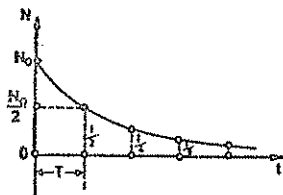
$$dN = -\lambda N dt,$$

gde je λ - konstanta proporcionalnosti, različita za razne radioaktivne elemente, znak minus govori da pozitivnom vremenu dt odgovara smanjenje broja N , pa je dN negativno.

Navedena gornja diferencijalna jednačina može da se integrirati, jer je

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt.$$

Granice za određeni integral mogu da se dobiju iz početnih uslova. Naime, u trenutku $t = 0$, bilo je N_0 nedezintegriranih jezgara. Ostalo je N jezgara posle vremena t , tako da imamo sledeći integral:



odakle dobijamo

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt,$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t,$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (\text{XXIV}, 4).$$

Sl. 190

Dakle, broj nedezintegriranih jezgara N opada eksponencijalno sa vremenom, što predstavlja zakon radioaktivne dezintegracije pri kojoj jezgra emituju alfa- ili beta-čestice.

Gama-zračenje javlja se uvek kao pratilac jedne ili druge emisije.

Na slici 190 dat je grafički prikaz zakona radioaktivne dezintegracije. Kriva raspadanja ili dezintegracije asimptotski se približava apcisi što pokazuje da će svi atomi dezintegrirati posle beskonačno dugog vremena.

24.3. Period poludezintegracije i radioaktivna konstanta

Za radioaktivne pojave karakteristične su sledeće veličine:

- period poludezintegracije,
- radioaktivna konstanta, λ
- srednji život.

Period poludezintegracije T predstavlja vreme za koje se dezintegrira polovina od prisutnih jezgara, odnosno atoma. Inače može se izračunati na osnovu zakona radioaktivne dezintegracije, ako se uzme da je broj nedezintegriranih jezgara sveden na polovinu od prvobitnog broja. Dakle za $t=T$, imaćemo da je $N = N_0/2$. Zamenimo li to u jednačini XXIV,4, dobićemo

$$\frac{N_0}{2} = N_0 \cdot e^{-\lambda T}, \text{ ili } -\ln 2 = -\lambda T,$$

odakle je

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (\text{XXIV,5}),$$

odakle se vidi da period T i radioaktivna konstanta λ , stoje međusobno recipročno.

Radioaktivna konstanta, po definiciji, predstavlja verovatnoću da će jedno jezgro pretrpiti dezintegraciju, tj. da će emitovati alfa- ili beta- česticu u toku jedne sekunde. Takva definicija proističe iz jednačine $dN = -\lambda N \cdot dt$ (znak minus izostavljen), odakle je

$$\lambda = \frac{dN}{N \cdot dt} \quad (\text{XXIV,6}),$$

gde dN/N predstavlja relativnu dezintegraciju ili verovatnoću. Daje se u sekundi na minus prvi (s^{-1}). Primera radi navodimo da je radioaktivna konstanta za radijum:

$$\lambda_{Ra} = 1,36 \cdot 10^{-11} s^{-1}.$$

Kada se poznaje radioaktivna konstanta može se za jedan radioaktivni izvor izračunati period poludezintegracije, i obrnuto. Tako se, zamenom radioaktivne konstante za radijum u jednačini XXIV,5, može dobiti njegov period poludezintegracije od 1615 godina.

Računski primer: Neki radioaktivni element ima period dezintegracije od 20 dana. Izračunati

- vreme potrebno da dezintegrira $3/4$ od prvobitnog broja, i
- radioaktivnu konstantu.

Rešenje:

- Na osnovu zakona radioaktivne dezintegracije imamo:

$$\frac{1}{4}N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \text{ a odatle } \ln 4 = \lambda t,$$

$$\text{odnosno: } t = \frac{\ln 4}{\lambda} \cdot T = 2 T = 40 \text{ dana.}$$

$$\text{b) } \lambda = \frac{0,693}{T} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} = 0,4 \text{ } \mu\text{s}^{-1}$$



24.4. Brzina radioaktivne dezintegracije i radioaktivna ravnoteža

Brzina radioaktivne dezintegracije govori o broju dezintegriranih jezgara u toku jedne sekunde. Zato se i daje diferencijalnim količnikom broja dezintegriranih jezgara i vremena:

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

(XXIV,7),

što se dobija iz diferencijalne jednačine za radioaktivne elemente. Odatle se vidi da brzina radioaktivne dezintegracije, ili aktivnost radioaktivnog izvora, zavisi kako od broja prisutnih jezgara, tako i od radioaktivne konstante. Naime, radi se o broju prisutnih jezgara koji nisu emitovali alfa- ili beta-čestice.

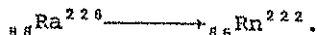
Jedinica za aktivnost radioaktivnog izvora, odnosno za brzinu radioaktivne dezintegracije u Međunarodnom sistemu jeste bekerel (1 Bq). Po definiciji,

bekerel je aktivnost radioaktivnog izvora u kome se odigrava jedna dezintegracija u sekundi. (1 Bq = 1 dezint/s).

Posle 1980. godine zvanično ne može da se koristi kiri, koja je bila prva jedinica za aktivnost radioaktivnog izvora. Jedinica je dobila ime u čast Marije Kiri, koja je zadužila celu oblast radioaktivnosti svojim brojnim otkrićima. Kiri je bila aktivnost jednog grama radijuma, koji emituje alfa-čestice. Tokom jedne sekunde gram radijuma emituje 37 milijardi alfa-čestica, što znači da je toliko jezgara radijuma dezintegriralo ($1 \text{ kiri} = 37 \cdot 10^9 \text{ Bq}$).

Sa brzinom radioaktivne dezintegracije usko je vezana tzv. radioaktivna ravnoteža. Naime, pokazalo se da ima više

radioaktivnih elemenata. Tako je za dvadesetak godina od ot-
krića urana, nadjeno preko 30 radioaktivnih elemenata. Pri
tome, bilo je utvrđeno da se potomak brže dezintegrira (ra-
spada) nego njegov predak. Od brojnih primera navodimo jedan:
radijum - radon:



Radijum(predak) ima period poludezintegracije 1615 godina,
a radon (potomak) približno 4 dana. Odatle se može izvući
logičan zaključak da će preci i potomci biti zajedno, jedan
uz drugi, jer se predak sporije dezintegriše. Posle izvesnog
vremena nastupiće tzv. radioaktivna ravnoteža, kada će pote-
mak dezintegrirati u istom broju koliko i njegov predak.
Drugim rečima, broj dezintegriranih jezgara potomka biće je-
dnaka broju "rođenih" potomaka od njegovog pretka. To, da-
lje znači da su im tada jednake brzine dezintegracije, pa
imamo sledeću jednačinu:

$$\frac{dN_{pr}}{dt} = \frac{dN_{po}}{dt} \quad (\text{XXIV}, 8).$$

Prethodna relacija može se i drukčije napisati, imaju-
ći u vidu prethodnu jednačinu (XXIV, 7):

$$\lambda_{pr} \cdot N_{pr} = \lambda_{po} \cdot N_{po} \quad (\text{XXIV}, 8a),$$

gde su λ_{pr} i λ_{po} - radioaktivne konstante pretka i potomka,
a N_{pr} i N_{po} - brojevi nedezintegriranih jezgara pretka i po-
tomka. Odatle se vidi recipročan odnos radioaktivnih konsta-
nti i broja nedezintegriranih jezgara pretka i potomka. Me-
đutim, može se umesto radioaktivne konstante uzeti period
poludezintegracije, čijom zamenom (XXIV, 5) dobijamo sledeće
odnose:

$$\frac{N_{pr}}{N_{po}} = \frac{T_{pr}}{T_{po}} \quad (\text{XXIV}, 8b).$$

Dakle, periodi se imaju upravo srazmerno broju prisutnih jez-
gara jednog i drugog radioaktivnog elementa. Poslednja jed-
načina radioaktivne ravnoteže omogućuje da se izračuna peri-
od poludezintegracije jednog elementa (pretka, na primer),
ako je poznat period drugog elementa (potomka), ili obrnuto,
uz uslov da je poznat odnos broja atoma (jezgara) pretka i
potomka u zemljinoj kori. Tako je izračunat period polude-
zintegracije urana 238, obzirom da je bio poznat period po-
ludezintegracije radijuma (1615 godina). Izračunato je da
polovina jezgara urana dezintegrira (emituje alfa-česticu)
za 4,5 milijardi godina. S druge strane, određivanje peri-
oda poludezintegracije urana i torijuma, omogućilo je grubo
određjivanje starosti naše planete. Poredjenjem sa rezulta-
tima dobijenim za starost Zemlje pomoću drugih metoda, poka-

zalo se da radioaktivne metode daju dobre rezultate.

24.5. Radioaktivni nizovi

Ispitivanje radioaktivnih elemenata bilo je vrlo intenzivno početkom našeg veka, tako da se dvadesetih godina znalo za veliki broj elemenata koji su radioaktivni. Zato se pojavila potreba za sistematizovanjem, što bi dalo nove zakonitosti. Prvi pokušaji pokazali su da postoje različiti nizovi ili porodice, koje imaju početne pretke i mnogobrojne potomke, sve do poslednjeg sa kojim se porodica završava.

Sistematizacija je dala sledeći rezultat: svi prirodno radioaktivni elementi pripadaju jednom od tri radio-aktivna niza: uranov, torijumov i aktinijumov niz.

Uranov niz ima za početnog pretka uran 238, odakle potiče i ime. Posle više uzastopnih alfa- i beta-emisija, dobija se radioaktivno olovo, čija je masa 206, a redni broj 82. Dakle, uranov niz se gasi stabilnim olovom.

Torijumov niz počinje sa torijumom, koji ima atomsku masu 232, a završava sa olovom, koje je takođe stabilno. Atomska masa tog olova je 208, što se razlikuje od olova iz uranovog niza.

Aktinijumov niz počinje sa aktinouranom 235, a završava kao i prethodna dva sa stabilnim olovom čija je masa 207. Dakle, zajedničko kod sva tri radioaktivna niza što se svi "gase" sa olovom. Međutim, razlika je atomska masa olova kod ovih nizova. Dakle, isti element, a to znači isti redni broj 82, ima različitu atomsku masu. Takvi elementi sa istim rednim brojem a različitom atomskom masom zovu se izotopi, koji su se ovde prvi put otkrili. Danas je poznat vrlo veliki broj izotopa brojnih elemenata.

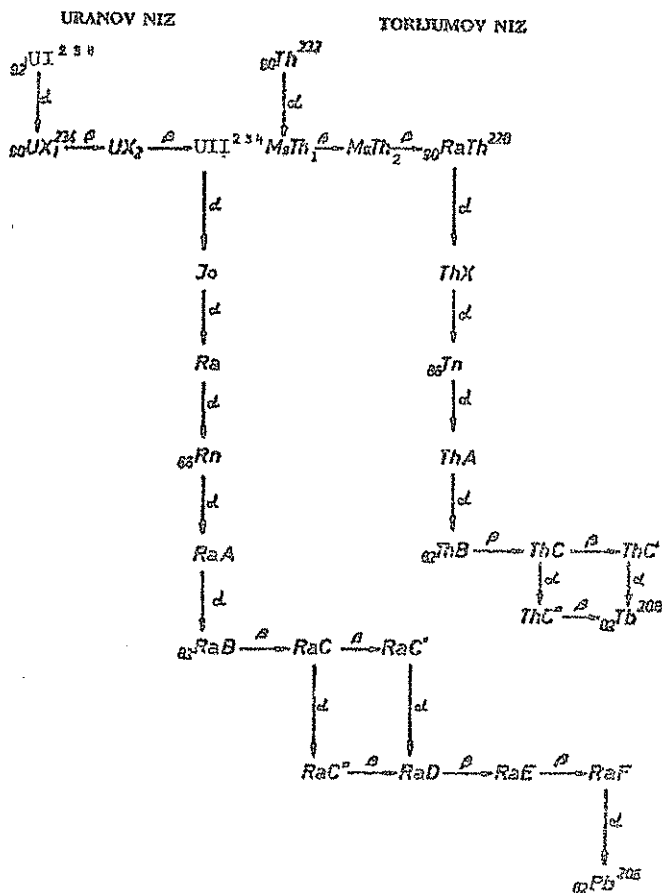
Pored ova tri prirodna radioaktivna niza, danas je poznat i jedan niz sastavljen od veštačkih radioaktivnih elemenata. To je neptunijev niz. Ovaj niz je obrazovan posle ona tri prirodna niza, zbog činjenice koja je nametala postojanje 4 radioaktivna niza, dobijenih sa sledećim formulama:

- $4n$ ($n = 58-52$) - torijumov niz,
- $4n+1$ ($n = 60-52$) - neptunijev niz,
- $4n+2$ ($n = 59-51$) - uranov niz, i
- $4n+3$ ($n = 58-51$) - aktinijumov niz.

Navedene formule pokazuju da su jezgra sastavljena od nukleona, čiji se ukupni broj može dati jednom od gornjih obrazaca. Kao primer možemo uzeti uranov i torijumov niz. Uran ima 238 nukleona, što nije deljivo sa 4, jer ostaje još dvojka. Zato gore i stoji $4n+2$. Kod torijuma je drugi slučaj, jer ima 232 nukleona (protona i neutrona). Dugo se nije znalo za niz $4n+1$, što je značilo da tu ostaje prazno. Priroda je međutim udesila tako da je ta praznina popunjena jednim veštačkim radioaktivnim nizom.

24.6. Uranov i torijumov niz

Prirodni uranov radioaktivni niz je najbolje proučen. Uran 238 emituje alfa-česticu i prelazi u uran X₁, sa periodom poludezintegracije od 4,5 milijarde godina. Tako dug period jeste osnovni razlog što tog urana ima i danas u zemljinoj kori. Sledeća šema daje dalji tok dezintegracije. Uran X₁ emituje beta-česticu i prelazi u uran X₂, koji sa istom emisijom (beta-čestica) prelazi u uran II, koji je



izotop urana 238, samo sa atomskom masom manjom za 4. Zatim dolazi do 5 uzastopnih alfa-dezintegracija, kada se dobija RaB, koji je beta-emiter. Proizvedeni RaC je interesantan po

tome što neka njegova jezgra emituje alfa- a druga beta-čestice. To je ono račvanje na šemi. Tako se dobija jednim delom RaC'' , a drugim delom RaC' . Konačno, uranov niz se gasi sa stabilnim olovom izotopa 206.

Prirodni torijumov niz počinje sa torijumom 232, čiji je period poludezintegracije još duži od uranovog i iznosi 13,9 milijardi godina. Torijum 232 emituje alfa-česticu i prelazi u mezotorijum 1, koji emituje beta-česticu, posle čega se dobija mezotorijum 2. Posle još jedne beta-emisije, dobija se radiotorijum ($RaTh$), sa atomskom masom 228, koji je izotop torijuma. Zatim, slično uranovom nizu javlja se nekoliko uzastopnih alfa-emisija do torijuma B, kao beta-emiterom. Torijum C ima račvanje kao i kod uranovog niza, da bi se konačno dobilo stabilno olovo atomske mase 208.

Ako se poredе uranov i torijumov niz lako se mogu uočiti izvesne sličnosti. Kao prva jeste činjenica da i jedan i drugi predak emituje alfa-čestice, sa vrlo dugim periodom poludezintegracije ($4,5 \cdot 10^9$ god i $13,9 \cdot 10^9$ god). Posle toga i jedan i drugi niz imaju po dve uzastopne beta-emisije. Treća sličnost odnosi se na Rn (radon) i Th (toron), jer su i jedan i drugi u gasovitom stanju. Dalje, i jedan i drugi niz imaju "račvanje" radioaktivnog elementa sa rednim brojem 83. Naime, najveći broj jezgara RaC emituje beta-česticu i prelazi u RaC' , a samo vrlo mali broj izbacuje alfa česticu i daje RaC'' . Isto je slučaj sa ThC .

Što se tiče perioda poludezintegracije članova jednog i drugog niza karakterističan je širok dijapazon od nekoliko milijardi godina pa do milisekunde. Kao primer navedemo s jedne strane uran i torijum, a sa druge strane radijum C' čiji je period poludezintegracije mikrosekunda, odnosno torijum C' sa periodom poludezintegracije koji je još kraći.

24.7. Detekcija radioaktivnog zračenja

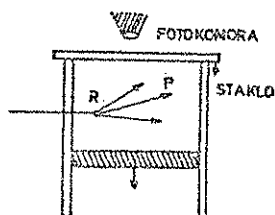
Radio aktivno zračenje može da se detektuje na više načina zavisno od pojave koja se za detekciju koristi. Uglavnom uzev, postoje tri pojave na osnovu kojih se grade detektori za sve tri vrste zračenja. To su

- pojava jonizacije gasova,
- fotoemulzije, i
- pojava scintilacija.

Jonizaciona komora koju su koristili Marija i Pjer Kiri za detekciju radioaktivnog zračenja, danas je samo od istorijskog značaja. Zato se danas na principu jonizacije, koriste daleko savremeniji uređaji kao što su Vilsonova komora i Gajger-Milerov brojač, kao najpopularniji za brza i kvalitetna merenja.

Vilsonova komora (1912. godine), koja je poslužila za merenje energije i dometa alfa- i beta-čestica, za otkrivanje

pozitrona i ispitivanje nuklearnih reakcija, ima jednostavan izgled, odnosno konstrukciju (sl. 191). Detekcija radioaktivnog zračenja pomoću komore zasniiva se na poznatoj pojavi da se na jonima kondenzuju kapljice vode, pod uslovom da se jon nalazi u sredini koja je zasićena vodenom ili nekom drugom parom. Zbog toga komora ima cilindar čiji je donji deo od pokretnog klipa, čijim brzim pomeranjem naniže, adijabatski hladimo paru unutra. Para postaje presićena. Ako u tom trenutku kroz paru prolazi alfa-ili beta-čestica, koju emituje radioaktivni izvor R, doći će do proizvodjenja jonova koji postaju kondenzacioni centri za molekule pare. Tako se formira trag čestice koji vidimo posredstvom svetlosnih zrakova spolja. Istog trenutka fotografiše se trag čestice foto-aparatom koji stoji iznad komore (gornji zid komore je od stakla tako da je providan).

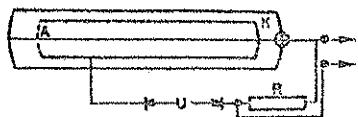


Sl. 191

Da bi komora mogla ponovo da radi potrebno je rasterati stare jone. To se postiže na taj način što se obrazuje električno polje u komori koje odvuče jone sa putanje (P), i počinje snimanje drugih tragova.

Danas se koristi takozvana mehurasta komora sa pregrejanom tečnošću umesto pare. Kada kroz takvu tečnost prodje čestica, obrazuju se mehuri pare usled ključanja i to na putu same čestice. Prednost ovakvih komora sastoji se u tome što se može da dobije trag i vrlo prodornih čestica koje jonizuju sredinu jer je tečnost gušća pa je trag kraći.

Gajger-Milerov brojač sastoji se od jedne staklene cevi u kojoj su dve elektrode - jedna uzduž ose koja je pozitivna, a druga cilindrična metalna obloga. U cavi se nalazi argon sa dodatkom pare etil-alkohola ili metana, pod niskim pritiskom (do 10 cm živinog stuba). Šematski prikaz brojača dat je na sl. 192.



Sl. 192

Elektrode brojača su pod naponom od oko 1200 V, koji je neopходan za udarnu jonizaciju. Naime, kada čestica (recimo beta-čestica) dospe u brojač dolazi do jonizacije gasa. Primarni joni proizvedu sekundarne u jakom polju i nastaje "lavina" jonova zbog kojih poteče struja kroz kolo. Struja nailazi na veliki otpor R usled čega pada napon u brojaču, što prouzrokuje prekid udarne jonizacije, tako da u stvari kroz kolo proteče kratkotrajni impuls koji amplifikator pojačava a onda registruje. Na taj način možemo da brojimo radioaktivno zračenje. S druge

strane, takvi brojači su pogodni za nošenje na teren, gde se koriste za kvalitativna merenja.

Što se tiče pojava scintilacije, treba reći da je reč o luminescenciji (svetljenju) odgovarajućeg ekrana (recimo ZnS) kada na njega pada alfa- ili beta-čestica. Najprostija brojača te vrste koristili su Bekerel i Raderford. Naime, Raderford je iskoristio ZnS-ekran na koji je pustio alfa-čestice. Pri udaru javlja se kratak "bljesak" u vidu kratkotrajne zvezdice. To je omogućilo da se broje čestice u datom prostoru. Savremeni scintilacioni brojači su daleko usavršeniji, pa se koriste samo u laboratoriji.

④ 24.8. Alfa-čestice

Već je rečeno da su alfa-čestice helijumova jezgra od 2 protona i 2 neutrona. Isto tako, poznato je da su alfa-čestice poznate po jonizacionom dejstvu pri prolazu kroz sredinu bilo da se radi o gasovitoj ili nekoj drugoj fazi. Njihovo naelektrisanje, s obzirom da imaju dva nukleona pozitivno naelektrisana, dvostruko je veće od naelektrisanja koje nosi jedan proton. Ta činjenica da su alfa-čestice naelektrisane pozitivno, omogućila je njihovo ispitivanje na osnovu skretanja u električnom polju između ploča kondenzatora.

Na ovom mestu proučimo neke karakteristične osobine i veličine alfa-čestice. To su početna brzina, kinetička energija, domet i njihova apsorpcija u odgovarajućoj sredini.

Pod početnom brzinom alfa-čestice podrazumevamo onu brzinu sa kojom ona izleće iz radioaktivnog jezgra. To se može porediti s brzinom pušcanog zrna kad izleće iz cevi. Te brzine alfa-čestica jesu različite u zavisnosti od radioaktivnog elementa koji ih emituje. Ispitivanja su pokazala da se početne brzine alfa-čestica kreću od 14.000 km/s do oko 30.000 km/s. To znači da maksimalne brzine mogu iznositi čak i deseti deo od brzine svetlosti u vakuumu.

Kinetička energija alfa-čestica zavisi u prvom redu od prirode radioaktivnog elementa, što znači da su njihove energije različite. Merenjima je utvrđeno da se te energije kreću između 4 MeV i 11 MeV. Kao vrlo interesantan podatak navodimo činjenicu da ima radioaktivnih elemenata koji emituju alfa-čestice sa različitim kinetičkim energijama. To je omogućilo proučavanje energetske strane strukture jezgra. Sledeća tabela daje brojne vrednosti za energije alfa-čestica kod torijuma C'.

Domet alfa-čestice predstavlja dužinu putanje koju čestica prođe kroz vazduh pod normalnim pritiskom. Ta putanja može da se izračuna i na drugi pritisak ili da se izmeri eksperimentalno u Vilsonovoj komori. Inače, eksperimentalno je provereno da domet alfa-čestice zavisi u prvom redu od poč-

tne brzine same čestice a onda i od sredine kroz koju čestica prolazi. Ako se sredina menja, onda domet zavisi još od energije jonizacije molekula, kao i od gustine gasa, odnosno sredine.

Koristeći alfa-čestice koje emituju RaC, koje je proputao kroz liskun različite debljine, Gajger je došao do jednačine koja daje vezu izmedju dometa Ri i početne brzine same čestice v_0 :

$$v_0^3 = a \cdot R.$$

(XXIV,9).

Gajger je daljim merenjima pokazao da ista relacije važi i za druge alfa-čestice. Konstanta a ima u svim slučajevima istu vrednost i iznosi $1,03 \cdot 10^{27}$, ako je domet R dat u centimetrima, a početna brzina u centimetrima po sekundi. Sledeća tabela daje brojne vrednosti dometa (u centimetrima) i energije (u MeV), za neke poznate radioaktivne elemente. Pri tome naglašavamo da se domet alfa-čestice odnosi na putanju u vazduhu pod normalnim pritiskom i temperaturom od 15°C :

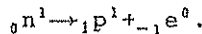
Radioaktivni element	Domet (u cm)	Energija (u MeV)
Uran I	2,7	4,2
Torijum	2,8	4,3
Uran II	3,2	4,7
Radijum	3,3	4,8
Radon	4,0	5,5
Radijum A	4,6	6,0
Torijum A	5,6	6,8
Torijum C'	8,5	8,8
Torijum C''	11,6	10,5
Radijum C''	11,5	10,5

Iz tabele se može videti veza izmedju dometa i energije. U tabeli nalaze se tri dometa i tri energije za alfa-čestice koje emituju torijum C'. Slično je i kod alfa-čestica koje emituje radijum C' čije energije ovde nisu date. Primećujući radi navodimo da torijum C' emituje pet grupa alfa-čestica sa različitim energijama, na osnovu čega se može govoriti o "spekttru" energije.



24.9. Beta-čestice i neutrino

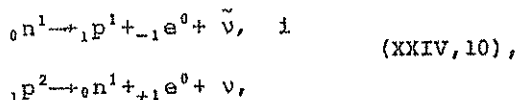
Beta-čestica koja izleće iz radioaktivnog jezgra nije ništa drugo nego elektron. Pri toj emisiji radioaktivni element prelazi u novi sa rednim brojem za jedan veći, s obzirom na pretpostavku da neutron izbacuje elektron i pri tome se transformuje u proton, po šemi koja je napred već data:



To je za početak dovoljno, kada je reč o samoj emisiji. Viđemo kasnije da su energije koje sobom nose beta-čestice različite, ali nemaju diskretnu strukturu kao što je bio slučaj kod alfa-čestica. No, idemo redom sa karakterističnim veličinama i svojstvima beta-čestica.

Brzine beta čestica jesu različite i kreću se za različite radioaktivne elemente od 70.000 km/s pa do 298.000 km/s, što znači da one mogu imati brzine čak i 99% od brzine svetlosti u vakuumu. Eksperimentalno je potvrđeno da beta-čestice koje izleću iz jezgra datog radioaktivnog elementa imaju različite energije, počevši od nule pa do neke maksimalne energije. To je značilo da nekuda odlazi razlika u energiji onih beta-čestica čija energija nije maksimalna, ili pak ne važi zakon održanja energije za ovu pojavu. Pošto je ovo drugo isključeno, problem je rešio Pauli, 1927. godine, uvodeći neutrino kao hipotetičnu česticu koja treba da nosi iz jezgra onu razliku u energiji. Kasnije je eksperimentalno dobijena takva čestica. Pored nje nadjena je i njena antičestica, tzv. antineutrino.

Neutrino se dobija konverzijom protona u neutron, a antineutrino konverzijom neutrona u proton. Šematski, oba pravca mogu se predstaviti na sledeći način:



gde je ν - neutrino, a $\tilde{\nu}$ - antineutrino. Oдавde se vidi da emisiju beta-čestice, odnosno elektrona prati emisija antineutrina, a emisiju pozitrona prati neutrino. Uzgred da navedemo, da neutron kao slobodan spontano emituje beta-česticu i antineutrino. Nasuprot tome, proton može preći u neutron samo ako dobije veliku količinu energije. Zbog toga se takva reakcija odigrava u mašinama za ubrzavanje odnosno u akceleratorima. Danas je poznato da neutrino i antineutrino predstavljaju elementarne čestice, sa određenim svojstvima.

Domet beta-čestica je znatno veći nego što je to slučaj sa istim kod alfa-čestica. Odgovor nije teško naći, s obzirom na činjenicu da beta-čestice imaju znatno manju jonizacionu moć nego alfa-čestice, pa otuda i dužu putanju kroz vazduh ili neku drugu sredinu. Pri tome treba podvući činjenicu da te putanje često nisu prave nego krive, odnosno savijene. To najčešće važi za one elektrone koji imaju male brzine, zbog čega se duže zadržavaju pri prolazu pored molekula i tako, usled dejstva drugih elektrona, dolazi do skretanja. Metoda za merenje dometa beta-čestica i njihovih kinetičkih energija jesu brojne i različite po prirodi, što govori o interesovanju koje su fizičari pokazivali za tu vrstu elementarnih čestica.

(X) 24.10. Gama-zraci. Jedinice za dozu zračenja

Gama-zraci spadaju u grupu elektromagnetnih talasa sa vrlo malim talasnim dužinama. Po Ajnštajnovoj teoriji gama-zraci imaju velike kvante energije, odnosno fotone, s obzirom da su im frekvencije vrlo visoke: $\epsilon = h \cdot \nu$. Energije njihovih fotona su različite u zavisnosti od radioaktivnog elementa koji ih emituje. Eksperimentalno je utvrđeno da se energije njihovih fotona kreću u granicama od 0,05 MeV do 3,1 MeV. Kao što se vidi, dijapazon energije je vrlo širok. Spektar gama-zračenja može se dobiti pomoću kristalne rešetke slično rendgenovim zracima. Uostalom, gama-zraci se nose na X-zračenje u smeru kraćih talasnih dužina i razlikuju se samo po veličini energija njihovih kvantata.

Jonizaciona moć gama-zrakova je vrlo mala, zbog čega su najprodorniji od svih zračenja, pa i od rendgenovog zračenja. Zato nije čudo što gama-zraci "lako" prolaze kroz olovnu ploču debljine od 20 cm, ili kroz gvozdenu ploču čija je debljina 30 cm.

Što se tiče apsorpcije, za gama-zrake važi isti obrazac koji je izveden za apsorpciju svetlosti, gde fluks opada eksponencijalno sa debljinom sredine (apsorbenta) kroz koju prolazi. Međutim, gama-zraci su karakteristični po tome što imaju jako fiziološko dejstvo na čovečiji organizam, gde mogu da prouzrokuju neizlečive rane. Zbog toga je neophodna sasvim konkretna zaštita od tog zračenja za sve ljude koji rade u prostorijama gde se javljaju ili mogu da jave gama-zraci.

Zaštita se pre svega obezbeđuje pomoću olovnih ploča ili specijalnih gumenih rukavica, ako su zračenju izložene samo ruke. Uz dobru zaštitu neophodno je kontrolisati dozu zračenja u radnoj prostoriji. Kada je reč o ozračivanju organizma, onda je u pitanju apsorbovana doza zračenja.

Apsorbovana doza zračenja je značajna pre svega zbog toga što se mora da kontroliše, bilo da je reč o gama- ili pak, rendgenovim zracima. Organizam čoveka može da primi manje dozu bez opasnosti. Jedinica za takvu dozu zračenja u Međunarodnom sistemu jeste grej (1 Gy), čija definicija glasi:

Grej je apsorbovana doza u telu čija je masa 1 kg, a kome je, jonizujućim zračenjem energetskog fluksa, uneta energija od jednog džula:

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg.}$$

Ranije se koristila druga jedinica - rengen - čija upotreba prestaje krajem 1980. godine.

Ekspoziciona doza zračenja odnosi se na vazduh, koji gama-zraci ili rendgenovi zraci jonizuju. Jedinica za tu dozu zračenja u Međunarodnom sistemu jeste kulon po kilogramu, čija definicija glasi:

Kulon po kilogramu je ekspoziciona doza jonizujućeg zračenja koje u vazduhu, mase 1 kilogram, proizvodi jone istog znaka ukupnog naelektrisanja od jednog kulona, kada je vazduh podjednako ozračen (1C/kg).

24.11. Rasprostranjenost radioaktivnih elemenata u zemlji

Za ovaj kurs fizike je od posebnog značaja rasprostranjenost radioaktivnih elemenata u zemljinoj kori. Opšte je poznato da u zemljinoj kori ima mnogih radioaktivnih elemenata, ali u vrlo malim količinama, sa malim koncentracijama. U tom pogledu najbolje stoje uran i torijum, jer i jednog i drugog ima u zemlji u odgovarajućim stenama.

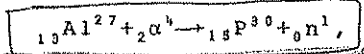
Uranova i torijumova ruda je danas, više nego ikad ranije, strateška sirovina, obzirom da se iz urana i torijuma dobija tzv. nuklearno gorivo. Najveća svetska nalazišta uranove rude nalaze se u Kongu, Kanadi i Čehoslovačkoj. Što se naše zemlje tiče, uranove rude ima u Žirovskom vrhu (Slovenija) i u masivu Stare planine (Srbija). Prvo ležište već se koristi, jer su Hrvatska i Slovenija već izgradile nuklearnu elektranu, za koju treba obezbediti gorivo. Uz ovo treba istaći da je danas potrošnja nuklearnog goriva uglavnom vezana za nuklearne elektrane o kojima će kasnije biti više reči.

Pored radioaktivnosti zemljine kore, treba istaći da su radioaktivni i voda i vazduh. Vode su radioaktivne jer voda nosi rudu, pa i radioaktivnu, protičući kroz stene. Poznate su mineralne i tople radioaktivne vode (Niška banja, na primer) u kojima se nalazi radijum, radon ili toron.

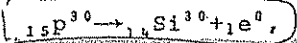
Radioaktivnost vazduha dolazi zbog radona, koji egzistira u gasovitoj fazi. Njegovi produkti, kao što su radijum A, radijum B i drugi, nalaze se u zajednici sa raznim mikroskopskim česticama, kojih uvek ima u vazduhu. Zatim, količina radioaktivnih elemenata je veća u prizemnim slojevima vazduha nego u većim visinama. Tako, na primer, utvrđeno je da vazduh sadrži dve hiljade puta manju količinu radona na 1000 m nadmorske visine nego na nivou mora. Međutim, ne treba zaboraviti da radioaktivnost vazduha jednim delom potiče i od kosmičkog zračenja, kao i od radioaktivnih čestica koje strujanjem vazduh nosi sa jednog na drugo mesto. Ranije se to odnosilo uglavnom na radioaktivne čestice koje su bile produkt eksplozija atomskih bombi. Danas više nema nadzemnih nego samo podzemnih eksplozija i to uglavnom vodoničnih a ne atomskih bombi, pa je zračenje radioaktivnih elemenata u vazduhu znatno manje. Međutim, postoji druga opasnost, tj. opasnost od izbačenog, što će reći "isluženog" goriva iz nuklearnih elektrana, o čemu će biti više reči kada se bude govorilo o nuklearnim elektranama.

(*) 24.12. Veštačka radioaktivnost i radioaktivni izotopi

Prirodno-radioaktivni elementi kao i njihovi izotopi bili su dobro proučeni u prvim decenijama našeg veka (do tridesetih godina). U to vreme bile su poznate nuklearne reakcije proizvedene kod lakih elemenata pomoću alfa-čestica i protona. Međutim, 1934. godine Irena i Žoljo Kiri otkrili su da se bombardovanjem folije aluminijuma sa alfa-česticama javljaju pozitroni i posle bombardovanja folije sa pmenutim projektilima. To znači da su produkti reakcije radioaktivni. Pošto takve emisije nisu spontane nego dobijene u laboratoriji, supruzi Irena i Žoljo Kiri nazvali su to veštačka radioaktivnost. Po njima, pri bombardovanju alfa-česticama folije aluminijuma, razvila se sledeća reakcija:

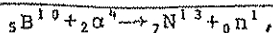


što znači da je dobijen fosfor i oslobođen neutron. Međutim, fosfor $_{15}\text{P}^{30}$ je nestabilan i dezintegriše se uz emisiju pozitrona, što znači da je radioaktivan. Taj proces predstavlja se na sledeći način:

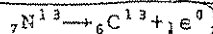


po čemu radioaktivni fosfor prelazi u stabilan silicijum, ko- ga inače ima u prirodi.

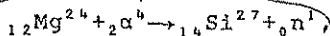
Navedimo još jednu reakciju sa alfa-česticama koja da- je radioaktivni izotop:



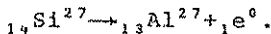
a odatle



Ovaj izotop ugljenika (${}_6\text{C}^{13}$) je stabilan. Slično je i sa ma- gnezijumom:



a odatle



Radioaktivnost kod ovako dobijenih radioaktivnih izo- topa opada tokom vremena eksponencijalno kao i kod prirodno radioaktivnih elemenata. Zato je trebalo odrediti periode poludezintegracije T (period poluraspadanja). Merenja su po- kazala da je za radioizotop $_{15}\text{P}^{30}$ vreme T iznosilo 2,5 min. Vreme poludezintegracije za izotop ${}_7\text{N}^{13}$ je nešto duže i iz- nosi 10,1 minuta, dok je za silicijum 27 kraće - 3,25 min.

Na osnovu iznetog izlazi da postoje radioaktivni ele- menti koji emituju elektrone ili pozitrona. I za jedne i za druge kaže se da su β - aktivni. Dok prirodno radioaktivni elementi emituju elektrone (${}_{-1}\text{e}^0$), odatle veštački radioaktivni izotopi emituju pozitrona (${}_1\text{e}^0$). Pokazalo

se da jezgra beta-emitera sadrže ili suviše neutrona ili suviše protona. U prvom slučaju dolazi do emisije elektrona, kada se broj neutrona smanjuje. U drugom slučaju, kada se radi o suvišnim protonima, dolazi do emisije pozitrona, pri čemu se protoni transmituju u neutrone. U oba slučaja nestabilni elementi, odnosno radioaktivni elementi prelaze u stabilne.

Do danas je otkriveno preko 700 radioaktivnih izotopa koji su našli najraznovrsniju primenu u nauci i tehnici. Navešćemo samo neke od mnogobrojnih primera. Pre svega treba istaći da se radioaktivni izotopi dobijaju kao sporedni produkti pri radu nuklearnih reaktora. Zato je dobijanje izotopa na taj način relativno jeftino, pa je i to razlog široke primene izotopa danas kako u medicini i poljoprivredi tako i u industriji i tehnici uopšte.

Primena radioaktivnih izotopa u medicini osnosi se na unošenje odredjenog izotopa kao obeleživača. Naime, radioaktivni element može se otkriti u datom procesu pomoću brojačke cevi. Radioaktivni obeleživači prvi put su bili upotrebljeni 1931. godine u Nemačkoj. U medicini se često koristi radioaktivni jod J^{125} , koji se proizvodi u akceleratoru i koji služi za ispitivanje funkcije tiroidne žlezde. To omogućava lečenje njenih poremećaja. Zatim, koristi se radioaktivni fosfor koji je napred spominjan. Rad srca može se pratiti pomoću radioaktivnog natrijuma ili gvoždja, i tako dalje.

Dalje, vrlo je široka primena obeleživača u poljoprivredi, gde se prati proces raščćenja i vrše i druga ispitivanja.

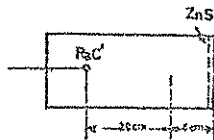
Radioizotopi su dobili široku primenu u tehnici i industriji. Ta primena je svakim danom sve šira i pouzdanija od drugih metoda koji su se ranije koristili. Tako, na primer, radiografske slike koje pokazuju odgovarajuće defekte ili pukotine u metalima u raznim odlivcima bolje su i jeftinije nego slika koja se dobija pomoću Rendgenovih zrakova. Metoda je brza i jeftina jer se kapsula sa radioaktivnim izotopom stavlja s jedne strane odgovarajućeg odlivka a film s njegove druge strane, koji se posle snimanja razvija i dobija snimak na kome se mogu uočiti defekti ili pukotine napravljene pri livenju. Inače, poznato je koliko su opasni defekti i šupljine kod odlivaka koji se koriste za razne mašine i vozila. Pucanje takvih materijala znači nesreću bilo da je reč o vozilima na drumu bilo da je reč o stabilnim mašinama u fabrici.

Danas se obeleživači koriste za ispitivanje trenja i habanja motora, zatim zupčanika i drugih pokretnih delova odgovarajuće mašine ili motora. Radioizotopi se danas koriste za merenje protoka tečnosti, voda, naročito podzemnih voda koji se drukčije ne može meriti. Ovde se ne mogu navesti i mnogi drugi primeri primene pomenutih izotopa u hemiji, fizici, biologiji i drugim naučnim disciplinama, jer bi to bio poduži spisak. Zato u zaključku treba navesti da je primena radioizotopa veoma široka i korisna.

XXV. glava: NUKLEARNE REAKCIJE I NUKLEARNA ENERGIJA

192
104 25.1. Nuklearne reakcije

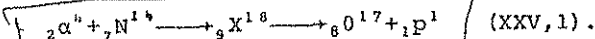
Posle otkrića radioaktivnih elemenata, značajan datum za nuklearnu fiziku bila je 1919. godina, kada je Raderford izveo i objasnio prvu nuklearnu reakciju u laboratoriji. Eksperiment je u stvari relativno jednostavan (sl. 193). U datoj cevi nalazi se na jednom kraju malo RaC' koji emituje alfa-čestice sa velikom energijom (oko 7 MeV). Na drugom kraju cevi (desno) nalazi se ZnS koji svetli pri udaru alfa-čestica. Pored toga u cevi se nalazi i hemijski čist azot.



S obzirom na to da je domet alfa-čestica bio oko 6 cm (vazduh), to je bilo normalno što su one prouzrokovale scintilacije na ekranu. S druge strane bilo je prirodno očekivati da tih scintilacija neće biti kada se RaC' bude udaljio od ekrana. Međutim, videla su se svetlucanja, doduše slabija, kada je to rastojanje bilo i preko 20 cm. To nisu bile alfa-čestice nego neke druge s manjom masom čiji je domet bio

Sl. 193

veći. Na osnovu daljih ispitivanja u magnetnom polju pokazalo se da ta čestica ima pozitivno naelektrisanje i masu četiri puta manju. To je bilo dovoljno genijalnom Raderfordu da zaključi da se radi o nuklearnoj reakciji izvršenoj bombardovanjem azotovog jezgra sa alfa-česticama, pri čemu se dobija novo jezgro iz koga izleće proton. Taj proces, nuklearnu reakciju, možemo predstaviti na sledeći način:

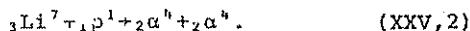


Dakle, alfa-čestica služi kao "metak" za azotovo jezgro koje se transmutuje u novo, sa masom 18 a rednim brojem 9. To jezgro je nestabilno i prelazi u kiseonik (izotop sa masom 17), uz emisiju jednog protona.

Ovakav način predstavljanja nuklearne reakcije je i korektan i netačan, istovremeno, zavisno od toga šta sve hoćemo da objasnimo. Korektan je ako je reč o održanju broja nukleona (zajedničko ime za proton i neutron) i zakona o održanju elektriciteta. Ukupna atomska masa, odnosno broj nukleona pre reakcije (4+14) jednaka je broju nukleona posle reakcije (17+1). S druge strane broj protona pre reakcije (2+7) ravan je broju protona posle reakcije (8+1). Istovremeno se može reći da to nije dovoljno jer se pri reakciji izdvajaju ogromne količine energije koju nose lake čestice i jezgra.

Raderford je, zatim izvršio niz sličnih ispitivanja stavljajući druge gasove i pare, počevši sa borom pa do kalijuma. Nuklearnih reakcija nije bilo samo sa ugljenikom i kiseonikom. Najteže jezgro u koje je moglo da uleti alfa-čestica bilo je jezgro aluminijuma. Razlog je očigledan. Elementi sa većom masom imaju veći broj protona a to znači i veće pozitivno naelektrisanje. Između alfa-čestice i takvog pozitivnog jezgra javlja se veliko odbojno dejstvo koje alfa-čestica ne može da savlada. Usled toga, umesto reakcije javlja se skretanje alfa-čestice. Zato je trebalo tražiti druge čestice sa višim energijama.

Naelektrisane čestice kao što su proton i deutron bile su pogodna za ubrzavanje u jakom električnom polju, pa je počela era izgradnje mašina za ubrzavanje, tj. akceleratora. Prva reakcija koja je proizvedena ubrzanim protonima, bila je ona sa litijumom, koju su izvršili Kokroft i Uolton. Oni su bombardovali tanak sloj litijuma sa ubrzanim protonima i posle ispitivanja produkata zaključili da se proizvedeno jezgro raspada na dve alfa-čestice sa određenim energijama. Otuda se ta reakcija može da napiše u sledećem obliku.



Protoni su imali energiju od 0,12 MeV, a alfa-čestice svaka po 8,6 MeV. Energije alfa-čestice mogle su da se izračunaju na osnovu putanje u Vilsonovoj komori.

Posle toga dolaze na red i mnoge druge reakcije gde se koriste kao projektili na samo alfa-čestice, nego i protoni i deuteroni. Isto tako, intenzivno se radi na izgradnji tzv. akceleratora, čiji je zadatak bio da te projektile ubrzaju tako da su isti imali velike energije, sa kojima su uleteli u nova jezgra. Inače, akceleratora ima više vrsta, kao što su kaskadni generator, linearni akcelerator, ciklotron, betatron, bevatron i drugi. Danas u svetu ima akceleratora koji projektlima saopštavaju energije čak do 70 GeV, što je izuzetno velika energija za takve mikročestice. Uostalom, u Ženevi je pre skoro 20 godina napravljen jedan bevatron, u čijim komorama je proton bodijao energiju i 20 GeV.

Eksperimenti su pokazali da nuklearna energija, oslobođena pri nuklearnoj reakciji, može da se izračuna na osnovu Ajnštajnovog zakona ekvivalencije mase i energije ($E = m \cdot c^2$). Naime, oslobođena energija pri nuklearnoj reakciji mora biti ekvivalentna promeni mase, koja se pri tome javlja. Zato ćemo uzeti odgovarajući računski primer da to potvrdimo.

Računski primer: Izračunati nuklearnu energiju, koja se oslobadja pri reakciji litijuma sa protonom, kada se kao produkt dobijaju dve alfa-čestice, ako je razlika u masi učesnika $\Delta m = 0,0185$ u (u = atomska jedinica mase).

Rešenje: Zadatak se može rešiti veoma lako polazeći od činjenice da atomskoj jedinici mase (u) odgovara energija od 931 MeV, pa imamo:

$$E_r = 0,0185 \cdot 931 \text{ MeV} = 17,2 \text{ MeV} = 2 \cdot 8,6 \text{ MeV}.$$

Drugi način rešavanja ide preko Ajnštajnovе relacije:

$$E_r = \Delta m \cdot c^2 = 0,0185 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2,$$

a odatle je:

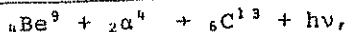
$$E_r = 27,64 \cdot 10^{-13} \text{ J, odnosno:}$$

$E_r = 17,27 \text{ MeV}$, što se dobro slaže sa eksperimentalno dobijenom vrednosti u Vilsonovoj komori.

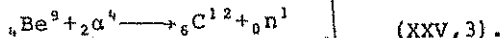
124
100 25.2. Protosko-neutronska struktura
atomske jezgre

Proučavanje strukture jezgra atoma počelo je fa-
ktički 1932. godine, kada je Čedvik otkrio neutron. Za proton
se ranije znalo, jer ga je Rutherford identifikovao 1919. godi-
ne, kada je izveo prvu nuklearnu reakciju.

Neutron je otkriven u reakciji alfa-čestica sa berili-
jumom. Naime, Bote i Beker su otkrili da berilijum emituje
vrlo prodorne gama-zrake sa neuobičajeno velikim energija-
ma, kada je bombardovan alfa-česticama, pa su tu reakciju
predstavili na sledeći način:



gde $h\nu$ - obeležava foton tog gama-zračenja. Čedvik je račun-
skim putem, koristeći ogovarajuće eksperimentalne rezultate
došao do zaključka da se ne radi o gama zracima, već o neu-
tralnoj čestici čija je masa bliska masi protona. Zato joj
je Čedvik dao ime neutron. Otuda, prethodna reakcija sa beri-
lijumom mora drukčije da se napiše:



Danas je poznato više nuklearnih reakcija koje kao produkt
daju neutrone. Međutim, obim ovog kursa ne dozvoljava da se
na tom detaljnije zadržavamo.

Iste, 1932. godine, posle otkrića neutrona, teorijski
fizičari Hajzenberg i Ivanjenko postavljaju hipotezu da ato-
msko jezgro ima protosko-neutronska strukturu, tj. da se
jezgro sastoji od određenog broja protona i neutrona. Takva
hipoteza bila je mnogo puta potvrđivana, pa čini osnovu nu-
klearne fizike, sa svim otkrićima i eksperimentima od 1932.
godine do danas. Inače, već smo pominjali da je Hajzenberg
protona i neutrone nazivao jednim imenom nukleoni, a samo je-
zgro - nukleus.

Nukleoni se drže na okupu u atomskom jezgru nuklearnim
silama, koje deluju intenzivno samo na vrlo kratkim rastoja-
njima. Što se tiče mase atoma, treba reći da se sastoji od
mase jezgra i mase svih elektrona koji kruže oko jezgra. Ob-
zirom da je masa elektrona zaokruženo 1840 puta manja od ma-
se jednog nukleona, to se masa elektrona praktično može za-
nemariti, pa se za masu atoma uzima masa jezgra:

$$A = P + N \quad (\text{XXV}, 4),$$

gde P predstavlja masu svih protona, a N - masu svih neutrona
u jezgru. Uz to navodimo već poznat podatak da je broj proto-
na jednak rednom broju elementa u periodnom sistemu i istovre-
meno jednak broju elektrona koji kruže oko jezgra, dok je
atom u neutralnom stanju.

Neutron je nestabilan, naročito kada je slobodan. Naime, neutron dezintegrira u proton, pri čemu emituje elektron, što je u prethodnoj glavi već rečeno, kada se govorilo o beta-dezintegraciji. To je slučaj kada se neutron nalazi u jezgri. Međutim, kada je slobodan, dezintegracija je brža, jer mu je period poludezintegracije svega oko 20 minuta. Takve dezintegracije su relativno retke iz prostog razloga što većinu takvih neutrona zarobi jezgro pri prolazu kroz neku sredinu.

Najzad, neutron je vrlo pogodan za "bombardovanje" teških jezgara, što se nije moglo sa alfa-česticama i protonima. Naime, neutron ne trpi nikakvo odbojno dejstvo prilikom prilazanja atomskom jezgri. Otuda i značaj otkrića neutrona, čija je uloga u procesu nuklearne fisije ur-novog jezgra bila od neprocenjivog značaja.

(X) 25.3. Dimenzije i gustina atomskog jezgra

Eksperimentalno je davno pokazano da je poluprečnik jezgra preko 10.000 puta manji od poluprečnika atoma. To je značajna činjenica, koja je vezana i za gustinu atomskog jezgra. Naime, opšte je poznato da je masa atoma skoncentrisana u jezgri, pa je od interesa videti koliki je poluprečnik tog jezgra, kao i kolika je njegova gustina.

Poluprečnik atomskog jezgra može se izračunati na razne načine. Jedan od tih polazi od činjenice da je gustina nukleona u jezgri manje-više konstantna. Ako je tako, onda se može zaključiti da na svaki nukleon dolazi ista zapremina, odakle se može uzeti da je zapremina celog jezgra (V_j) srazmerna broju nukleona (atomska masa A):

$$V_j = k \cdot A = \frac{4}{3} \cdot r_j^3 \cdot \pi,$$

gde je k - koeficijent proporcionalnosti. Poluprečnik jezgra dobija se iz gornje relacije u vidu sledeće jednačine:

$$r_j = \sqrt[3]{\frac{3k}{4\pi}} \sqrt[3]{A} \quad (\text{XXV}, 5),$$

Uzmemo li prvi koren za r_0 , dobije se relacija:

$$r_j = r_0 \sqrt[3]{A} \quad (\text{XXV}, 6).$$

Naziv za r_0 je jedinični poluprečnik jezgra, odnosno jedinični nuklearni poluprečnik. Eksperimentalno je utvrđeno da jedinični nuklearni poluprečnik iznosi $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm. Odatle, gornja jednačina za određivanje poluprečnika jezgra dobija konačni oblik:

$$r_j = 1,4 \cdot 10^{-13} \sqrt[3]{A} \quad (\text{XXV}, 7).$$

Posle poluprečnika, gustina jezgra je druga karakteristična veličina koju ovde moramo da proučimo. Gustina jezgra, kao i gustina bilo kog tela, data je količnikom mase jezgra (m_j) i njegove zapremine (V_j): $\rho_j = m_j/V_j$. Grubo uzeto, masa jezgra može se dati proizvodom mase protona (m_p) i atomske mase A , uzevši pri tome da je masa protona jednaka masi neutrona (razlika je vrlo mala): $m_j = A \cdot m_p$. S druge strane, zapremina jezgra jednaka je zapremini sfere čiji je poluprečnik r_j . Zamenom m_j i V_j u jednačini za gustinu, dobijamo konačno:

$$\rho_j = \frac{A \cdot m_p}{\frac{4}{3} \cdot r_j^3} \quad (\text{XXV}, 8).$$

Poslednja relacija omogućava da se izračuna gustina jezgra date atomske mase A , pošto su poznati poluprečnik r_0 i masa protona.

Računski primer: Izračunati poluprečnik jezgra živinog atoma i njegovu gustinu, kada se zna da je $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm, mada protona $1,66 \cdot 10^{-27}$ kg i atomska masa $A = 200$ u.

Rešenje: poluprečnik jezgra je:

$$r_j = r_0 \sqrt[3]{A} = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ m} \cdot \sqrt[3]{200} = 0,82 \text{ pm} \quad (\text{pikometar}).$$

gustina je

$$\rho_j = \frac{A \cdot m_p}{\frac{4}{3} \cdot r_j^3} = 14,38 \cdot 10^{16} \text{ kg/m}^3,$$

odnosno:

$$\rho_j = 14,38 \cdot 10^{13} \text{ kg/dm}^3.$$

Kada se ova gustina jezgra poredi sa gustinim žive od $13,6 \text{ kg/dm}^3$, uočava se neverovatno velika razlika, što samo potvrđuje poznatu činjenicu da je masa atoma skoncentrisana u njegovom jezgru.

109

101 25.4. Energija veze u jezgru

Energija vezivanja nukleona u jezgru može se definisati kao rad koji treba izvršiti da se atomsko jezgro rastavi na svoje sastavne čestice - protone i neutrone. Može i obrnuto, naime, energija veze jezgra jednaka je energiji koja se oslobadja pri obrazovanju jezgra od protona i neutrona. Dakle, izvršeni rad pri rastavljanju jezgra jednak je dobijenoj energiji pri obrazovanju istog jezgra iz određenog broja nukleona. Ovo se može porediti sa obrazovanjem i rastavljanjem molekula na njegove sastavne delove. Pri obrazovanju molekula iz atoma oslobadja se odgovarajuća toplota i obrnuto, toplota se troši za rastavljanje molekula na njegove sastavne čestice - atome.

Energija veze jednog jezgra (E_v) može se izračunati na

osnovu razlike koja se javlja između mase slobodnih protona i neutrona koji čine to jezgro i mase samog jezgra, koristeći se Ajnštajnovim zakonom ekvivalencije mase i energije. Merenjima masa atomskih jezgra pomoću masenog spektrografa, Eston je našao da je masa svakog jezgra uvek manja od zbira masa njegovih slobodnih nukleona koji to jezgro grade. Ta razlika u masi, množena kvadratom brzine svetlosti u vakuumu ($E = m \cdot c^2$) daje energiju veze. Umesto ovakve relacije, može se uzeti broj 931 MeV, što predstavlja energiju ekvivalentnu atomskoj jedinici mase, posle čega imamo energiju u megaelektronvoltima. Razlika u masi (m) dobija se kada se uzme zbir masa svih protona ($Z \cdot m_p$) i svih neutrona $(A-Z)m_n$ i od toga oduzme masa jezgra (m), tako da relacija za energiju veze jezgra ima sledeći oblik:

$$E_v = \{ [Z \cdot m_p + (A-Z)m_n] - m \} 931 \text{ MeV} \quad (\text{XXV}, 9).$$

Na ovaj način dobija se energija veze u MeV - ima, kako je i uobičajeno u nuklearnoj fizici. Inače, energija veze može se dati direktno pomoću Ajnštajnovе relacije: $E_v = m \cdot c^2$, odnosno:

$$E_v = \{ [Z \cdot m_p + (A-Z)m_n] - m \} c^2 \quad (\text{XXV}, 10).$$

Sa ovom relacijom energija se daje u džulima (ako masu uzme-mo u kilogramima a brzinu svetlosti u metrima po sekundi), koje onda treba prevesti u megaelektronvolte. Zato je relacija XXV, 9 očigledno pogodnija, pa ćemo je u tom obliku i koristiti.

Primeru radi izračunaćemo energiju veze jezgra za helijum, kiseonik i na primer, za aluminijum.

Za helijumovo jezgro energija veze na osnovu relacije XXV,9 imaće sledeću vrednost:

$$E_{vHe} = \{ [2 \cdot 1,008145 + (4-2) \cdot 1,008986] - 4,003876 \} 931 \text{ MeV}$$

odnosno

$$E_{vHe} = 27,3 \text{ MeV}.$$

Za kiseonikovo jezgro izotopa ^{16}O , energija veze iznosi:

$$E_{vO} = (8 \cdot 1,008145 + 8 \cdot 1,008986 - 16) \cdot 931 \text{ MeV},$$

odakle je:

$$E_{vO} = 127,6 \text{ MeV}.$$

Treći primer neka bude aluminijum kod koga je $Z = 13$, a atomska masa 26,99 u. Zamenom odgovarajućih vrednosti u gornjoj jednačini, dobija se sledeća vrednost za energiju veze: $E_{vAl} = 225 \text{ MeV}$. Izračunati primeri, kao i tabela za energiju veze koja se ovde daje, pokazuju da energija veze jezgra raste sa atomskom masom elementa i to ide sve do 1803 MeV,

koliko ta energija iznosi za uranovo jezgro, uran 238. To povećanje energije veze je logično, s obzirom na to da raste

Jezgro	Maseni broj u ajm	Energija veze MeV	Energija veze po nukleonu u MeV
$^1_1\text{H}^2$	2,014743	2,224	1,112
$^1_1\text{H}^3$	3,017001	8,488	2,829
$^2_2\text{He}^3$	3,016981	7,724	2,574
$^2_2\text{He}^4$	4,003876	28,294	7,073
$^3_3\text{Li}^7$	7,018239	39,239	5,605
$^4_4\text{Be}^9$	9,015057	58,153	6,461
$^5_5\text{B}^{10}$	10,016124	64,744	6,474
$^5_5\text{B}^{11}$	11,012815	76,192	6,927
$^6_6\text{C}^{12}$	12,003816	92,156	7,679
$^7_7\text{N}^{14}$	14,007526	104,653	7,475
$^7_7\text{N}^{15}$	15,004878	115,485	7,699
$^8_8\text{O}^{16}$	16,000000	127,612	7,976
$^9_9\text{F}^{19}$	19,004444	147,79	7,778
$^{10}_{10}\text{Ne}^{20}$	19,998798	160,63	8,031
$^{11}_{11}\text{Na}^{23}$	22,997091	186,6	8,113
$^{12}_{12}\text{Mg}^{24}$	23,992671	198,0	8,250
$^{14}_{14}\text{Si}^{28}$	27,985824	236,52	8,447
$^{15}_{15}\text{P}^{31}$	30,983612	262,898	8,481
$^{17}_{17}\text{VI}^{35}$	34,979971	298,19	8,519
$^{20}_{20}\text{Ca}^{40}$	39,975293	342,03	8,551
$^{27}_{27}\text{Co}^{59}$	58,951919	524,74	8,895
$^{36}_{36}\text{Kr}^{84}$	83,9382	731,5	8,708
$^{54}_{54}\text{Xe}^{130}$	129,94481	1096,14	8,436
$^{63}_{63}\text{Eu}^{153}$	152,9692	1268	8,287
$^{80}_{80}\text{Hg}^{200}$	200,0313	1580	7,900
$^{82}_{82}\text{Pb}^{208}$	208,041	1636	7,865
$^{92}_{92}\text{U}^{235}$	235,117	1784	7,592
$^{92}_{92}\text{U}^{238}$	238,125	1803	7,575

broj nukleona u jezgru pa je i razlika u masi veća. Zato je od interesa videti kolika je energija veze po jednom nukleonu, što se lako može dobiti podelom energije veze sa brojem nukleona u jezgru:

$$\delta = E_v/A$$

(XXV, 11).

To je tzv. specifična energija veze koja nije ista za različite elemente, što znači da ne postoji neka određena pravilnost za elemente koje imamo u prirodi. U ostalom, četvrti stubac prethodne tabele to očigledno potvrđuje. Da specifična energija veze nije ista za različite elemente vidi se i na sledećem grafiku (sl. 194), gde je data zavisnost specifične energije veze (δ) od masenog broja (A). Zato je δ uzeto

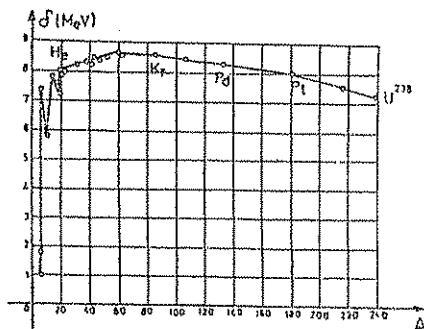
za ordinatu a maseni broj za apcisu.

Sa grafika se vidi da energija veze po nukleonu brzo raste u početku, dok se radi o lakim elementima. Kada

simo već kod takvih elemenata, treba reći da se tu javljaju oštri vrhovi - maksimumi i minimumi. Minimalne vrednosti za δ imaju jezgra atoma litijuma i bora, koja sadrže neparan broj protona i neutrona (${}^6_3\text{Li}$ i ${}^{10}_5\text{B}$). S druge strane, maksimalne vrednosti specifične energije veze imaju jezgra kao što su helijum (${}^4_2\text{He}$), ugljenik (${}^{12}_6\text{C}$) i kiseonik (${}^{16}_8\text{O}$),

kojih je paran broj ka- kod protona tako i neutrona, odatle proističe zaključak da su "čvršća" jezgra sa parnim brojem protona i neutrona u odnosu na ona sa neparnim brojem jednih i drugih nukleona.

Sa porastom masenog broja i to od 40 do oko 100, specifične energije veze imaju maksimalne vrednosti koje iznose oko 8,7 MeV po jednom nukleonu. To se lepo vidi i sa grafika. Za jezgra sa masenim brojem preko 100, energija veze po jednom nukleonu opada postepeno i kriva na slici blago pada. Primera radi iznosimo da za uran 238 (${}^{238}_{92}\text{U}$) ta energija iznosi 7,5 MeV što je svakako manje od 8,7 MeV, za jezgra sa srednjim vrednostima masenog broja.



Sl. 194

25.5. Nuklearne sile

Nuklearne sile jesu privlačne sile koje vezuju protone i neutrone u atomskom jezgru. One intenzivno deluju na vrlo kratkim rastojanjima, što čini njihovu osnovnu specifičnost. Na osnovu mnogobrojnih eksperimentalnih podataka koji se odnose samo na jezgra, proučene su mnoge osobine nuklearnih sila, ali to ni izdaleka nije dovoljno i za objašnjenje njihove prirode. Jedino je sigurno da se nuklearne sile bitno razlikuju kako od gravitacionih i električnih tako i međumolekulskih sila.

Nuklearne sile deluju na vrlo kratkim rastojanjima pa se zbog toga zovu sile sa malim dometom. Takva konstatacija je potvrđena stabilnošću samog jezgra. S druge strane, veličina jezgra je takva da sile koje deluju između nukleona mogu biti samo izuzetno malog dometa, tj. mogu biti sile koje deluju na izuzetno kratkim rastojanjima (reda veličine 10^{-13} cm). Što se tiče intenziteta nuklearnih sila, može se dobiti određena predstava ako se ima u vidu energija veze jezgra koja

ima vrednosti od 2 MeV (za deuterijum) pa do 1800 MeV-a, koliko je energija veze za uran 238. Tako velika energija je neverovatno mnogo puta veća od hemijske energije u molekulima, što očigledno pokazuje da nuklearne sile nisu hemijskog porekla. S druge strane, jednostavnim računom možemo se uveriti da nuklearne sile ne mogu proisteci kao posledica gravitacionih sila niti magnetnog dejstva između nukleona, pod uslovom da u okviru jezgra važe zakoni klasične fizike. Gravitaciona potencijalna energija za dva susedna nukleona, čije je međusobno rastojanje $r = 2 \cdot 10^{-13}$ cm, iznosi:

$$E_p = \gamma \frac{m \cdot m}{r} = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \frac{\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{(1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2}{2 \cdot 10^{-13} \text{ m}},$$

odnosno

$$E_p = 9,6 \cdot 10^{-49} \text{ J} = \frac{9,6}{1,6} \cdot 10^{-36} \text{ MeV} = 6 \cdot 10^{-36} \text{ eV}.$$

Izvedeni račun pokazuje da je gravitaciona energija u polju jednog nukleona ništavna (reda veličine 10^{-36} elektronvolta) u odnosu na energiju veze koja u proseku iznosi oko 8 MeV po jednom nukleonu. Na sličan način može se izračunati magnetna potencijalna energija za sistem proton - neutron, s obzirom na postojanje nuklearnog spina. Ta magnetna potencijalna energija iznosi oko 0,01 MeV. Odatle zaključak da su i magnetne sile između nukleona toliko slabe u odnosu na energiju veze, da se to ne može uzeti u obzir. Zato se i ovde, kao i napred za hemijske sile, može slobodno reći da nuklearne sile nisu niti imaju veze ni sa gravitacionim niti sa magnetnim silama koje deluju između nukleona. Ovo sve pokazuje šta nuklearne sile nisu a ne ono što jesu. Konačno, priroda nuklearnih sila ni danas nije poznata pa nam ostaje da iznesemo još nekoliko relevantnih podataka.

Nuklearne sile ne možemo podvrgnuti zakonima sila koje imamo kod drugih fizičkih polja kao što su gravitaciono, električno ili magnetno polje. Zato ostaje da se konstatuje da oko nukleona deluje polje nuklearnih sila, sa posebnim i do danas još neproučenim svojstvima. Međutim, može se odmah reći da u odnosu na parove nukleona, među kojima deluju nuklearne sile, razlikuju se tri slučaja:

- sila između protona i neutrona (pn),
- sila između dva susedna protona (pp), i
- sila između dva susedna neutrona (nn).

S obzirom na činjenicu da je električno odbojno dejstvo između protona neverovatno malo u odnosu na nuklearne sile sa privlačnim dejstvom, ostaje da se zaključi da nuklearne sile deluju između nukleona na isti način, bez obzira da li je reč o sistemu proton-proton ili nekom drugom.

Na osnovu činjenice da nuklearne sile deluju na vrlo kratkim rastojanjima, postaje razumljivo što je nukleon u unutrašnjosti jezgra čvrsto vezan samo za okolne nukleone

koji se nalaze u njegovoj neposrednoj blizini (nuklearne sile praktično ne deluju već na treći nukleon u radialnom pravcu). To svojstvo pomenutih sila naziva se zasićenost nuklearnih sila. Slična je situacija i kod međjumolekulskih sila koje prelaze u odbojne na vrlo malim rastojanjima. Zato se predpostavlja da i kod nuklearnih sila, kada su nukleoni na vrlo kratkim rastojanjima, nastaje odbojno dejstvo.

Da bi objasnio prirodu nuklearnih sila, japanski fizičar Jukava (1935. godine) je pretpostavio da se uzajamno dejstvo na vrlo malim rastojanjima između nukleona prenosi posebnim poljem sa česticom čija je masa veća od mase elektrona. Ta čestica predstavlja kvant polja nuklearnih sila koja je nazvana mezon. Jukavin mezon je rezultat njegove teorije koja je dobijena pomoću jednačina kvantno-talasne teorije. Jukava polazi od toga da nuklearne sile potiču od posebnog polja koje egzistira oko nukleona, slično elektromagnetnom polju, a da se privlačno dejstvo ostvaruje razmenom čestice naročitih karakteristika (mezon). Prema toj teoriji izlazi da je svaki nukleon okružen mezonskim poljem, kroz koje nukleon stupa u uzajamno dejstvo sa susednim nukleonima u jezgru. Mezon je kasnije otkriven i eksperimentalno, što je podiglo značaj Jukavine teorije. Medjutim, treba odmah reći da Jukavina teorija mezonskih polja nije mogla da objasni mnoge eksperimentalne činjenice koje su tada bile poznate, a pogotovo kasnija otkrića u vezi atomskog jezgra. Tako je priroda nuklearnih sila do danas ostala faktički nepoznata.

Najzad, ističemo kao informaciju da su Anderson i drugi, podstaknuti Jukavinom teorijom, otkrili mezon (1936. godine) u kosmičkom zračenju, sa masom koja bi bila veća oko 220 puta od mase elektrona ($m_m = 220 m_e$). Jukavin mezon, teorijski izračunat, imao je masu oko 275 m_e . Nekoliko godina kasnije, 1947. godine, Pauer i saradnici našli su u kosmičkom zračenju novu vrstu mezona čija je masa 273 m_e , dakle bliska masi Jukavinog mezona. Taj mezon je pазvan π -mezon, a onaj lakši mezon zove se μ -mezon.

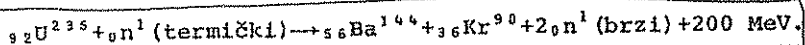
143 105 25.6. Nuklearna fisija

Posle otkrića neutrona, povećao se broj lakih jezgara kojima su bombardovana jezgra i pri tome dolazilo do nuklearnih reakcija. Jer, neutron je, pored α -čestice, protona i deutrona, bio najpogodniji za ulazanje u jezgro. Zato su neutronima bombardovana i teška jezgra, kao što je bio uran (fermi). Rezultati su bili van svih očekivanja. Naime, Han i štrasman konstatovali su 1939. godine da su se jezgra urana raspala, odnosno podelila na dva "teška" parčeta tj. pretipela su fisiju. Produkti te fisije bili su u stvari elementi iz srednjeg periodnog sistema (^{92}Kr , ^{94}Rb , ^{92}Mo , ^{94}In , ^{96}Sn , ^{97}La i mnogi drugi) koji su bez izuzetka bili radioaktivni. Tako, na primer, pri fisiji jednog uranovog jezgra dobijaju

se radioaktivni Ba^{144} i Kr^{90} , a drugo jezgro deli se na primer na Mo^{95} i La^{139} , što govori da se ne može predvideti koji će se elementi dobiti. Pored ta dva elementa - parčeta, uvek se oslobadja još po 2 - 3 neutrona sa relativno velikim energijama zbog čega se zovu brzi neutroni.

Dalja ispitivanja pokazali su da najbolje rezultate osodosno fisiju daje uranovo jezgro sa masom^{**}, i to u slučaju kada ga bombardujemo takozvanim termičkim neutronima (čija je brzina reda veličine $4 \cdot 10^2$ m/s). Zato je bilo potrebno usporiti brze neutrone kako bi se iskoristili za nove fisije.

Fisija uranovog jezgra kao pojava ne bi bila toliko interesantna da se pri tome ne oslobadja ogromna nuklearna energija koja je preko 10 puta veća od energije oslobodjene pri nuklearnim reakcijama do tada poznatim. Eksperimenti su pokazali da se pri fisiji jednog uranovog jezgra oslobadja okruglo uzev oko 200 MeV. Zato, reakcija fisije uranovog jezgra može da se predstavi na sledeći način:



Kolika je to velika energija videćemo kada se izračuna energija fisije (E_f) za gram-atom urana.

Naime,

$$E_f = 6,03 \cdot 10^{23} \cdot 200 \text{ MeV} = 12,06 \cdot 10^{25} \text{ MeV.}$$

Ako tu energiju prevedemo u džule, pa onda u kilovat-časove, imaćemo:

$$E_f = 12,06 \cdot 10^{25} \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 19,3 \cdot 10^{12} \text{ J} = 5,36 \cdot 10^6 \text{ kWh.}$$

Kako u svakoknevnoj praksi masu merimo u kilogramima a ne gram-atomima, to treba uzeti energiju koja se oslobadja pri fisiji jednog kilograma urana. Račun nije težak jer je atomska masa urana 235, pa toliko iznosi i masa jednog gram-atoma (0,235 kg). Dakle, množenjem sa 4,23 dobijamo energiju fisije za 1 kg urana:

$$E_f (\text{kg}) = 4,23 \cdot 5,36 \cdot 10^6 \text{ kWh} = 22,67 \cdot 10^6 \text{ kWh.}$$

Dakle, dobija se energija od 22,67 miliona kilovat-časova. Kad se to poredi sa energijom koja je ekvivalentna jednom kilogramu mase (član 2.17, strana 48) vidi se da je tamo energija oko 1000 puta veća ($25 \cdot 10^9$ kWh). To znači da se pri fisiji urana 235 približno jedan hiljaditi deo njegove mase pretvara u energiju. S druge strane, ista masa kamenog uglja pri potpunom sagorevanju daje oko milion puta manje energije. Zato se uran 235 zove još nuklearno gorivo o čemu će biti

** Uran ima tri izotopa:

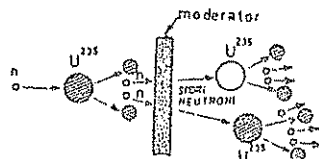
U^{238} ima 99,27%

U^{235} ima 0,72% a

U^{233} ima 0,01% u prirodnom uranu.

posebno reći.

Poseban interes kod nuklearne fisije predstavljaju ona 2 - 3 neutrona po jednoj fisiji koji mogu pod određenim uslovima, da izazovu nove fisije uranovih jezgara. Pošto nove fisije daju i nove neutrone, to se proces odvija lančano, pa otud i naziv nuklearna lančana reakcija. Medjutim, treba navesti činjenicu da fisiju jezgra izazivaju termički neutroni a sama fisija daje brze neutrone. Otuda očigledna potreba da se brzi neutroni prevedu u termičke kako bi postali efikasni za nove fisije. Zato su neophodne sredine, čiji su atomi sa relativno malom masom (laka jezgra). Pored toga, te sredine ne bi trebalo da apsorbuju neutrone. Ustvari, zadatak takvih sredina je da usporu neutrone pri sudarima sa lakim jezgrima. Zapravo, radi se o elastičnim sudarima neutrona sa lakim jezgrima, gde neutron predaje svoju energiju, odnosno smanjuje svoju brzinu i tako se usporava. Kao usporivači (moderatori) koriste se najčešće teška voda (D_2O) i grafit. Na sl. 195 dat je šematski prikaz nuklearne lančane reakcije sa moderatorom, gde se može videti da brzi neutroni (levo od moderatora) prolaze kroz moderator i usporavaju se, a onda uleću u nova jezgra, pri čemu proizvode nove fisije. Pri tome odmah ističemo da se lančana reakcija može dogoditi samo sa određenom, tzv. kritičnom masom, koja se nalazi u tzv. kritičnoj zapremini. Taj uslov je neophodan, jer novooslobođeni neutroni treba da uleću u nova jezgra a ne da "odu" napolje.



Sl. 195

Lančana reakcija može biti spontana ili kontrolisana, odnosno dirigovana.

Spontana nuklearna lančana reakcija može se odigrati samo u atomskoj bombi, o čemu će biti reči. Što se tiče dirigovane, odnosno kontrolisane lančane reakcije, koja je jedino od društvene koristi, odigrava se u tzv. nuklearnim reaktorima, o kojima će takodje biti posebno reči. I za jednu i za drugu lančanu reakciju potrebno je imati uran ili plutonijum, koji se koriste kao nuklearno gorivo. Zbog toga, prethodno treba proučiti kako dobijanje nuklearnog goriva, tako i njihove osnovne karakteristike. Jer, ne treba zaboraviti da je nuklearno gorivo danas sve traženije, obzirom na činjenicu da se naširoko grade nuklearne elektrane.



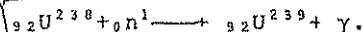
25.7. Nuklearno gorivo. Atomska bomba

U grupu nuklearnog goriva spadaju uran $235 (U^{235})$, plutonijum $239 (Pu^{239})$, uran $233 (U^{233})$, i u poslednje vreme

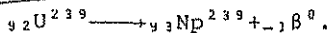
uran 238 (U^{238}), koji se meša sa navedenim gorivima. Nuklearna goriva se bitno razlikuju od klasičnih goriva pre svega po prirodi primarne energije. Naime, primarna energija kod klasičnog goriva je hemijska energija, dok je kod nuklearnog goriva reč o nuklearnoj energiji koju sadrži jezgro. Zato se nuklearno gorivo drukčije zove fisioni materijal, jer se nuklearna energija oslobađa putem fisije samog jezgra.

Uran 235 bio je prvi fisioni materijal koji se dobijao putem separacije iz prirodnog urana. Metode separacije, odnosno izdvajanja jesu vrlo skupe, obzirom da urana 235 u prirodnom uranu (uran 238) ima manje od jednog procenta. To je bio osnovni ograničavajući faktor pri izgradnji atomske bombe u Americi, u periodu od 1942 - 1945. godine.

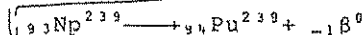
Plutonium 239 dobija se bombardovanjem neutronima urana 238, pri čemu se dobija uran 239:



Uran 239 je nestabilan, naime, radioaktivan je. Emitujući beta-česticu, prelazi u neptunijum (Np), po kemi:

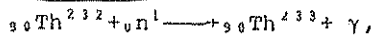


Neptunijum je također radioaktivan i emituje novu beta-česticu, prelazeći u plutonijum:

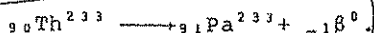


Dobijeni plutonijum 239 pokazuje izvesnu radioaktivnost, emitujući alfa-čestice, sa periodom polužintegracije od 24.000 godina, kada prelazi u uran 235. Njegova radioaktivnost nije štetna jer se radi o vrlo dugom periodu polužintegracije, tako da je plutonijum 239 pogodan kao nuklearno gorivo.

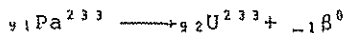
Uran 233 je vrlo pogodan za održavanje lančane reakcije. Dobija se iz torijuma kada isti bombardujemo sa neutronima:



odakle dobijamo protaktinijum, emisijom beta-čestice:



i dalje

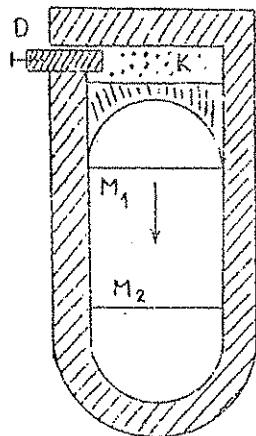


Za atomsku bombu koriste se kao nuklearno gorivo uran 235 i plutonijum 239. Informacije radi navodimo da su dve od tri atomske bombe, koliko ih je imala Amerika 1945. godine, bile napunjene uranom 235 a jedna, plutonijumom 239. Dve od njih bačene su avgusta 1945. godine na Hirošimu i Nagasaki,

čije su jačine iznosile po 20 kT pojedinačno. Atomska bomba bačena na Hirošimu bila je dugačka 3 m, sa masom od 4.100kg. Tada je poginulo 78.000 osoba, a nestalo bez traga oko 14.000 ljudi.

Atomska bomba je relativno jednostavne konstrukcije, ako se ostavi po strani detonator (upaljač). Naime, bomba se sastoji od jedne komore u koju je smešteno odgovarajuće nuklearno gorivo. Pored toga u bombi se nalazi upaljač. Atomska bomba pali se na taj način što se dve subkritične mase (M_1 i M_2 , sl.196), prethodno odvojene, spajaju u jednu superkritičnu masu, tako da se započeta lančana reakcija trenutno razvija po celoj zapremini goriva i pri tome se oslobađa neverovatno velika količina energije sa radioaktivnim zračenjem.

Što se tiče upaljača, pretpostavlja se da se sastoji od jedne komore (K, na slici), koja je ispunjena odgovarajućim klasičnim eksplozivom, koji može da eksplodira. Nastali pritisak gura gornju masu urana prema donjoj, gradeći jedinstven blok sa superkritičnom masom. Pri takvoj spontanoj lančanoj reakciji razvija se temperaturatura čak do 10 miliona stepeni. Zbog toga su posledice eksplozije atomske bombe zaista katastrofalne. Uz to, pri eksploziji dolazi do proizvodjenja vrlo intenzivnog radioaktivnog zračenja koje takođe uništava životinjski i biljni svet. Danas se, nažalost, proizvode još strašnije tzv. vodonične bombe koje koriste nuklearnu fuziju lakih elemenata u težim kojima ovde neće biti reči.



Sl. 196

25.8. Nuklearni reaktori

Kontrolisana, odnosno dirigovana nuklearna lančana reakcija može se odigrati samo u nuklearnim reaktorima. Prvi nuklearni reaktor u svetu konstruisao je Enriko Fermi u Čikagu, 1942. godine. To je praktično samo tri godine posle otkrića nuklearne fisije.

Danas su poznate brojne konstrukcije nuklearnih reaktora sa raznovrsnim namenama. Praktično, osnovni delovi su isti, bez obzira da li se radi o istraživačkim, proizvodnim ili energetskim reaktorima. Zato treba videti koji su to osnovni delovi svakog takvog reaktora.

Reaktor se sastoji od sledećih delova:

1. nuklearno gorivo,
2. moderator,
3. uređaj za kontrolisanje lančane reakcije,
4. reflektor neutrona,
5. sistem za hladjenje, i
6. zaštitni zid.

O nuklearnom gorivu napred smo već istakli tri vrste "čistog" goriva. Međutim, treba ovde podvući da se koristi i uran 238 u tzv. oplodnim reaktorima, koji se u samom reaktoru prevodi u plutonijum. Slična je situacija i sa torijumom, koji u reaktoru prelazi u uran 233. Zbog toga može se reći da u grupu nuklearnog goriva spadaju pored urana 235, plutonijuma 239 i urana 233, još i uran 238 i torijum 232.

Moderator je teška voda ili grafit, o čemu je napred već bilo reči.

Uređaj za kontrolisanje lančane reakcije sastoji se od upravljačkog dela i šipki od kadmijuma ili bornog čelika. I kadmijum i borni čelik skoro potpuno apsorbuju neutrone koji na njih nalete i na taj način smanjuju broj neutrona i posredno regulišu fisiju, odnosno lančanu reakciju.

Reflektor neutrona gradi se od jednog sloja grafita, koji pokriva aktivni deo reaktora tako da je u stanju da "vraća" neutrone u reaktor. Misli se na one neutrone koji su pošli van reaktora. Inače, sigurno je da bi veliki broj neutrona nepovratno otišao iz reaktora i na taj način oslabio ili sasvim prekinuo lančanu reakciju u samom reaktoru.

Sistem za hladjenje je naročito značajan kod snažnih nuklearnih reaktora, jer reguliše temperaturu u njemu. Uostalom taj sistem za hladjenje je sličan istim sistemima kod svih mašina u kojima se oslobadja velika količina toplotne energije.

Konačno, zaštitni zid sastoji se od debelog betonskog zida, čak i 1,5 m debljine. To je specijalna vrsta betona koji treba da apsorbuje sve vrste zračenja, kao što su gama-zračenje, beta-čestice, neutrone koji su ipak otišli iz nuklearnog reaktora i drugo.

Najveći značaj imaju tzv. energetske reaktori koji daju primarnu energiju u nuklearnim elektranama. O tome će posebno biti reči u članu koji se odnosi na nuklearne elektrane. Ovde treba svakako istaći da naša zemlja više od deceniju ima jedan istraživački reaktor maksimalne snage 10 MW (Vinča kod Beograda). Ovaj reaktor koristi kao nuklearno gorivo 4.000 kg obogaćenog urana 238. Ostali podaci jesu: moderator je teška voda oko 7 tona; reflektor neutrona je od grafita, koji se inače često koristi; kontrolisanje lančane reakcije vrši se pomoću kadmijumovih šipki, i tako dalje. Još jedan važan podatak: neutronska fluks je oko $3 \cdot 10^{13}$ neutrona po kvadratnom centimetru u sekundi.

25.9. Nuklearne elektrane

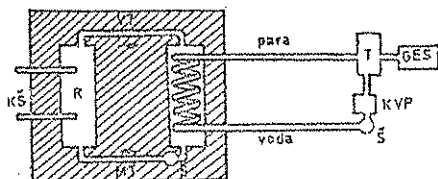
Nuklearna elektrana je složeni sistem u kome se nuklearna kao primarna energija koristi za dobijanje električne energije, kao finalnog oblika energije. Inače, nuklearna elektrana se vrlo malo razlikuje od termoelektrane. Razlika je, ustvari, u primarnoj energiji. Jer, termoelektrane koriste uglj ili naftu a, nuklearne - nuklearno gorivo. Bilo da je reč o jednoj ili drugoj elektrani, obe imaju kotlovska postrojenja za proizvodnju vodene pare. Zatim, i jedna i druga elektrana imaju parnu turbinu i generator trofazne struje. Zato nije teško dati osnovne, odnosno važne delove jedne nuklearne električne centrale. To su:

1. nuklearni energetska reaktor,
2. sistem za proizvodjenje pregrejane pare,
3. parna turbina, i
4. trofazni generator.

Energetski nuklearni reaktor ima zadatak da prevede dobijenu nuklearnu energiju u toplotnu energiju vodene pare, koja se koristi kao radno telo za parnu turbinu. Takvi reaktori mogu se podeliti po raznim kriterijumima. Tako, na primer, po neutronima, oni se dele na reaktore sa sporim i reaktore sa brzim neutronima. Kod reaktora sa sporim neutronima koristi se kao gorivo koje smo napred navodili. Za reaktore sa brzim neutronima, gorivo je prirodni uran, koji je pogodan za fisiju sa brzim a ne sporim neutronima. S druge strane, reaktori se mogu podeliti po gorivu koje se koristi na:

1. reaktore sa prirodnim uranom, i
2. reaktore sa obogaćenim uranom (1 - 10% urana 235).

Najzad, podela reaktora može se izvršiti i po moderatoru i rashladnom sredstvu (izmenjivaču toplote). Takva podela može bolje da se shvati uz šemu jedne nuklearne elektrane (Sl. 197). Odmah da istaknemo da se kod energetskih reaktora može kao moderator da koristi kako teška, tako i obična (laka) voda, zatim grafit i drugi materijali. Međutim, za nuklearnu elektranu veoma je važan izmenjivač toplote. To je odgovarajuća tečnost koja ima zadatak da prenese toplotnu energiju iz nuklearnog reaktora u parni kotao (prvi ciklus u nuklearnoj elektrani), radi zagrevanja vode, odnosno vodene pare. Za izmenjivače toplote koriste se obična (laka) voda, teška voda, ugljen dioksid, tečni natrijum i druge. Svi navedeni izmenjivači toplote, bilo da su pod velikim pritiscima ili



Sl 197

ne, imaju visoku temperaturu ključanja, pa mogu da prenesu toplotnu energiju na vodenu paru (središnji deo slike), jer je na levoj strani reaktor R, sa kadmijumovim šipkama KŠ sa kojim kontroliramo lančanu reakciju.

Sistem za proizvodjenje pregrejane pare ima zadatak da vodenu paru dovede do temperature preko 300°C , koja se može da koristi kao radno telo u parnoj turbini. Tako dobijena vodena para odlazi u parnu turbinu i pokreće je. Parna turbina prevodi potencijalnu energiju vodene pare u mehaničku rotacionu energiju i pokreće rotor trofaznog generatora naizmenične struje. Konačno, generator prima mehaničku da bi proizveo električnu energiju i poslao u dalekovode.

Prvu nuklearnu električnu centralu napravili su inženjeri u SSSR-u 1954. godine. Čija je snaga bila samo 5 MW. Druga po redu bila je izgrađena u Engleskoj (1956. godine) sa snagom od 42 MW. Danas ih ima preko 400, koje u eksploataciji koje u izgradnji. Uostalom, sledeći podaci to potvrđuju, koji su objavljeni u Americi u januaru 1979. godine. Naime, u svetu ukupno u eksploataciji ima danas 221 nuklearna elektrana. U izgradnji je 286, sa vrlo velikom ukupnom snagom. Sa zadovoljstvom ističemo da i naša zemlja gradi jednu nuklearnu elektranu u Krškom, koja treba da se pusti u pogon tokom 1981. godine. Snaga naše prve nuklearne elektrane na pragu iznosi 623 MW, što predstavlja vrlo veliku snagu. Obzirom na sve veću potrebu za električnom energijom naša zemlja planira da do 2000. godine izgradi ukupno 10 nuklearnih elektrana.

Računski primer: Nuklearna elektrana, čija je snaga $P = 623 \text{ MW}$, troši uran 235 kao nuklearno gorivo. Ukupni stepen korisnog dejstva iznosi 0,34.

Izračunati:

- godišnju proizvodnju električne energije, pod uslovom da neprekidno radi, i
- utrošeno nuklearno gorivo (masu goriva), ako je fisija potpuna.

Rešenje:

$$a) E_{god} = P \cdot t = 623 \text{ MW} \cdot 365 \cdot 24 \text{ h} = 5,458 \cdot 10^9 \text{ kWh.}$$

b) Na osnovu jedančine $E_{god} = \eta m \cdot E_{kg}$, dobijamo masu utrošenog goriva:

$$m = \frac{5,458 \cdot 10^9 \text{ kWh}}{0,34 \cdot 22,67 \cdot 10^6 \text{ kWh/kg}} = 708 \text{ kg.}$$

Uzgređ napominjemo da se nikada ne ostvaruje potpuna fisija, već samo delimična, pa je utrošena masa urana znatno veća.

XXVI glava: ELEMENTARNE ČESTICE

26.1. Kosmičko zračenje

Naziv "kosmički zraci" potiče od fizičara Milikena, kada je 1925. godine mogao da konstatuje na osnovu eksperimentalnih podataka da su to "zraci" koji dolaze iz kosmosa, dakle, van Zemlje. Taj naziv "kosmički zraci" danas više ne odgovara, jer se ne radi o zracima već o česticama, pa je bolje reći kosmičko zračenje ili kosmičke čestice.

Otkriće kosmičkog zračenja podstaklo je mnoge fizičare u svetu da počnu sa sistematskim ispitivanjima, jer je trebalo dati prave odgovore na sledeća tri pitanja:

- kakva im je priroda,
- odakle potiču, i
- kako se ubrzavaju, kada imaju toliko velike energije?

U vezi sa prvim pitanjem, koje se odnosi na prirodu kosmičkog zračenja, danas se može reći da je to pitanje dobilo odgovor. Naime, ispitivanjima zračenja u Vilsonovoj komori i sa foto-pločama koje su imale specijalne emulzije, nađeno je da se to zračenje sastoji od primarne i sekundarne komponente. Ta ispitivanja traju više od 50 godina, do današnjih dana.

Primarno kosmičko zračenje predstavlja onaj oblik zračenja u kojem ono nailazi iz kosmosa prema Zemlji. U zemljinoj atmosferi dolazi do interakcije sa jezgrima raznih atoma i tada se javlja dezintegracija jezgra. Brojna proučavanja su pokazala da se primarno kosmičko zračenje sastoji od protona (koji sačinjavaju 77,5%) alfa-čestice (20%) i teških jonova ukupno 2,5%. Jezgra teških jonova jesu najčešće jezgra litijuma, berilijuma, bora, ugljenika, azota i drugih elemenata. Zato nije pogrešno reći da se primarno kosmičko zračenje sastoji pretežno od protona vrlo velikih energija koje mogu biti i preko jednog trilionu elektronvolti (10^{18} eV). To su fantastično velike energije koje se nikada nisu mogle sresti kod mikro-čestica koje poznajemo, posebno kada se poredi sa energijama alfa-čestica, protona ili deuteronu, koji se ubrzavaju u najboljim akceleratorima.

Što se tiče drugog pitanja, odakle potiču, ili kakvo im je poreklo, može se reći da do danas nema uspešnog objašnjenja, što znači da nema uspešne teorije. Jedino je poznato da kosmičke čestice dolaze iz velikih daljina i da možda potiču od nekih "eksplozija" dalekih zvezda ili, pak nekih procesa u maglinama.

Treće pitanje, kako se ubrzavaju kosmičke čestice, bilo je predmet pažnje najvećih umova fizike. Tako je Fermi dao jednu hipotezu 1949. godine, koja se danas uzima kao moguć mehanizam za ubrzavanje tih primarnih čestica kao što su protoni i alfa-čestice. Naime, Fermi smatra da postoje pokretni oblaci međuzvezdanog gasa sa jakim magnetnim poljima zbog kretanja naelektrisanih čestica. Pri tome dolazi do posebnih "sudara" brzih čestica i jakih magnetnih polja, kada se čestice ubrzavaju.

Za nuklearnu fiziku najvažnije je ono što se događa sa tim primarnim česticama u zemljinoj atmosferi, kada se pri interakciji sa drugim jezgrima, proizvodi sekundarno kosmičko zračenje. Protoni sa tako velikim energijama udare u jezgro atoma kojih imamo u vazduhu ili zemljinoj površini, pri čemu ga "razbiju" na veliki broj delova. Delovi razbijenog jezgra rasturaju se na sve strane tako da tragovi liče na zvezdu, odakle i potiče naziv "zvezda" za takve nuklearne reakcije. Tragovi pojedinih fragmenata (delova) mogu se otkriti pomoću Vilsonove komore a naročito pomoću nuklearne fotoploče (emulzije). Dobijene su brojne fotografije sa nuklearnim pločama, koje su zatim detaljno analizirane. Primera radi navodimo podatke da se jezgro srebra, bombardovano alfa-česticom energije oko 10^8 GeV, raspalo na 18 teških i 53 lake čestice u koje ubrajamo mezone i elektrone. Svaka od ovih čestica koje se javljaju kao produkt takve reakcije ima vrlo veliku energiju koju sobom ponese.

26.2. Sekundarno kosmičko zračenje

Sekundarno kosmičko zračenje nastaje pri interakciji primarnog zračenja sa jezgama u atmosferi i na Zemlji. Pri toj interakciji jezgro se razbija na više delova, potpuno se dezintegriše, za razliku od nuklearne fisije, kada dolazi do deobe. Razlog takvom razbijanju jezgra jeste izuzetno velika energija primarnih protona ili alfa-čestica.

Energija sekundarnog zračenja, odnosno čestica koje se dobijaju pri tim reakcijama, još uvek je vrlo velika i ako je znatno manja od one koju poseduju primarne čestice. To sekundarno zračenje, zavisno od energije koju ima, deli se na dve komponente:

meku komponentu, koju vrlo intenzivno apsorbuje olovo, i tvrdu komponentu, koja prolazi kroz velike debljine olova.

Meka komponenta sekundarnog zračenja sastoji se od čestica koje se lako apsorbuju, tj. od čestica koje potpuno apsorbuju olovo debljine od 10 cm. Tu spadaju uglavnom elektroni, pozitroni, gama-fotoni, spori mezoni, eventualno spori neutroni i protoni.

Tvrdu komponentu čine pretežno brzi mezoni. Kada pominjemo mezone, treba reći da ih prvo pominje japanski fizičar Jukava 1935. godine, do kojih je došao teorijskim putem. Naime, Jukava je, u želji da objasni prirodu nuklearnih sila, prepostavio da se uzajamno dejstvo na vrlo kratkim rastojanjima između nukleona čiji jezgro prenosi posebnim poljem sa česticom čija je masa veća od mase elektrona. Ta čestica predstavlja kvant polja nuklearnih sila koju je nazvao mezon. Jukavin mezon je rezultat njegove teorije koja je dobijena pomoću jednačina kvantno-talasne teorije. Jukava polazi od toga da nuklearne sile potiču od posebnog polja koje egzistira oko nukleona, slično elektromagnetnom polju, a da se privlačno dejstvo između nukleona ostvaruje razmenom čestice naročitih karakteristika (mezon). Na osnovu takve pretpostavke svaki nukleon je okružen mezonskim poljem, kroz koje nukleon stupa u uzajamno dejstvo sa susednim nukleonima u jezgru.

Mezon je kasnije otkriven i eksperimentalno, što je svakako podiglo ugled Jukavine teorije. Međutim, treba odmah reći da Jukavina teorija mezonskih polja nije mogla da objasni mnoge eksperimentalne činjenice koje su tada bile poznate, pogotovu kasnija otkrića u atomskom jezgru. Tako je priroda nuklearnih sila do danas ostala faktički nepoznata.

Prvi mezon eksperimentalno je otkrio Anderson sa svojim saradnicima 1936. godine u kosmičkom zračenju sa masom (m_m) koja je bila oko 220 puta veća od mase elektrona ($m_m = 220 m_e$). Jukavin mezon, teorijski izračunat, imao je masu oko 275 m_e . Nekoliko godina kasnije (1947), Pauli i saradnici našli su opet u kosmičkom zračenju novi mezon čija je masa iznosila 273 m_e , što je bilo blisko Jukavinom mezonu. Taj mezon je naz-

van π -mezona, a onaj lakši dobio je ime μ -mazon. π -mazon dručkčije se zovu pioni, a μ -mezoni imaju naziv mioni. I jedan i drugi su nestabilni, jer se raspadaју na lakše čestice sa periodom poludezintegracije koji nije duži od jednog milionitog dela sekunde.

26.3. Mezoni

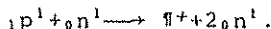
Danas su poznate tri vrste mezonā: π -mezoni, μ -mezoni i K-mezoni. Svi su nestabilni i dezintegrišu se na lakše čestice sa periodom poludezintegracije koji je kraći od jednog milionitog dela sekunde. Kako su mezoni posebno interesantni za savremenu fiziku, jer ulaze u grupu elementarnih čestica, neophodno je zadržati se na njihovim osnovnim svojstvima i karakterističnim veličinama kao što su masa, naelektrisanje, period poludezintegracije i druge.

π -mezoni, odnosno pioni, mogu biti pozitivni, negativni i neutralni (π^+ , π^- , π^0). Pion se dobija kao sekundarno kosmičko zračenje u interakciji protona i odgovarajućeg jezgra, kada se stvaraju tzv. zvezde (Sl. 198). Isti mezoni mogu se

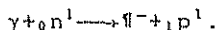


Sl. 198

dobiti i u laboratoriji kada se mete (jezgra berilijuma, bakra ili drugih elemenata) bombarduju protonima koji su ubrzani u snažnim akceleratorima, čije su energije oko 400 MeV. Tako na primer, pri sudaru protona i neutrona, kada imaju velike energije, može se dobiti π -mazon sa još dva neutrona po sledećoj šemi:



Tako se dobija pozitivan pion, koji uzima naelektrisanje protona, odnosno uzima njegov pozitron. Negativni pion može se dobiti na drugi način, odnosno pri interakciji γ -kvanta energije oko 300 MeV i neutrona, kada se proizvodi proton:



Pion je uzeo za "sebe" elektron, tako da je, zbog zakona o održanju količine elektriciteta, neutron transmutovan u proton.

Masa π -mezona, bilo da je pozitivan ili negativan veća je okruglo 273 puta od mase elektrona. Ili, tačnije

$$m_{\pi} = 273,2 m_e.$$

Masa neutralnog π -mezona je nešto manja i iznosi: $m_{\pi} = 264 m_e$.

Pozitivni π -mezon raspada se na mion i neutrino sa periodom poludezintegracije od $2,6 \cdot 10^{-8}$ sekunde po shemi:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu.$$

Energija reakcije, odnosno dezintegracije, iznosi 34 MeV, što svakako nije malo, obzirom na druge nuklearne reakcije. Na isti način dezintegriše se i negativni pion. Znatno kraći period poludezintegracije ima neutralni π -mezon ($\approx 10^{-14}$ s), koji se dezintegriše u dva fotona, odnosno dva gama-kvanta velikih energija:

$$\pi^0 \rightarrow 2\gamma.$$

μ -mezoni mogu biti pozitivni (μ^+) i negativni (μ^-). Neutralnih miona nema. Uostalom, to je razumljivo s obzirom da se dobijaju dezintegracijom piona, pozitivnih i negativnih. Masa μ -mezona je znatno manja od mase piona i iznosi: $m_{\mu} = 206,8 m_e$.

Mioni se spontano raspadaju na elektrone, odnosno pozitrone, neutrino i antineutrino:

$$\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \nu + \bar{\nu}.$$

Period poludezintegracije miona iznosi $2,2 \cdot 10^{-6}$ sekunde. Mioni imaju relativno vrlo velike energije, zbog čega su vrlo prodorni. Istini za volju prodorni su i zbog toga što imaju slabu interakciju sa jezgrima na koje nailaze. Tako, na primer, lako prolaze kroz atmosferu do Zemljinog tla pa ulaze i u Zemlju. Zato oni prolaze kroz vodu, more, i to do velikih dubina. Zato mioni čine tvrdnu komponentu sekundarnog kosmičkog zračenja.

K-mezoni, koji su takođe otkriveni u kosmičkom zračenju, spadaju u grupu teških mezona. Zato pioni i mioni čine grupu lakših mezona. K-mezoni su otkriveni i u laboratoriji, pomoću betatrona (akceleratora) 1953. godine, bombardovanjem bakra i drugih teških metala protonima čije su energije iznosile oko 6,5 GeV. To znači da se takvi mezoni mogu dobiti laboratorijski samo uz velike energije, koje imamo kod kosmičkih zračenja.

K-mezoni mogu biti pozitivni, negativni i neutralni. Mase pozitivnih i negativnih K-mezona iznose:

$$m_K = 967 m_e$$

dok je masa neutralnog K-mezona (K^0) nešto malo veća i iznosi 974 m_e . Period poludezintegracije pozitivnog i negativnog

K-mezona iznosi oko 10^{-8} sekunde. Isti mezoni dezintegrišu se na razne načine i pione i mione koji ponekad "prate" neutrina.

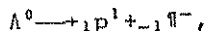
26.4. Hiperoni

Hiperoni su otkriveni isto tako u kosmičkom zračenju pomoću fotoploča i Vilsonove komore. To su čestice sa masama koje su veće od nukleona a manje od deuteronu. Njihove mase kreću se od $2.000 m_e$ do preko $2.500 m_e$, zbog čega spadaju u grupu teških čestica. To je razlog što se hiperoni, zajedno sa nukleonima, nazivaju barioni (teške čestice).

Ispitivanjem osnovnih svojstava hiperona pokazalo se da postoje tri vrste hiperona:

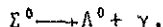
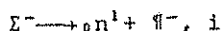
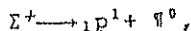
- lambda hiperoni (Λ^0),
- sigma hiperoni (Σ), i
- ksi hiperoni (Ξ).

Lambda-hiperoni jesu električno neutralne čestice (Λ^0) sa masom koja iznosi $2183 m_e \cdot \Lambda^0$ -hiperon dezintegriše se na proton i π^- mezon, po shemi



sa periodom poludezintegracije $2,5 \cdot 10^{-10}$ sekunde.

Sigma-hiperoni mogu biti kako pozitivno tako i negativno naelektrisane čestice. Mase im se razlikuju pa ih posebno i navodimo: $2328 m_e$ i $2333 m_e$. Pored ovih, postoje i neutralni sigma-hiperoni. Svaki od navedenih hiperona je nestabilan i raspada se po sledećim šemama:



Period poludezintegracije sigma-hiperona je kraći od desetomilijarditog dela sekunde. To je bio razlog teškog ispitivanja njihovih osnovnih svojstava.

Ksi-hiperoni imaju nešto veću masu od oba prethodna hiperona, koja iznosi oko $2580 m_e$. Dezintegrišu se na lambda-hiperon i pion, pa se može uzeti kao zajedničko za sve hiperone da se uglavnom raspada u nukleone i pione.

Ta činjenica da se hiperoni raspada u nukleone i pione, pokazuje da su hiperoni ustvari ekscitovani nukleoni. Štaviše, hiperoni mogu zameniti nukleone u jezgrima, koja su nestabilna i koja se zovu hiperjezgra.

Inače, brojna istraživanja sa hiperonima pokazuju da hiperoni imaju fundamentalan značaj za proučavanje elementarnih čestica o čemu će se govoriti u daljem tekstu, kao i svi

mezoni koji su danas poznati.

26.5. Čestice i antičestice

Otkriće antičestica ima teorijsku podlogu. Naime, poznati teorijski fizičar Dirak razvio je teoriju još 1930. godine po kojoj pored elektrona mora da postoji čestica koja je sa elektronom istovetna po masi, ali suprotno naelektrisana. Jer, pod antičesticama podrazumevaju se elementarne čestice koje imaju istu masu i spin kao i čestice, ali su suprotnog naelektrisanja, magnetni momenti su takodje suprotni po znaku, kao i neke druge veličine. Čestica koja je po naelektrisanju suprotna elektronu, zaista je nađena 1932. godine i nazvana je pozitron, koji sobom nosi najmanje pozitivno naelektrisanje. Prema tome, pozitron je antičestica elektronu. Za razliku od elektrona koji je stabilan, pozitron je kratkog veka (traje u proseku 10^{-8} s), jer u susretu sa elektronom dolazi do proizvodjenja gama-kvanta odgovarajuće energije. Može se dogoditi i suprotno, da gama-kvant pod određenim uslovima obrazuje par pozitron-elektron. To je poznat slučaj obrazovanja para sa gama-kvantom, čija je energija veća od 1,02 MeV.

Drugi primer čestice-antičestice imamo kod protona i antiprotona. Naime, Dirakova teorija nije se ograničila samo na pozitron nego se može primeniti i na druge slučajeve na osnovu savremenog tumačenja, tj. po toj teoriji za svaku česticu morala bi da postoji antičestica, pa prema tome može da postoji antiproton, antineutron i druge antičestice.

Antiproton je dobijen prvi put eksperimentalno 1955. godine u laboratoriji Kalifornijskog univerziteta kada je meta od bakra bombardovana protonima koji su imali velike energije od 6,2 GeV. Dok je proton pozitivno naelektrisan i stabilan (jer ne dezintegriše), dotle je antiproton negativno naelektrisan i nestabilan jer u interakciji sa protonima prelazi u π -mezone i K-mezone koje prati tvrdo gama-zračenje.

Antineutron, kao antičestica neutronu, bila je otkrivena 1956. godine. Ispitivanja su izvršili fizičar Kork i njegovi saradnici. Masa antineutronska je istovetna masi neutrona, ali ima magnetni moment suprotnog znaka.

Dalje, nađeno je da i neutrino ima svoju antičesticu - antineutrino. To je neutralna elementarna antičestica, koja nema masu u miru, kao što je nema ni foton. Neutrino i antineutrino obrazuju se kod konverzije protona u neutron i obrnuto. To su sve primeri, koji pokazuju da svakoj čestici odgovara antičestica, koje skupa spadaju u grupu elementarnih čestica, danas posebno interesantnih za dalji razvoj savremene fizike.

26.6. Klasifikacija elementarnih čestica

Elementarne čestice, koje smo napred u tekstu pominjali, jesu sve mikro-čestice koje nemaju svoju strukturu, imajući u vidu sadašnji nivo razvoja fizike i njenog poznavanja strukture materije. Uostalom, Grci su u svoje vreme atom smatrali elementarnom česticom. Danas je poznato preko 80 elementarnih čestica, a pre svega četrdesetak godina to su bile protoni, neutroni i elektroni. Onda je otkriven pozitron i mnoge druge. Tokom raznih ispitivanja svojstva tih čestica ispostavilo se da takve elementarne čestice i nisu elementarne jer dezintegriraju tako što prelaze u druge čestice emitujući pri tome elektrone, pozitrone ili mezone. Zato se i danas naziv "elementarne čestice" uzima uslovno jer neke od njih imaju strukturu, što će reći predstavljaju odgovarajući sistem.

KLASIFIKACIJA ELEMENTARNIH ČESTICA

Naziv čestica		simbol	naelektrisanje		Relativna masa u odnosu na elektron
			čestica	antičestica	
foton	fotoni	γ	0	-	0
leptoni	neutrino	ν	0	-	0
	antineutrino	$\bar{\nu}$	-	0	0
	elektron	e^-	e^-	-	1
	pozitron	e^+	-	e^+	1
	μ^- -mezon	μ^-	e^-	-	-
	μ^+ -mezon	μ^+	-	e^+	207
mezoni	π^+ -mezon (pion)	π^+	e^+	-	273
	π^- -mezon	π^-	-	e^-	273
	π^0 -mezon	π^0	0	0	264
	K^+ -mezon	K^+	e^+	-	967
	K^- -mezon	K^-	-	e^-	967
	K^0 -mezon	K^0	0	0	974
barioni	proton	p	e^+	-	1836
	antiproton	$\bar{p}$	-	e^-	1836
	neutron	n	0	-	1839
	antineutron	$\bar{n}$	-	0	1839
	lambda-hiperon	Λ^0	0	0	2183
	Σ^+ -hiperon	Σ^+	e^+	e^-	2328
	Σ^- -hiperon	Σ^-	e^-	e^+	2333
	Σ^0 -hiperon	Σ^0	0	0	2343
	Ξ^0 -hiperoni	Ξ^0	0	0	2573
	Ξ^- -hiperon	Ξ^-	e^-	e^+	2586

U osnovne karakteristike elementarnih čestica spadaju svakako masa, naelektrisanje, spin, magnetski moment, srednji život i druge. Pri tome izuzimamo foton koji nema masu u miru. Dalje, svakoj čestici, izuzev fotona, odgovara antičestica, koja ima istu masu ali suprotnu vrstu naelektrisanja. Isto tako, antičestica u odnosu na česticu može imati drugi spin ili magnetski moment itd.

Otkriće brojnih elementarnih čestica do danas, omogućilo je sasvim određenu klasifikaciju, odnosno sistematiku po nekim njihovim svojstvima u koje ubrajamo pre svega njihove mase. Dakle, po masi elementarne čestice delimo u sledeće grupe:

fotoni
leptoni
mezoni, i
barioni,

koji su pregledno dati u prethodnoj tabeli.

U osnovne karakteristike fotona spadaju energija i impuls, ali ne i masa jer fotoni nemaju masu. Fotoni nose sobom energiju $h\nu$, koju potpuno predaju u interakciji sa elektronom, recimo kod fotoefekta, kada foton prestaje da postoji.

Leptoni predstavljaju grupu u koju ulaze neutrino, antineutrino, elektron, pozitron i mion. Sve su to čestice sa vrlo malom masom koja ne prelazi $207 m_e$.

Mezoni su napred već detaljisan, pa ovde samo skraćemo pažnju na činjenicu da postoje tri vrste mezona sa masama manjim od mase nukleona.

Barioni čine grupu teških čestica u koju ulaze nukleoni i hiperoni, sa masama čak do $2600 m_e$.

U prethodnoj tabeli dat je pregled elementarnih čestica sa masama i naelektrisanjima, koje čestice poseduju. Postojanje tako velikog broja elementarnih čestica pokazuje izuzetnu složenost strukture materije. To je razlog što se nedavno pokušalo sa jednom novom elementarnom česticom koja je dobila ime kvark. Naime, ima je trebalo da znači nešto neobično u odnosu na druge čestice. Uostalom, to je pokušaj teorijske prirode, sa ciljem da se objasni složena struktura mikro-sveta.

RAČUNSKI ZADACI IZ ATOMSKE I NUKLEARNE FIZIKE

1. Izračunati talasnu dužinu svetlosti koju emituje atom pri prelazu elektrona sa višeg na niži nivo, ako je razlika u energetske nivoima 5 eV.

Odgovor: Preko jednačine drugog Borovog postulata dobićemo talasnu dužinu emitovanog zračenja:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E} = 0,248 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,25 \text{ } \mu\text{m}.$$

2. Koliko fotona sa različitom energijom može da emituje atom vodonika, ako se njegov elektron nalazi na trećoj orbiti? Kolike su talasne dužine emitovanih zrakova? Energija elektrona u osnovnom stanju atoma vodonika iznosi $E_1 = 2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J}$.

Odgovor: a) tri fotona različite energije

b) Talasne dužine su:
103 nm, 122 nm, i 659 nm;

3. Kolika je najveća a kolika najmanja talasna dužina Pašeneve infracrvene serije? Kolika je energija odgovarajućih kvanata? Ridbergova konstanta iznosi: $1,1 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

Odgovor: $\lambda_{\min} = 818 \text{ nm}$, $\lambda_{\max} = 1.870 \text{ nm}$,

$$E_1 = 1,5 \text{ eV}, \text{ i } E_2 = 0,66 \text{ eV}.$$

4. Izračunati ukupnu energiju elektrona koji se kreće po pravoj putanji vodonikovog atoma.

Odgovor: Na osnovu jednačine $E_n = - \frac{2^2 m Z^2 e^4}{n^2 h^2 (4\pi \epsilon_0)^2}$

obzirom da je $n = 1$, i $Z = 1$,

ukupna energija iznosi:

$$E_1 = -2,17 \cdot 10^{-18} \text{ J} = 13,6 \text{ eV}.$$

5. Kolika je talasna dužina rendgenovog zračenja, koje emituje antikatoda, ako je napon između elektroda $U = 40\text{kV}$? Gubitke energije, koji se pojavljuju pri udaru elektrona u antikatodu, treba zanemariti.

Odgovor: Energija elektrona pretvara se u energiju kvanta, fotona, pa važi sledeća relacija:

$$e \cdot U = h \cdot \nu = h \frac{c}{\lambda}, \text{ odnosno:}$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{e \cdot U} = 3,1 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ nm},$$

$$\text{ili: } \lambda = 31 \text{ pm (pikometar).}$$

6. Izračunati energiju jonizacije vodonikovog atoma, kao i energiju ekscitacije iz osnovnog u prvo ekscitovano stanje.

Rešenje: $E_j = 13,6 \text{ eV}$, i $E_{ex} = 10,1 \text{ eV}$.

7. Izračunati konstantu radioaktivne dezintegracije kod radijuma 226, ako je period poludezintegracije 1620 godina.

Odgovor: Na osnovu jednačine za radioaktivnu konstantu, imamo da je:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{1620 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 1,354 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{-1}.$$

8. Neki radioaktivni element ima period poludezintegracije $T = 20$ dana.

Izračunati:

- a) vreme potrebno da dezintegrira $3/4$ od prvobitnog broja, i
b) konstantu radioaktivne dezintegracije.

Odgovor: Na osnovu podataka možemo da iskoristimo zakon radioaktivne dezintegracije:

$$\frac{1}{4} N_0 = N_0 e^{-\lambda t}, \text{ a odatle je:}$$

$$\ln 4 = \lambda t, \text{ odnosno: } t = \frac{\ln 4}{\ln 2} T,$$

$$\text{i, konačno: } t = 40 \text{ dana};$$

$$\text{b) } \lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{20 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 4,0 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1}.$$

9. Izračunati brzinu radioaktivne dezintegracije (ili: aktivnost) radijuma 226, mase od jednog grama. Zatim, izračunati vreme za koje će se aktivnost ove mase radijuma smanjiti za 20%.

Odgovor: Polazimo od zakona radioaktivne dezintegracije, pa pišemo:

$$0,8N_0 = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

$$\text{odnosno: } t = \frac{-\ln 0,8}{\lambda} = 0,1647 \cdot 10^{11} \text{ s} = 522 \text{ god.}$$

Brzina radioaktivne dezintegracije dobija se pomoću obrasca:

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N = 1,354 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{6,025 \cdot 10^{23}}{226} \text{ Bq,}$$

$$\text{odnosno: } \frac{dN}{dt} = 3,6 \cdot 10^{10} \text{ Bq.}$$

10. Naći brzinu alfa-čestice koja izleće iz jezgra atoma pri radioaktivnoj dezintegraciji, ako je njena energija 5 MeV. Isto tako, izračunati domet alfačestice pri prolazu kroz vazduh pod normalnim uslovima.

Odgovor: a) $v = 1,55 \cdot 10^7 \text{ m/s}$; $R = 3,57 \text{ cm}$.

11. Izračunati poluprečnik jezgra aluminijuma i njegovu gustinu, kada se zna da je jedinični poluprečnik $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$, masa nukleona $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ i atomska masa aluminijuma: $A = 26,97 \text{ ajm}$.

Odgovor: Na osnovu obrazaca koji su dati u užbeniku, dobijaju se sledeći rezultati:

$$r = 4,2 \cdot 10^{-15} \text{ m} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ pm, } 1$$

$$\rho = 1,45 \cdot 10^{14} \text{ kg/dm}^3.$$

12. Izračunati energiju veze jezgra litijuma izotopa ${}^7\text{Li}$, ako je masa atoma litijuma 7,01816 ajm. Ostali podaci su:

masa neutrona $m_n = 1,00898 \text{ ajm}$,

masa protona $m_p = 1,0076 \text{ ajm}$,

masa elektrona $m_e = 0,00055 \text{ ajm}$ i

masa atomske jedinice mase $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Odgovor: Na osnovu poznate jednačine dobija se sledeći rezultat:

$$E_v = 39,055 \text{ MeV.}$$

13. Koliko je potrebno utrošiti energije da bi nastala fisija jezgra C^{12} na tri alfa-čestice? Masa atoma C^{12} jednaka je 12 ajm. Masa helijuma, odnosno atoma helijuma je 4,0039 ajm.

Odgovor: $E_v = 7,274 \text{ MeV}$.

Isto toliko energije bi se oslobodilo kada bi se tri alfa-čestice fuzionisale u jedno jezgro ugljenika.

14. Koliko se energije oslobadja fisijom jednog grama urana 235, ako je energija po jednoj fisiji 200 MeV. Avogadrov broj je $6,02 \cdot 10^{23}$. Energiju izraziti u džulima i kilovatčasovima.

Odgovor: $E_f = 2,3 \cdot 10^6 \text{ kWh}$.

15. Dato kosmičko zračenje ima energiju od 3,5 GeV. Koliku razliku potencijala u polju treba da predje elektron, da bi dostigao tu energiju, pod ulovom da polazi iz stanja mirovanja? Zatim, koliku brzinu treba da ima telo mase od 1 mg, da bi posedovalo toliku kinetičku energiju?

Odgovor: $U = 3,5 \text{ GV}; \quad v = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$.

XXVII glava: LABORATORIJSKE VEŽBE

27.1. Program vežbi u laboratoriji

Laboratorijska vežbanja iz fizike, kod svih jednogodišnjih i dvogodišnjih kurseva, jesu obavezan vid nastave. Broj vežbi varira od 10 pa do 20 tokom jedne godine, zavisno od namene kursa fizike. Mišljenja smo da je od velikog značaja izbor tih vežbi, zavisno od namene kursa i zavisno od tehničkih mogućnosti za njihovo izvođenje. U ovom kursu uzeto je 10 laboratorijskih vežbi, odabranih tako da studenti mogu konstruktivnije da rade odgovarajuće vežbe na starijim godinama studija.

Vežbe se izvode po ciklusima, kojih ukupno ima dva, i to:

Prvi ciklus:

1. Odredjivanje gustine čvrstih tela (metala i nemetala),
2. Odredjivanje modula elastičnosti čelične ili bakarne žice,
3. Odredjivanje modula torzije čelične ili bakarne žice,
4. Odredjivanje ubrzanja zemljine teže, i
5. Odredjivanje koeficijenta viskoznosti glicerina.

Drugi ciklus

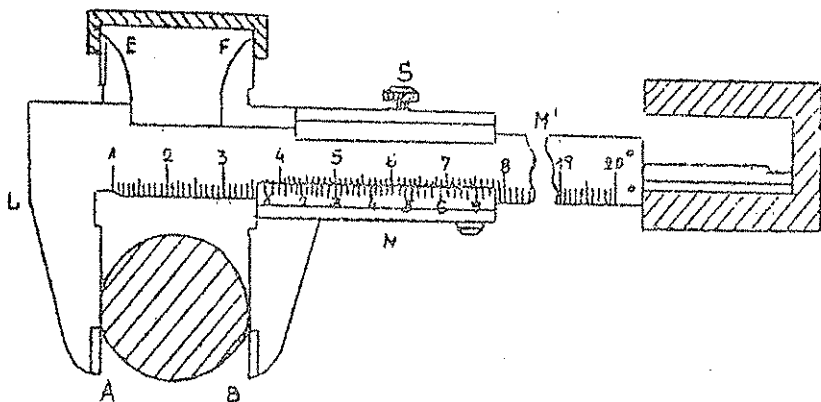
6. Određjivanje specifične toplote metala i nemetala,
7. Određjivanje električne otpornosti pomoću Vitstonovog mosta,
8. Određjivanje elektromotorne sile pomoću Pogendorfove metode,
9. Određjivanje jačine svetlosnog izvora sa Bunzenovim fotometrom, i
10. Određjivanje žižne daljine sabirnih sočiva.

Ovakav program diktiran je prirodnom kursa fizike na Rudarsko-geološkom fakultetu, ali se iste vežbe mogu i rađati se i na drugim tehničkim fakultetima i višim tehničkim školama.

27.2. Merenje fizičkih veličina

U početku svakog laboratorijskog praktikuma, studenti treba da se upute kako da precizno meri dužinu, masu i vreme, jer to treba koristiti kod rada u laboratoriji, kada počinje rad sa odgovarajućim aparaturama. Zato ćemo dati ukratko, kako se meri sa nonijusom i mikrometarskim zavrtanjem, terazijama i štopericom.

1. Merenje dužine sa nonijusom, Za merenje malih dužina mogu poslužiti tzv. nonijusi ili šubleri. Nonijus je pogodna naprava koja se sastoji od jednog nepokretnog lenjira



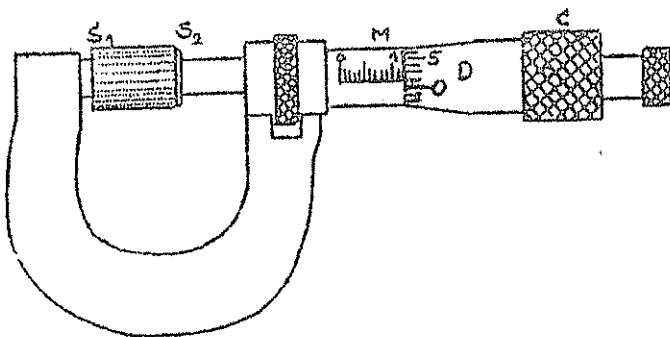
Sl. 200

L na kojem je izgravirana milimetarska podela. Na drugom lenjiru N, (sl. 200), nalaze se podeoci koji su manji od jednog milimetra. Taj pokretni lenjir zove se u stvari nonijus.

Na njemu podeoci mogu biti kraći od jednog milimetra za 0,1 mm, 0,05 mm ili 0,02 mm. U Laboratoriji za fiziku najčešće se koriste šubleri sa preciznošću od 0,02 mm. To znači da 50 podelaka na nonijusu ima dužinu koliko 49 mm na nepokretnom lenjiru. Početak i jedne i druge skale - nulti pode-lak - poklapaju se u ovom slučaju kada se kraci A i B dodiru. Prečnik neke žice ili debljina neke trake mere se tako što se ista stavi između krakova A i B (vidite sliku). Po-kretni lenjir, zajedno sa krakom B pomera se sve dok se ne dodirne žica ili traka. Tada se pokretni lenjir pričvrsti pomoću zavrtnja S. Zatim se na skali pročitaju prvo celi mi-limetri. Na pokazanoj slici to je 41 mm. Nulti pode-lak po-kretnog lenjira nalazi se između 41. i 42. milimetra. To znači da je prečnik tela između krakova A i B veći od 41mm. Da bi smo i to izmerili, potrebno je pogledati koji se po-delak na nonijusu stvarno poklapa sa podeokom na nepokretnom lenjiru. Ako je to, recimo, pode-lak 2 na nonijusu, onda to znači da je debljina tela (žice) 41,4 mm.

Pored prečnika, odnosno debljine, sa nonijusom mogu se meriti i unutrašnje dimenzije pomoću krakova E i F, odnosno dubine (desno na slici).

2. Merenje dužine sa mikrometarskim zavrtnjem. Sa mikrometarskim zavrtnjem mogu se izmeriti prečnici žice sa preciznošću do 0,01 mm, što znači da je precizniji od noniusa. Zato se mikrometarski zavrtnj često koristi u Laboratoriji. Inače, mikrometarski zavrtnj sastoji se od matrice (M), zavrtnja (C) sa dobošem (D) i nosača u kome se nalaze ravni S₁ i S₂ između kojih se postavlja žica, čiji prečnik treba izmeriti (Sl. 201). Na matrici M nalazi se milimetarska skala



Sl 201

po uzdužnoj osi, dok se na dobošu nalazi kružna skala koja je podeljena na 100 delova. Zavrtnj je tako podešen da njegov jedan hod (korak) iznosi jedan milimetar. Kod takvih

mikrometarskih zavrtanja ima 100 podelaka na kružnoj skali. Danas se grade zavrtnjevi čiji hod iznosi 0,5 mm a na kružnoj skali imaju 50 podelaka. To znači da se pri celom obrtu matrica pomeri za 0,5 mm, tako da se i ovde može meriti prečnik sa preciznošću od 0,01 mm.

Samo merenje vrlo je jednostavno. Žica se prvo stavi između ravnih površina S_1 i S_2 , a onda se obrće zavrtanj sve dok površina S_2 , ne legne na žicu. Pri tome treba obratiti pažnju da se zavrtanj ne zateže jako, jer se može da ošteti sam zavrtanj. Kada se pročitaju celi milimetri na uzdužnoj skali na matrici, onda treba uzeti broj podelaka na kružnoj skali koji se poklapa sa uzdužnom osom podela na matrici. Primera radi, uzmimo da se doboš D nalazi između 11. i 12. milimetra. To znači da treba uzeti 11 celih milimetara a stote delove milimetara pročitati na kružnoj skali, recimo 55. podelak. To znači da je prečnik merenog tela 11,55 mm. Ako je zavrtanj sa hodom od 0,5 mm, onda se na uzdužnoj skali čita dužina sa tačnošću od pola milimetra (na primer, 11,5 mm). Na kružnoj skali, recimo, 30. podelak stoji na osi. Ukupna dužina, odnosno prečnik, iznosiće tada 11,80 mm.

3. Merenje vremena štopericom. Časovnici su dovoljni za merenje vremena kada se traži preciznost od jednog minuta, a ponekad i do sekunde. U laboratorijskom radu često treba meriti vreme nekog procesa sa preciznošću do 0,1 sekunde. Za takva merenja koriste se tzv. hronometri ili štoperice (sl. 202), koje imaju dve skale - jednu za sekunde, a drugu za minute. Pri upotrebi potrebno je pritisnuti glavu A, čime se hronometar pušta u rad. Drugim pritiskom glave A hronometar se zaustavlja, a trećim skazaljke vraćaju u nulti položaj. Naravno, postoje razni tipovi hronometara. Tako, na primer, kod nekih skazaljka koja pokazuje sekunde pravi dva cela kruga u minutu. Kod takvih hronometara postoje dve velike skale. Jedna, na kojoj se očitavaju sekundi u prvom delu minute, a druga skala za drugi deo minuta. Na nekim, pak, hronometrima nalaze se dve velike skazaljke. Kod ovakvih vrsta postoji mogućnost da se u odredjenom trenutku zauzastavi jedna skazaljka - izmeri se jedno vreme, a u nekom drugom momentu druga, pa se izmeri neko drugo vreme.



Sl. 202

4. Merenje mase (sa centigram-terazijama). Masa se može izmeriti sa različitim terazijama, zavisno od toga koja

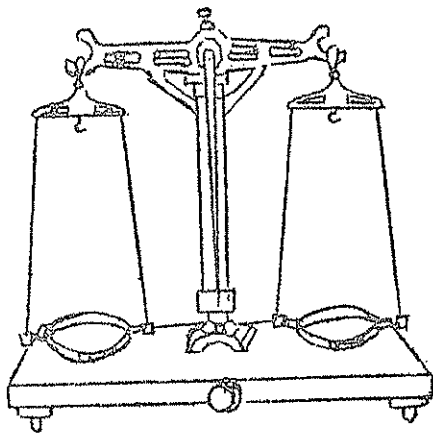
se preciznost zahteva. Kod centigram-terazija osetljivost je u stvari 1 cg, što znači da će kazaljka skrenuti za jedan podelak kada se na tas stavi teg od jednog centigrama. Takve terazije date su na slici 203. Odmah u početku da istaknemo, da se ravnokrakim terazijama meri masa a ne težina. Uostalom, ravnotežno stanje kod terazija postiže se izjednačavanjem momenta sila jednog i drugog kraka, koji su suprotno usmereni:

$$G_1 \cdot L_1 = G_2 \cdot L_2, \text{ odnosno } m_1 \cdot g \cdot L_1 = m_2 \cdot g \cdot L_2.$$

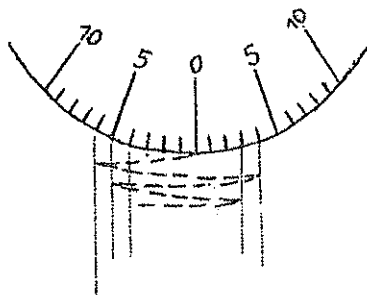
Pošto su u pitanju ravnokrake terazije ($L_1 = L_2$), iz prethodne jednačine ostaje da je masa na levom tasu jednaka masi tegova na desnom tasu:

$$m_1 = m_2.$$

Značajan podatak za terazije, pre merenja mase, jeste tzv. eksperimentalna nula, koja se ne poklapa uvek sa nultim podeokom na skali (Sl. 204). Proveravanje se vrši na taj način, što se neopterećene terazije otkače (pomoću zavrtnja kod



Sl. 203



Sl. 204

podloge terazija) i prati oscilovanje kazaljke. Amplituda imamo i na levoj i desnoj strani (Sl. 204), koje se smanjuju jer su oscilacije amortizovane. Pri tome se zapisuju podaci do kojih je kazaljka stigla na jednu i drugu stranu od nule terazija i to tako što je neparan broj na levoj, a paran broj merenja na desnoj strani. Od dobijenih vrednosti amplituda na levoj treba uzeti srednju vrednost (Y_l). Isto to uraditi od amplituda na desnoj strani (Y_d). Odatle imamo:

$$Y_l = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} \quad \text{i} \quad Y_d = \frac{Y_1 + Y_2}{2}.$$

Eksperimentalna nula terazija dobija se konačno aritmetičkom sredinom:

$$Y_0 = \frac{Y_L + Y_D}{2}$$

Primera radi, navedimo konkretne brojne vrednosti amplituda na levoj i desnoj strani (na osnovu slike 204):

$$Y_1 = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3} = \frac{6+5+4}{3} = 5.$$

i

$$Y_D = \frac{Y_2 + Y_3}{2} = \frac{-4-2}{2} = -3$$

Odatle, eksperimentalna nula iznosi:

$$Y_0 = \frac{Y + Y}{2} = \frac{5-3}{2} = +1.$$

Dakle, eksperimentalna nula je na prvom podeoku levo od nule na skali. Onda treba to uzeti za nulu. U praksi, međutim može se pomoću odgovarajućih zavrtnjeva koji se nalaze u samom "kosturu" poluge na jednom i drugom kraku) dovesti nulti podetak na sredinu skale. U stvari, pomeranjem zavrtnja menja se moment sile (raste ili opada) i zavisno od toga pomera se eksperimentalna nula. U razmatranom slučaju (eksperimentalna nula na prvom podeoku levo) treba zavrtnj na desnom kraku poluge obrtati tako da se približava osloncu, čime se na toj strani smanjuje i moment sile, odnosno statički moment.

Što se tiče samog merenja na terazijama, neophodno je nekoliko dobronamernih napomena.

Prvo, tegovi se moraju uzimati iz kutije sa pincetom da bi se stavili na tas terazija. Za to vreme terazije su ukočene. Onda se otkače da bi se videlo da li je uspostavljeno ravnotežno stanje, tj. da li će se skazaljka zaustaviti na nuli. Ukoliko je ravnoteža uspostavljena, treba "videti" kolika je masa tela. To se vrši na taj način što se tegovi uzimaju (opet pincetom) po veličini i vraćaju u kutiju i pri tome beleže se njihove brojne vrednosti jedna ispod druge. To treba sabrati pri čemu se dobija konačno merena masa (recimo $m = 18,28g$).

Drugo, sva merenja tokom jedne vežbe u laboratoriji treba izvršiti sa jednim i istim terazijama. Isto tako, potrebno je koristiti tegove iz iste kutije, kako ne bi došlo do grešaka u merenju, nastalih zbog razlike u tegovima istih jedinica, i

Treće, terazije i tegove treba ostaviti u ispravnom stanju kako bi i sledeća, odnosno druge grupe studenata mogla da izvrše potrebna merenja i završe svoj posao u Laboratoriji. Ovo ističemo zbog toga što se terazije koriste više puta tokom rada u Laboratoriji.

27.3. Greške pri merenju

Za merenja fizičkih veličina, bilo osnovnih ili izvedenih, potrebno je imati odgovarajući instrument ili spravu i odgovarajuću jedinicu koja se koristi. Sama merenja, bez obzira na veliku tačnost instrumenta i izvežbanost fizičara, uvek se vrše uz odgovarajuće greške, koje mogu biti različite. Greške će tim pre praviti studenti koji praktično prvi put vrše određena merenja u Laboratoriji za fiziku. Zato se ovde ukratko govori o greškama koje se javljaju pri merenju i načinu kako ih treba odrediti.

Greške mogu biti posledica nedostatka samog mernog instrumenta ili cele metode a isto tako posledica i drugih faktora kao što je u prvom redu subjektivnost onoga koji vrši merenja odnosno "čita" merenu veličinu na instrumentu. Greške prouzrokovane nedostatkom instrumenta ili cele metode merenja zovu se sistematske greške. To su stalne greške sa istim znakom u svim merenjima. Takve greške kod ovih osnovnih merenja, u praktikumu na kome će raditi studenti, praktično ne dolaze u obzir. Zato treba navesti tzv. slučajne greške koje nisu stalne ni po veličini ni po znaku, što znači da se ne mogu unapred predvideti. Kod slučajnih grešaka uočljiva je izvesna simetrija, što pokazuje da za njih važe zakoni verovatnoće. Naime, ako je pri jednom merenju dobijeni rezultat veći od stvarne vrednosti, postoji verovatnoća da će u jednom od sledećih merenja rezultat dati manju vrednost od one stvarne. Odatle proističe zaključak da će više merenja dati bolju srednju vrednost, odnosno vrednost koja je bliža stvarnoj vrednosti merene veličine. Na taj način, većim brojem merenja iste veličine, može se smanjiti uticaj slučajnih grešaka koje će studenti sigurno praviti pri radu u Laboratoriji.

Za izračunavanje grešaka pri merenju koristi se tzv. apsolutna greška i relativna greška dobijenih rezultata.

Apsolutna greška datog merenja (ΔN) predstavlja razliku između stvarne vrednosti (N_s) i izmerene vrednosti te veličine (N_i), tako da se može napisati sledeća relacija:

$$\Delta N = N_s - N_i \quad (\text{XXVII}, 1).$$

Odavde se očigledno vidi da se apsolutna greška meri istom jedinicom koju koristimo za tu veličinu.

Relativna greška za dato merenja (R_g) data je količnikom apsolutne greške (ΔN) i stvarne vrednosti izmerene veličine (N_s), tj.

$$R_g = \frac{\Delta N}{N_s} \quad (\text{XXVII}, 2).$$

Dakle, posle jednog izvršenog merenja nadje se prvo apsolutna, pa onda relativna greška, koja je očigledno neimenovan broj, jer je data količnikom dveju vrednosti jedne i iste

veliĉine. Taj koliĉnik daje uvek pravi razlomak tj. broj manji od jedinice. Ukoliko je merenje bilo taĉnije tj. ukoliko je izmerena vrednost N_s bila bliŹa stvarnoj vrednosti N_s , utoliko će relativna greška biti manja. Takva greška je još preglednija, ako se daje u procentima, što se dobija mnoŹenjem desne strane gornje jednaĉine sa 100:

$$R_g = \frac{\Delta N}{N_s} \cdot 100\% \quad (\text{XXVII}, 3).$$

Ovo je najjednostavniji naĉin da se posle merenja dođe do greške, koja je data u procentima. U narednom tekstu, po ciklusima, studenti će lako uoĉiti da je za svaku veŹbu posebno (na kraju teksta) dato koliko maksimalno može biti relativna greška. Autoru ovog teksta nije bilo teŹko da zakljuĉi gde se mogu primiti rezultati sa 3%, 10% ili 20% relativne greške s obzirom na metodu u aparaturu koja se koristi. Tako, na primer, za odredjivanje gravitacionog ubrzanja pomoću matematiĉkog klatna greška ne može biti veća od 3%, dok kod drugih veŹbi toleriše se do 10%. Ukoliko dobijeni rezultat u Laboratoriji prelazi odredjenu grešku, veŹba se ponavlja. Studenti su, naime, duŹni da ponove merenja. Da se to ne bi dogadjalo, studenti treba da prouĉe ova uputstva, kako bi spremni došli na rad u Laboratoriji. S druge strane, u Laboratoriji studenti imaju svekolicu pomoć asistenta i laboranta, kako bi se veŹba mogla i da završi za predviđeno vreme od dva ĉasa.

U izraĉunavanju traŹenih veliĉina kod veŹbanja u Laboratoriji vrlo ĉesto treba izvršiti više, a ne jedno merenje. U tom sluĉaju treba izraĉunati srednju vrednost za više merenja, imajući u vidu apsolutne greške pojedinaĉno. Tada se izraĉunavaju apsolutne greške za svako pojedinaĉno merenje. Tako, naprimera, za prvo merenje apsolutna greška je (ΔN_1) , za drugo (ΔN_2) i tako redom do poslednjeg merenja (ΔN_k) . Ona se uzima srednja vrednost apsolutne greške svih merenja:

$$\Delta N_s = \frac{(\Delta N_1) + (\Delta N_2) + \dots + (\Delta N_k)}{k} \quad (\text{XXVII}, 4),$$

gde je:

k - broj merenja traŹene veliĉine. Praktiĉno se uzimaju, kod odredjenih veŹbi, tri ili više merenja. Kada se tako dobijena srednja vrednost apsolutne greške podeli sa stvarnom vrednošću N_s , dobija se srednja vrednost relativne greške:

$$R_g = \frac{\Delta N_s}{N_s} \cdot 100\% \quad (\text{XXVII}, 5).$$

Dakle, zavisno od prirode veŹbe (da li će se vršiti jedno ili više merenja što će asistent objasniti), za odredjivanje relativne greške u procentima, korištiće se obrasci XXVII,3 ili XXVII,5.

Na kraju ističemo sledeća uputstva:

Prvo, za rad u Laboratoriji student treba da prouči odgovarajući tekst za vežbu.

Drugo, studenti treba da vode računa o aparaturi i svim onim elementima koji su od uticaja na rezultate merenja.

Treće, posle izvršenih merenja studenti treba čitko da unesu brojne vrednosti izmerenih veličina, sa odgovarajućim jedinicama koje se koriste, u obrasce, koji su dati i i tako konačno dobiju traženu veličinu.

Četvrto, svi konačni rezultati treba da budu u jedinicama Međunarodnog sistema, ili onim jedinicama koje su Zakonom iz 1976. godine dozvoljene za upotrebu.

27.4. I. C i k l u s

1. Odredjivanje gustine čvrstih tela (metala i nemetala)

Gustina tela, odnosno specifična masa, odnosno zapreminska masa, je vrlo važna mehanička veličina, bilo da se radi o homogenom ili nehomogenom telu. Definicija se dobija na osnovu jednačine

$$\rho = m/V$$

(XXVII,6),

odakle imamo:

Gustina je brojno jednaka masi tela jedinične zapremine.

Jedinice su kg/m^3 , t/m^3 , kg/dm^3 i g/cm^3 , od kojih je prva iz Međunarodnog sistema.

Danas je poznato više metoda za merenje gustine tela, bilo da se radi o čvrstim telima, tečnostima ili gasovima. Ovde ćemo meriti gustine samo čvrstih tela (nekog metala ili stakla, rude, kamena ili slično). Jedna od često korišćenih metoda jeste metoda piknometra.

Piknometar je staklena bočica (Sl. 205) sa zapreminama od 25 cm^3 , 50 cm^3 ili 100 cm^3 , čiji zatvarači imaju uske kanale. Taj kanal treba da propusti suvišnu vodu iz bočice pri njenom zatvaranju. Tačna zapremina piknometra, napisana na bočici, uzeta je kada je zatvarač stavljen na svoje mesto, pri čemu suvišna voda istekne. Piknometar se koristi za merenje zapremine onog tela čiju gustinu želimo da izmerimo, jer se masa meri terazijama. Izmerenu masu obeležavamo sa m_1 .

Merenje zapremine vrši se na sledeći način: na terazijama se prvo izmeri piknometar napunjen vodom i masom m_1 .

Merenje zapremine vrši se na sledeći način: na terazijama se prvo izmeri piknometar napunjen vodom i masom m_1 , koja se nalaži istovremeno na tasu (masa m_2). Zatim se telo mase m_1 stavlja u piknometar, pri čemu istekne onoliko vode kolika je zapremina samog tela. To je masa m_3 . Odatle



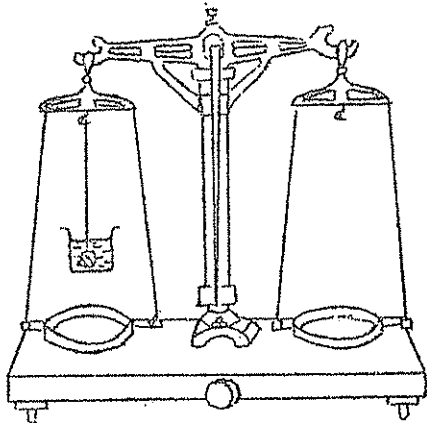
Sl. 205

nije teško zaključiti da je razlika u masama ($m_2 - m_3$) pode-
ljena sa gustinom vode, jednaka zapremini tela ($V = (m_2 - m_3) /$
 ρ_v). Zamenom u relaciji XXVII,6, dobijamo konačni obrazac
za određivanje gustine tela :

$$\rho = \frac{m_1}{m_2 - m_3} \rho_v \quad (\text{XXVII}, 7).$$

Druga metoda za merenje gustine čvrstih tela odnosi se
na hidrostatičke terazije, sa kojima se određuje i specifi-
čna težina tela.

Hidrostatičke terazije mogu da budu svake centigram
terazije ako se telo, čiju gustinu određujemo, obesi o kuku
na jednom kraku terazija (Sl. 206). Potrebno je jednom meri-
ti kada je telo u vazduhu, a drugi put kada je potopljeno u



Sl. 206

vodu. Pošto voda ima jedi-
ničnu gustinu (1 g/cm^3), to
postaje očigledno da je ra-
zlika u masama ($m_1 - m_2$) bro-
jno jednaka zapremini poto-
pljenog tela, odnosno:

$$V = (m_1 - m_2) / \rho_v.$$

Zamenom u obrascu XXVII,6,
za zapreminu, dobijamo re-
laciju za određivanje gu-
stine tela pomoću hidrosta-
tičkih terazija:

$$\rho = \frac{m_1}{m_1 - m_2} \rho_v \quad (\text{XXVII}, 8).$$

Prethodna relacija dobija
se na osnovu sile potiska,
kojom, tečnost deluje na po-
topljeno telo. Naime, razli-

ka u težinama kada je telo u vazduhu (G_1) i kada je potoplje-
no u vodi (G_2), upravo je jednaka sili potiska:

$$G_1 - G_2 = \sigma_v \cdot V, \text{ što se može napisati i}$$

drukčije:

$$m_1 \cdot g - m_2 \cdot g = \rho_v \cdot g \cdot V. *$$

Kada se skрати gravitaciono ubrzanje, ostaje sledeća relaci-
ja,

$m_1 - m_2 = \rho_v \cdot V$, što je uneto u jednači-
nu XXVII,8.

Najzad, na osnovu rezultata dobijenih za gustinu, može

* Težina tela može se dati preko obrasca $G = m \cdot g$ i ob-
rasca $G = \sigma_v$. Obzirom da je masa data proizvodom gustine i
zapremine, zamenom dobijamo $G = \rho g V$. Izjednačavanjem desnih
strana oba obrasca dobijamo

$$\sigma = \rho g.$$

se lako dobiti specifična težina u njutnima po metru kubnom ili kilonjutnima po metru kubnom, polazeći od jednačine:

$$\sigma = \rho \cdot g \quad (\text{XXVII}, 9).$$

Kada se gustina daje u kilogramima po kubnom metru, a ubrzanje u metrima po sekundi na kvadrat, onda se specifična težina dobija u njutnima po kubnom metru. Pokažimo to na primeru bakra, čija je gustina $8,9 \text{ kg/dm}^3$, odnosno 8.900 kg/m^3 :

$$\sigma_{Cu} = 8.900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 87,3 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} = 87,3 \text{ kN/m}^3.$$

Zadatak:

1. Odrediti gustinu jednog metala i jedne rude,
2. Izračunati relativnu grešku koja ne može biti veća od 10%, i
3. Izračunati specifičnu težinu u N/m^3 ili kN/m^3 .

2. Određjivanje modula elastičnosti za bakarnu ili čeličnu žicu

Moduo elastičnosti je važna mehanička veličina koja karakteriše elastičnost materijala, posebno metala i legura. Zato je od interesa njegovo eksperimentalno određivanje.

Na osnovu jednačine

$$E = \frac{F \cdot L}{S \cdot \Delta L},$$

moduo elastičnosti može da se izračuna, ako izmerimo veličine kao što su dužina žice (L), silu deformacije (F), istezanje (ΔL) i poprečni presek žice.

Dužinu žice i poprečni presek nije teško izmeriti, ako se ima u vidu da je poprečni presek dat relacijom: $S = r^2 \pi$. Zato prethodna jednačina dobija sledeći oblik:

$$E = \frac{F \cdot L}{r^2 \pi \cdot \Delta L} \quad (\text{XXVII}, 10).$$

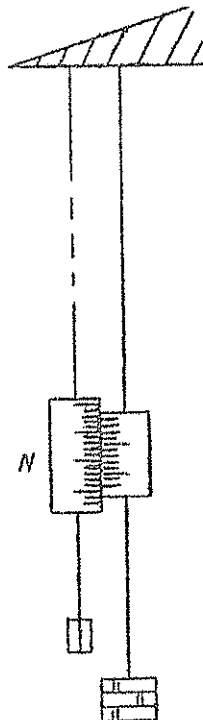
Što se tiče merenja sile deformacije, može se videti iz slike 207. Žica od čelika ili bakra pričvršćena je na gornjem kraju za oslonac na zidu. Na donjem kraju nalazi se nonius N , čiji je klizač učvršćen za zid. Ispod njega nalazi se tas, na koji se stavljaju tegovi, koji svojom težinom deluju kao sile deformacije. Tegovi su od 10 N i 20 N težine.

Dužina žice meri se pomoću pantljike koja se nalazi pored žice, čiji moduo elastičnosti treba da izmerimo.

Poluprečnik žice dobija se tako što se na 5 - 6 mesta izmeri prečnik pomoću mikrometarskog zavrtnja, pa se uzme srednja vrednost prečnika. Zatim se to podeli sa dva i konačno dobija srednja vrednost poluprečnika žice.

Istezanje (ΔL) takođe mora tačno, odnosno precizno da se izmeri. To se čini pomoću nonijusa, sa kojim su studenti

upoznati u početku rada u Laboratoriji. Preglednosti radi, koristi se tabela u koje se u određenim stupcima unose brojne vrednosti sile i istezanja. Prethodno treba staviti teg od 10 N ili 20 N, kako bi se žica ispravila. Zatim se dodaju tegovi od po 10 N. Izduženje ΔL unosi se u stubac pri dodavanju tegova. Zatim se merenje vrši i kada se skidaju tegovi sa tasa. Zato imamo dva stupca. Najzad, treći stubac daje srednje vrednosti po "horizontalali", a onda konačno dobija se srednja vrednost iz tog trećeg stupca. Tek tada je završen posao oko merenja istezanja.



Sl. 207.

F (N)	ΔL (mm) dodavanje tegova	ΔL (mm) skidanje tegova	ΔL_s (mm)
1.			
2.			
3.			

Posle ovakvog merenja crta se grafik, koji daje odnos sile deformacije (ordinata) i veličine istezanja (ΔL), što se nanosi na apscisu. Grafik treba da bude prava linija, koja prolazi kroz koordinatni početak. Na grafiku se izabere jedna proizvoljna tačka, "skinu" se njene koordinate i uvrste u relaciju XXVII, 10. Isto tako, uvrste se i druge brojne vrednosti za silu, dužinu i moduo elastičnosti E ili moduo dužinske deformacije.

Jedinice svih veličina u obrascu treba da budu u Međunarodnom sistemu. Tada će moduo elastičnosti biti izražen u njutnima po kvadratnom metru (N/m^2). Pošto je brojna vrednost sa ovom jedinicom vrlo velika, to se uzima kilonjtn (kN) za silu a cm^2 za poprečni presek, pa se dobija kN/cm^2 koji je deset miliona puta veći od njutna po kvadratnom metru.

Zadatak :

1. Izračunati moduo elastičnosti bakarne ili čelične žice,
2. Nacrtati grafik u $F, \Delta L$ - dijagramu, i
3. Odrediti relativnu grešku koja ne može biti veća od 10%.

Literatura za odbranu vežbe je V glava udžbenika.

3. Određjivanje modula torzije čelične žice

Moduo torzije je isto tako, kao i moduo elastičnosti, važna mehanička konstanta tela koja karakteriše elastičnost žice pri uvrtnanju. Veličina deformacije pri uvrtnanju jeste ugao torzije. Inače, moduo torzije je dat relacijom koja je poznata iz udžbenika (V glava):

$$E_t = \frac{2LM}{\pi r^4 \varphi} \quad (\text{XXVII}, 11),$$

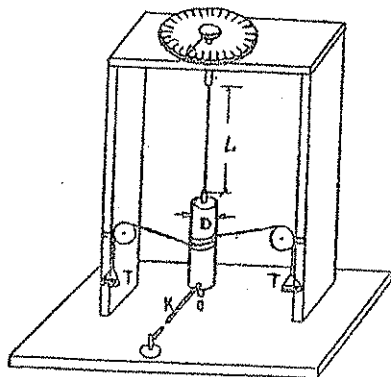
gde su:

- L - dužina žice,
- M - moment sprega,
- r - poluprečnik žice, i
- φ - ugao torzije u radijanima.

U ovom obliku, gornji obrazac se ne koristi u radu sa aparaturom, nego se umesto momenta sprega i ugla torzije uzima tzv. torziona konstanta c, koja je data sledećim obrascem: $c = \frac{M}{\varphi}$, odakle izlazi da je torziona konstanta brojno jednaka momentu sprega koji je u stanju da uvrne žicu za jedinični ugao. Tako dobijamo, konačno, obrazac za moduo torzije koji će se koristiti u eksperimentalnim radu:

$$E_t = \frac{2Lc}{r^4 \pi} \quad (\text{XXVII}, 12).$$

Šematski prikaz aparature dat je na sl. 208, gde žica dužine L stoji vertikalno na čijem donjem kraju imamo valjak



Sl. 208

koji se može da obrće dejstvom sprega sila. Spreg sila proizvode tegovi koji se stavljaju u tasove T, vezane preko koturova sa cilindrom pomoću običnog konca.

Eksperimentalno treba odrediti prvo torzionu konstantu c na osnovu obrasca $c = M/\varphi$, gde se zamenjuje tako da dobijamo ugao u lučnim stepenima tj.:

$$= \frac{2\pi}{360} \cdot \varphi^0 = \frac{\pi}{180} \cdot \varphi^0.$$

Tada je torzionna konstanta jednaka

$$c = \frac{G \cdot D}{\varphi} = \frac{180 \cdot D}{\pi} \cdot \frac{G}{\varphi^0},$$

gde je G - težina tega na tasu, a D - krak sprega, odnosno prečnik cilindra.

Težina se meri u njutnima a prečnik cilindra D u milimetrima, tako da se torzionna konstanta dobija u $N \cdot mm$. Dobijena vrednost za torzionu konstantu zamenjuje se u obrascu XXVII, 12, na osnovu kojeg se konačno dobija moduo torzije u N/m^2 , ili pak u kN/cm^2 .

Poluprečnik žice treba izmeriti više puta pa onda izračunati srednju vrednost, obzirom da žica nije svuda jednake debljine.

Merenje samog ugla torzije vrši se pomoću diska sa lučnim stepenima na gornjem kraju aparature što će se usmeno pokazati na samom radu u laboratoriji.

Zadatak:

1. Odrediti moduo torzije, i
2. Izračunati relativnu grešku, koja može biti najviše do 10%.

Literatura: Peta glava iz udžbenika.

4. Odredjivanje ubrzanja zemljine teže pomoću matematičkog klatna

Ubrzanje Zemljine teže ili gravitaciono ubrzanje je jedna od važnijih konstanti čiju brojnu vrednost treba ne samo zapamtiti, već i eksperimentalno odrediti.

Ubrzanje Zemljine teže može da se odredi pomoću matematičkog ili fizičkog klatna. Zatim, može da se odredi pomoću slobodnog padanja tela u vakuumu. Najjednostavnija je metoda pomoću matematičkog klatna i pored toga što njegove oscilacije nusu harmonijske.

Matematičko klatno predstavlja telo malih dimenzija (metalna kuglica) obešeno o neistegljiv konac, koje može da osciluje oko svog ravnotežnog položaja po luku $A - B - C$, pod dejstvom gravitacione sile (Sl. 209). Kuglica osciluje po luku a ne po pravoj liniji i otuda takve oscilacije ne mogu da budu i nisu harmonijske. Međutim, pod uslovom da su oscilacije vrlo male, tj. kada je ugao manji od 5° , odnosno kada je elongacija y praktično jednaka putu AB , može se uzeti da klatno vrši harmonijsko kretanje kada se izvede iz ravnotežnog

položaja. Na sl. 209 jasno se vidi da telo osciluje po luku iako na njega deluje samo težina tela (mg) usmerena vertikalno naniže. Otuda, očigledno, izlazi potreba da se težina tela razloži na komponente i to: jedna u pravcu konca, a druga u pravcu tangente na putanju. Prva sila N deluje uvek u pravcu konca i zateže ga, ali ne daje nikakvo ubrzanje. Nasuprot tome, sila F je aktivna, jer deluje u pravcu kretanja kuglice. Njena vrednost dobija se sa slike i iznosi

$$F = mg \cdot \sin \varphi \quad (\text{XXVII}, 13).$$

Pošto je rečeno da je ugao φ mali, onda se aproksimativno može uzeti da je tetiva y (elongacija) približno jednaka luku AB pa se ima da je $\sin \varphi \approx \varphi = Y/L$. Zameni li se vrednost sinusa u gornjoj jednačini, vodeći računa o znaku, dobija se da je:

$$F = -mg \frac{Y}{L}.$$

Kako su za matematičko klatno veličine: m , g i L konstante, to se mogu zameniti novom konstantom k , pa se dobija:

$$F = -ky.$$

Dobijeni obrazac predstavlja obrazac za silu kod harmonijskih kretanja. Znači, u aproksimaciji koja je napred podvučena, na oscilacije matematičkog klatna može se primeniti obrazac za period oscilovanja kod harmonijskih oscilacija, tj.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Konstanta k ovde, i ona napred data - istovetne su. Otuda se zamenom k dobija obrazac za period oscilovanja samog klatna

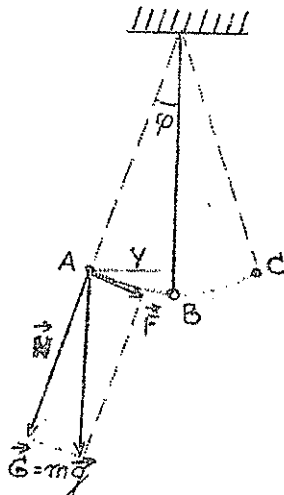
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

(XXVII, 14).

Iz poslednje jednačine izlazi da period oscilacije kod matematičkog klatna ne zavisi od mase klatna i amplitude, već samo od dužine matematičkog klatna. Ta činjenica omogućuje da se merenjem perioda oscilacija i dužine klatna, može izračunati ubrzanje g primenom poslednjeg obrasca koji se može napisati u sledećem obliku

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

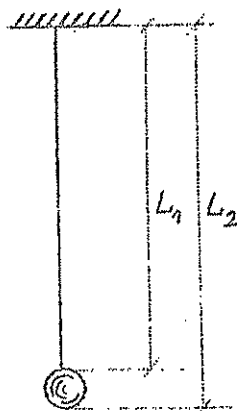
(XXVII, 15).



Sl. 209

Što se tiče samog merenja perioda oscilacija i dužine klatna, daju se kratka uputstva.

Dužina klatna meri se na taj način, što se prvo izmeri dužina od tačke vešanja do gornje tangencijalne ravni kuglice L_1 (sl. 210), a zatim do donje tangencijalne ravni kuglice L_2 . Kada se to sabere i podeli sa dva (aritmetička sredina), dobija se stvarna dužina klatna.



Sl. 210

$$L = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

Naime, kuglica treba da bude materijalna tačka zanemarljivo malih dimenzija. Kako je to praktično nemoguće izvesti, uzima se metalna kuglica prečnika oko 1 cm. Onda, dobijena dužina klatna kao aritmetička sredina dužine L_1 i L_2 , daje dužinu od tačke vešanja do centra kuglice.

Period ili vreme trajanje jedne cele oscilacije određuje se pomoću štoperice ili hronometra. Klatno se izvede iz ravnotežnog položaja (tako da ugao bude manji od 5° , odnosno da amplituda bude najviše 1 cm) i pusti da osciluje u jednoj ravni. Oscilacije se odbrojavaju i istovremeno meri vreme t štopericom sve dok se ne dobije određeni broj oscilacija. Najbolje je da to bude 50 oscilacija.

Period jedne oscilacije dobiće se kada se izmereno vreme t podeli sa brojem oscilacija n :

$$T = \frac{t}{n}$$

Dobijene vrednosti za dužinu konca i period oscilacije zamenjujemo u jednačini XXVII, 15 posle čega se izračunava ubrzanje zemljine teže, u metrima po sekundi na kvadrat (m/s^2), ili cm/s^2 .

Zadatak :

1. Izvršiti tri merenja sa različitim dužinama klatna i naći srednju vrednost gravitacionog ubrzanja.
2. Nacrtati grafik sa koordinatama L i T^2 .
3. Izračunati relativnu grešku, koja može biti najviše 3%.

Literatura : Šesta glava udžbenika

5. Određjivanje koeficijenta viskoznosti tečnosti

Koeficijent viskoznosti, ili drukčije, dinamička viskoznost, je važna mehanička konstanta kod tečnosti, pa i gasova. Međutim, od praktičnog značaja za ovaj kurs jeste

koeficijent viskoznosti kod tečnosti kao što su nafta, razne vrste ulja, glicerina, i druge. U Laboratoriji koristimo glicerina iz tehničkih razloga, kao i zbog dobre providnosti glicerina.

Sušтина unutrašnjeg trenja ili viskoznosti data je u udžbeniku (VIII glava), zato ovde neće biti reči o Njutnovoj jednačini, koja daje silu unutrašnjeg trenja između dva sloja. Važnije je ovde istaći činjenicu da se više zvanično ne može da koristi poaz (1 P) kao jedinica za koeficijent viskoznosti, već paskal.sekunda (1 Pa.s). Kako u staroj literaturi imamo poaze i brojne vrednosti koeficijenta datih u poazima, to moramo dati i odnos te dve jedinice. Naime, poaz je 10 puta manja jedinica za koeficijent viskoznosti od paskal.sekunde, tako da imamo:

$$1 \text{ Pa.s} = 10 \text{ P.}$$

U Laboratoriji za fiziku koristimo paskal.sekundu, pa zato sve veličine koje treba meriti moramo dati u jedinicama Međunarodnog sistema.

Metode za eksperimentalno određivanje koeficijenta viskoznosti jesu brojne. Instrumenti za njihovo merenje zovu se viskozimetri. Studenti će koristiti Štoksovu metodu kao instruktivnu i jednostavnu u radu.

Štoksova metoda koristi, u stvari, Štoksov zakon koji daje silu unutrašnjeg trenja pri kretanju kuglice kroz tečnost. Uslov je da kuglica bude malog poluprečnika. Inače, jednačina je data u sledećem obliku:

$$F = 6\pi\eta r v \quad (\text{XXVII, 16}),$$

gde su: r - poluprečnik kuglice, v - brzina kretanja kuglice kroz tečnost, i η - koeficijent viskoznosti tečnosti.

U navedenom obrascu pojavljuje se koeficijent viskoznosti (ili: dinamička viskoznost η) zbog toga što se pri kretanju kuglice kroz tečnost faktički javlja unutrašnje trenje između molekulskog sloja tečnosti na kuglici i samih slojeva tečnosti. Na taj način javlja se sila trenja između dva sloja tečnosti od kojih jedan (sloj tečnosti prilepljen uz kuglicu) ima brzinu jednaku brzini kretanja kuglice.

Izvođenje obrasca po kome se koeficijent viskoznosti izračunava, polazi od činjenice da se pri kretanju kuglice kroz tečnost u vertikalnoj cevi (Sl. 211) javljaju tri sile: težina kuglice (G), sila potiska (F_p) i Štoksova sila (F). Sila potiska i Štoksova sila deluju naviše a težina kuglice deluje vertikalno naniže. Ravnotežno stanje se uspostavlja onog trenutka kada kuglica (posle ubrzanog kretanja) dobije stalnu brzinu, tj. kada rezultantna sila postane jednaka nuli:

$$F_r = G - F_p - F = 0 \quad (\text{XXVII, 17}).$$

Taj uslov postiže se tako što se kuglica postavi na površinu tečnosti u cevi i pusti da slobodno pada. S obzirom na Štoksovu silu, koja zavisi od brzine kretanja, kuglica relativno

brzo dobije konstantnu brzinu. Zato crta a, odakle merimo put s, nije na nivou slobodne površine, već nešto niže.

Kada je takav uslov zadovoljen, obrazac za izračunavanje koeficijenta viskoznosti nije teško izvesti. Naime, prethodna jednačina može se napisati i u obliku

$$F = G - F_p \quad (\text{XXVII}, 18).$$

$$\text{Pošto je } G = mg = \rho Vg = \rho \cdot \frac{4}{3} r^3 \eta \cdot g, \text{ a}$$

$$F_p = \sigma_t \cdot V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \eta \rho_t \cdot g$$

to zamenom u obrascu XXVII, 18 dobijamo:

$$F = \frac{4}{3} \eta r^3 (\rho - \rho_t) g,$$

$$\text{odnosno: } 6 \eta r \cdot v = \frac{4}{3} r^3 (\rho - \rho_t) g,$$

Rešimo li jednačinu po η , dobićemo konačnu jednačinu, pošto se brzina (v) zameni količnikom puta s i vremena t koje protekne da kuglica padne od crte a do crte b:

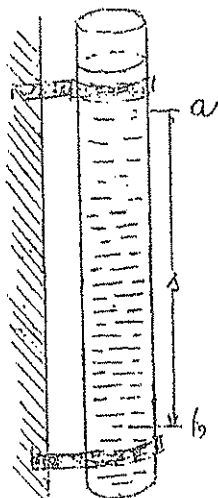
$$\eta = \frac{2}{9s} (\rho - \rho_t) r^2 g \cdot t \quad (\text{XXVII}, 19).$$

S obzirom na uslove rada u Laboratoriji za fiziku, kao i činjenicu da koeficijent viskoznosti jako mnogo zavisi od temperature tečnosti, neophodno je izvršiti više merenja na istoj temperaturi (najmanje

dva). Srednja vrednost biće svakako bolja ako se izvrši više merenja. Što se tiče tačnih vrednosti za koeficijent viskoznosti nekih tečnosti, studenti će dobiti u samoj Laboratoriji. Pri tome podvlačimo da je potrebno tačno izmeriti temperaturu tečnosti, pa termometar treba stalno da bude u cevi sa glicerinom.

Zadatak:

1. Odrediti koeficijent viskoznosti glicerina i to iz dva merenja, koristeći različite kuglice (od stakla i olova), i
2. izračunati relativnu grešku, koja ne može biti veća od 10%.



Sl. 211

27.5. II. C i k l u s

U drugi ciklus ušle su odabrane vežbe iz preostalog dela Fizike, s obzirom na smanjeni broj vežbi u Laboratoriji. To je razlog što je iz Toplote uzeta samo jedna vežba - specifična toplota metala ili minerala, iz električnih struja - određivanje električne otpornosti provodnika i određivanje EMS generatora jednosmerne struje, a iz optike - fotometri i sabirna sočiva.

6. Određjivanje specifične toplote metala i minerala

Specifična toplota predstavlja jednu od važnih termičkih konstanti tela, pa su metode za njeno merenje brojne i raznovrsne. U ovom Praktikum obradiće se jedna od najčešće upotrebljivanih metoda - metoda mešanja sa tzv. vode-nim kalorimetrom, čiji je šematski presek dat na sl. 212.

Specifična toplota, po definiciji, brojno je jednaka količini toplote koju treba dovesti kilogramu mase datog tela da se zagreje za jedan temperaturski stepen. Takva definicija sledi iz jednačine za količinu toplote ($Q = m \cdot c \cdot \Delta t$), jer je:

$$c = Q / m \cdot \Delta t \quad (1),$$

odakle proističu i jedinice:

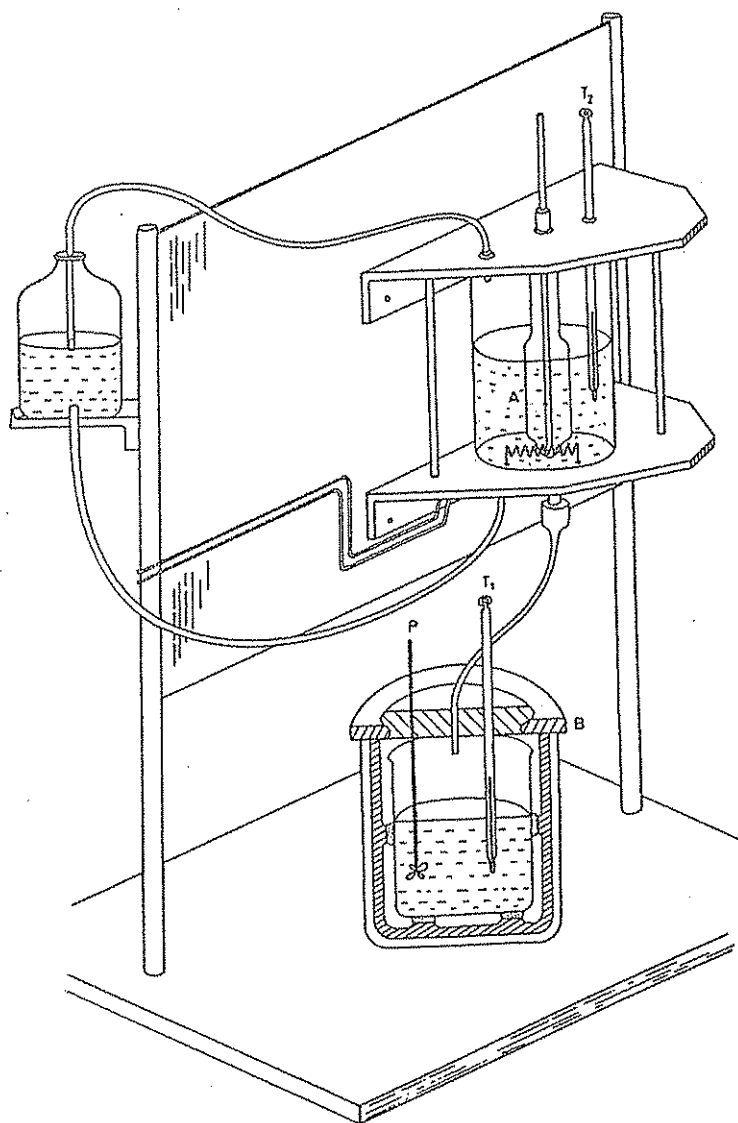
J/kg. $^{\circ}$ C, cal/g. $^{\circ}$ C i kcal/kg. $^{\circ}$ C. Prva je po Međunarodnom sistemu a druge dve iz prakse, koje se od 1981. godine ne mogu da koriste. Druge dve su brojno jednake i one su 4186 puta veće od J/kg. $^{\circ}$ C.

Iz iskustva je poznato da toplota spontano prelazi sa toplijeg na hladnije telo sve dok se temperature ne izjednače (stanje termičke ravnoteže). Na tom principu radi i vodenii kalorimetar (sl. 212), gde toplota zagrejanog tela prelazi u vodu i kalorimetrijsku čašu. Po zakonu o konzervaciji energije, ako se ne vodi računa o gubicima toplote, količina toplote koju zagrejano telo daje (Q_t) mora da bude jednaka količini toplote koju prima voda (Q_v):

$$Q_t = Q_v.$$

Naime:

$$m_t c_t (t_2 - t_s) = m_v c_v (t_s - t_1)$$



gde su :

- m_t - masa tela čiju specifičnu toplotu merimo,
- c_t - specifična toplota nepoznatog tela,
- t_2 - temperatura do koje je telo zagrejano,
- t_1 - temperatura vode u kalorimetru neposredno pre ubacivanja zagrejanog tela, i
- t_s - temperatura posle ubacivanja zagrejanog tela (temperatura mešanja) kada telo i voda imaju zajedničku temperaturu.

Mereći sve te veličine, eksperimentalno, može se odrediti specifična toplota c_t iz prethodne relacije:

$$c_t = \frac{m_v(t_s - t_1)c_v}{m_t(t_2 - t_s)} \quad \text{XXVII, 20.}$$

Količina toplote koju primaju: staklena čaša, mešalica i termometar su veoma male pa se zanemaruju.

Pri zagrevanju tela u vodenom kupatilu A, sl. 212, ostavi se 15 minuta da voda ključa tako da telo po celoj zapremini dobije istu temperaturu. Posle ovoga vrši se upuštanje tela u kalorimetrijski sud B. Pri ovome potrebno je paziti da ne dođe do oštećenja staklene cevi kroz koju telo prolazi iz vodenog kupatila u kalorimetrijski sud. Neposredno pre upuštanja zagrejanog tela pročitaj se temperatura t_1 . Posle upuštanja potrebno je mešalicom P mešati i pratiti penjanje žive u termometru. Najbolje je posmatrati promenu temperature pomoću lupe, kako bi mogli što tačnije da pročita-mo i delove od stepena. Sačeka se 2 - 3 minuta i pročita zajednička temperatura mešanja t_s . Primenom obrasca XXVII, 20, izračunava se specifična toplota merenog tela. Pri tome treba pomenuti da se masa tela (m_t) i masa vode (m_v) mere na centigram terazijama.

Za ovu vežbu treba dati odgovarajuća naknadna obaveštenja. Naime, u fizici, a posebno u tehnici, jedinice kalorija i kilokalorija su se toliko odomacile da se nigde ne pominje džul kao jedinica za toplotnu energiju. Pošto smo sada obavezni zbog Zakona o mernim jedinicama i merilima iz 1976. godine, to treba istaći potrebu da se vodi računa o činjenici da jedinica za specifičnu toplotu može da bude samo džul po kilogram stepenu celzijusovom (odnosno kelvinovom). Zato masu treba meriti u kilogramima, temperaturu u stepenima celzijusovim, a specifičnu toplotu vode dati u J/kg. °C, koja iznosi:

$$c_v = 4186 \text{ J/kg. } ^\circ\text{C.}$$

U laboratoriji određivaće se specifična toplota gvozdja (čelika) i stakla kao nemetala. Neke grupe uzeće olovo umesto gvoždja. Uzgred navodimo da se pri merenjima temperatura mora posebno da vodi računa, jer su razlike vrlo male,

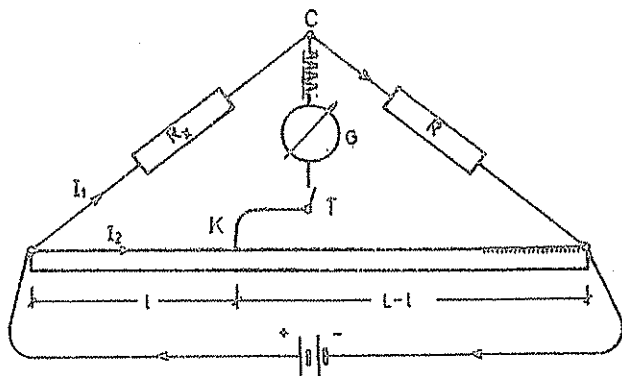
pa bi svaka greška mogla da prouzrokuje veliku grešku u konačnom rezultatu.

Zadatak

1. Odrediti specifičnu toplotu metala ili stakla, pri čemu treba uzeti jedinicu $J/kg.^{\circ}C$.
2. Odrediti relativnu grešku koja ne može biti veća od 10%.

7. Određjivanje električne otpornosti pomoću Vitstonovog mosta

Električna otpornost (ili: otpor) jednog provodnika zavisi od prirode materijala, dimenzija provodnika i temperature. Pošto je otpornost jedna od važnih elektrotehničkih veličina, danas su poznate mnogobrojne metode za merenje u laboratoriji. Jedna od praktičnih metoda, bez velike preciznosti, jeste metoda Vitstonovog mosta. Šema tog mosta data je na sl. 213, gde se očigledno mogu da konstatuju dve grane sa čvorovima A i B. Struja jačine I stiže u čvor A, odakle se grana na struje I_1 i I_2 .



Sl. 213

Po prvom pravilu Kirhofa, jačina struje u nerazgranatom delu kola jednaka je zbiru struja koje izlaze iz čvora i odlaze u pomenute grane:

$$I = I_1 + I_2.$$

S druge strane, nepoznati otpor, čija je otpornost R_x , vezan je sa poznatim otporom (čija je otpornost R) u gornjoj grani. Ta dva otpora čine jednu granu jer su vezani redno ili serijski. Sasvim drukčije stoji stvar sa drugom granom. Nai-

me, druga grana, što se vidi iz slike, praktično daje otpor jedne žice dužine 1 m koja leži na lenjiru. Žica je od materijala čija je specifična otpornost relativno vrlo velika. Pored te dve grane imamo tzv. "most" koji vezuje tačku C na gornjoj grani sa klizećim kontaktom K na žici, koji se nalazi na lenjiru.

Postupak pri merenju otpora R_X je relativno jednostavan zbog toga što kontakt K treba šetati po lenjiru sve dok igla na galvanometru G ne dođe na nulu. To znači da kroz most ne teče struja, odnosno to znači da su tačke C i K sa istim potencijalima. To u stvari znači da između tačaka C i K nema napona. U mostu se nalazi još zaštitni otpor i taster T. Taster služi za uključivanje mosta samo kada treba videti da li kroz galvanometar teče ili ne teče struja. Zaštitni otpor, pak, treba da sačuva instrument od jakih struja.

Kada u mostu nema struje, tj. kada kazaljka na galvanometru stoji na nuli, onda su naponi između tačaka A i C, i tačaka A i K jednaki:

$$U_{AC} = U_{AK}.$$

Na osnovu Omovog zakona napon je dat proizvodom jačine struje i otpora provodnika na tom delu kola, pa se gornja jednačina može napisati i u sledećem obliku:

$$I_1 R_X = I_2 R_1,$$

gde je R_1 otpor žice između tačaka A i K. S druge strane jednaki su i naponi U_{CB} i U_{KB} , tako da možemo napisati:

$$U_{CB} = U_{KB}.$$

I ovde se može jednačina napisati u vidu proizvoda jačine struje i otpora:

$$I_1 R = I_2 R_2.$$

Ako jednačine sa proizvodima otpora i jačine struje podelimo, dobićemo sledeće:

$$\frac{I_1 R_X}{I_1 R} = \frac{I_2 R_1}{I_2 R_2},$$

odnosno:

$$R_X = R \frac{R_1}{R_2} \quad (\text{XXVII}, 21).$$

Iz jednačine se vidi da se nepoznata otpornost može izračunati ukoliko su poznati otpori na desnoj strani jednačine. Međutim, gornja jednačina ne koristi se u obliku u kome je data, nego se uprošćava na taj način što se otpori R_1 i R_2 zamenjuju obrascima koji važe za električnu otpornost uopšte,

pa imamo: $R_1 = \rho l / S$ i $R_2 = \rho (L - l) / S$,

gde je l - dužina žice između tačaka A i K, a L - l , dužina

drugog dela žice na lenjiru. Veličina ρ i S , specifična otpornost i poprečni presek žice, jesu konstante za tu žicu. Zato se zamenom poslednjih obrazaca u jednačini XXVII,21, dobija konačno obrazac:

$$R_K = R_{\frac{l}{L-l}} \quad (\text{XXVII}, 22),$$

koji se koristi za izračunavanje nepoznate električne otpornosti. Iz obrasca se vidi da posle doterivanja kontakta K , kada galvanometar ne pokazuje struju, treba jedino pročitati rastojanja na levoj i desnoj strani od kontakta K . Rastojanje l i $L-l$ daju se u milimetrima, čiji količnik predstavlja neimenovani broj. Neke detalje u vezi rada sa Vitstonovim mostom studenti će dobiti i u samoj laboratoriji.

Zadatak:

Prvo, upoznati se sa šemom Vitstonovog mosta i uključiti nepoznati otpor između tačaka A i C .

Drugo, uz pomoć laboranta ili asistenta pregledati šemu i uključiti akumulator ili ispravljač za čvorove A i B . Za to vreme taster je podignut, odnosno most je "otvoren".

Treće, izvršiti odgovarajuća merenja posle svodjenja kazaljke galvanometra na nulti pođelak. Izmeriti prvo jedan pa drugi otpor, a onda vezivati ih serijski pa paralelno, kako bi se iskoristilo i prvo pravilo Kirhofa.

Literatura: Četrnaesta glava u udžbeniku.

8. Određjivanje elektromotorne sile generatora pomoću Pogendorfove metode

Elektromotorna sila generatora je važna električna veličina jer prouzrokuje struju u kolu. Otuda su brojne metode za njeno eksperimentalno određivanje. Jedna od jednostavnih a instuktivnih metoda jeste Pogendorfova metoda ili metoda kompenzacije.

Elektromotorna sila je uvek viša od napona na polovima jednog generatora, što je poznato iz udžbenika (XIV glava). Uostalom, poznato je da je elektromotorna sila data zbirom napona u spoljašnjem i unutrašnjem delu kola, $\epsilon = U + U_u$, odakle je

$$U = \epsilon - U_u \quad (\text{XXVII}, 23).$$

Pošto Omov zakon važi za bilo koji deo kola, to se može napisati i za onaj deo u samom generatoru, pa imamo: $U_u = I \cdot R_u$, gde je R_u unutrašnja otpornost, odnosno otpornost samog generatora. Zamenimo li unutrašnji napon u prethodnoj relaciji, dobićemo za napon sledeću jednačinu:

$$U = \epsilon - I \cdot R_u \quad (\text{XXVII}, 23a).$$

koju ćemo komentarisati.

Poslednja jednačina pokazuje da je napon U utoliko niži od elektromotorne sile, ukoliko je drugi član na desnoj

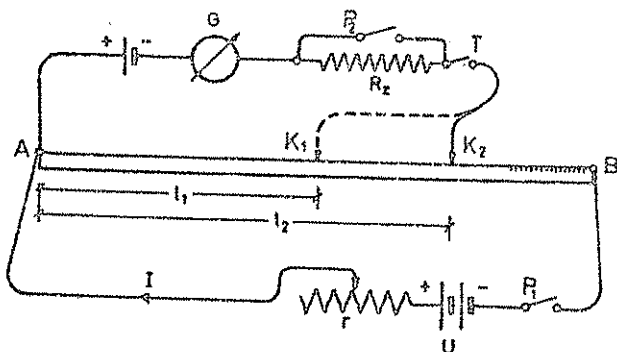
strani veći, što je logično. Taj član se može smanjivati kako slabljenjem struje, tako i smanjivanjem otpornosti R_g . Međutim, unutrašnja otpornost generatora (elektrolit ili metalni provodnik) nikada ne može biti jednaka nuli, zbog čega drugi član u prethodnoj relaciji nikada ne može biti nula. Zato se elektromotorna sila teško može da meri dok kroz kolo teče struja. Dakle, treba dovesti strujno kolo u takvu "situaciju" da struja ne teče i ako je kolo zatvoreno. To se omogućava tzv. metodom kompenzacije, koju je dao Pogendorf.

Napon se, dakle, može izjednačiti sa elektromotornom silom u onom slučaju kada u kolu nema struje, zbog čega drugi član ($I \cdot R_g$) otpada, jer je jednak nuli, pa imamo da je:

$$U = \varepsilon \quad (\text{XXVII}, 24).$$

Ovaj uslov omogućuje da se na relativno jednostavan način izmeri elektromotorna sila datog generatora.

Pogendorfova metoda ili metoda kompenzacije omogućava da se pomoću dva strujna kola, pogodno kombinovana (Sl.214),



Sl. 214

izmeri elektromotorna sila generatora. Prvo kolo sastoji se od akumulatorske baterije U (dva olovna akumulatora vezana serijski) od 4 V, žice AB na lenjiru sa milimetarskom pode- lom (kao kod Vitstonovog mosta), prekidača P_1 i konačno, reostata r , čiji je zadatak da menja struju u kolu. Zadatak tog prvog kola je da proizvede napon između tačaka A i B , na žici, koji približno iznosi 4 V.

Drugo kolo čine generator (čija se elektromotorna sila meri), galvanometar G , zaštitni otpor R_2 i taster T . Jedan kraj kola vezan je za tačku A , a drugi kraj za kontakt K , koji se može "šetati" po žici, slično onom kod Vitstonovog mosta. Generator u tom kolu najčešće je čelični akumulator ili

baterija od dva čelična akumulatora, koja je vezana svojim pozitivnim polom za tačku A, a negativnim polom za kontakt K. Istovremeno, baterija u donjem, odnosno prvom kolu, vezana je za tačku A i tačku B. Oba akumulatora vezana su za tačku A svojim pozitivnim polovima, tako da se u istu tačku stižu struje suprotnog smera, kako je na slici i pokazano.

U gornje kolo stavlja se prvo jedan čelični akumulator (ili neki galvanski element) čija elektromotorna sila treba da se izmeri. Kroz gornje kolo teći će struja kroz zaštitni otpor R_z (pošto je prekidač P_2 otvoren) kada pritisnemo taster T. Time se ustvari zatvara gornje kolo. Samo je po sebi jasno da je potrebno uključiti i donje kolo kako bi se javio napon između tačaka A i B, pomoću prekidača p_1 . Kontakt K pomera se levo-desno po lenjiru (uz istovremeno pritiskivanje tastera da se vidi skretanje kazaljke na galvanometru) sve do položaja kada kazaljka na galvanometru ne skreće sa nultog podeoka na jednu ili drugu stranu. Tada kroz gornje kolo ne teče struja zbog toga što se napon na delu žice između A i K_1 (U_{AK_1}) kompenzuje elektromotornom silom gornjeg generatora, koja je suprotno usmerena. Dakle, $\epsilon_1 = U_{AK_1}$. Potom se gornji akumulator, čiju elektromotornu silu ϵ_1 još ne znamo, zameni drugim akumulatorom, čija je elektromotorna sila stalna i poznata (ϵ_2). Opet se pomera kontakt (ovog puta na levu stranu) dok kazaljka ne dodje na nulu, kada se napon između tačaka A i K_2 ne uravnoteži sa elektromotornom silom drugog akumulatora: $\epsilon_2 = U_{AK_2}$. Podelom elektromotornih sila dobiće se sledeća relacija:

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{U_{AK_1}}{U_{AK_2}}.$$

Naponi na desnoj strani jednačine mogu se zameniti proizvodom jačine struje i otpora žice, pa ćemo imati:

$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{\rho \frac{l_1}{S} I}{\rho \frac{l_2}{S} I} = \frac{l_1}{l_2} \quad (\text{XXVII}, 25),$$

gde se specifična otpornost žice i njen presek mogu da skrate s obzirom da je žica istog preseka na celoj dužina i od istog materijala. Zato poslednja jednačina pokazuje da se elektromotorne sile nepoznatog i poznatog generatora imaju upravo srazmerno dužinama žice od tačke A do prvog, odnosno drugog položaja kontakta. Odatle se konačno dobija obrazac za nepoznatu elektromotornu silu u sledećem obliku:

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 \frac{l_1}{l_2} \quad (\text{XXVII}, 26).$$

Količnik na desnoj strani je neimenovan broj, pa je elektromotorna sila nepoznatog generatora data u voltima. Jednačina dalje pokazuje da je pri eksperimentalnom radu potrebno izme-

riti dužine l_1 i l_2 , pod uslovom da je zadovoljena jednačina XXVII,24.

Što se samog merenja tiče, treba naglasiti sledeće. Prvo, formirati oba strujna kola, ali bez uključivanja. Drugo, uključiti donje kolo preko prekidača p_1 . Gornje kolo treba uključiti preko tastera T ali tako da prekidač p_2 ostane otvoren. Na taj način struja teče kroz Zaštitni otpor R_z , koji slabi struju u kolu i tako štiti galvanometar od jakih struja. Taster se često uključuje da bi se, pomeranjem kontakta, pronašao položaj kada u kolu neće biti struje. Posle toga zatvara se prekidač p_2 i struja poteče preko njega a ne preko zaštitnog otpora, čime se poveća osetljivost galvanometra. Klizač K ponovo se podešava, odnosno tačnije podešava. Za potvrdu da je klizač na dobrom mestu, kazaljka na galvanometru ne skreće pri uključivanju i isključivanju tastera. Onda se pročitna dužina l , na milimetarskoj skali i sve ponovo izvede na isti način sa drugim akumulatorom, čija je elektromotorna sila poznata. Dobijene dužine (l_1 i l_2) zameniti u jednačini XXVII,26 i onda izračunati elektromotornu silu ϵ_1 .

Na kraju napominjemo da akumulator u donjem kolu mora da ima viši napon nego akumulatori u gornjem kolu. Razlog tome je očigledan. Naime, kada napon na žici na bi bio viši od napona akumulatora u gornjem kolu, onda ne bi moglo da dodje do uravnotežavanja napona na žici i elektromotorne sile onog generatora koji uključujemo u gornje kolo.

Zadatak :

1. Izračunati elektromotornu silu jednog čeličnog akumulatora, i
2. Izračunati relativnu grešku, koja može biti najviše 10%.

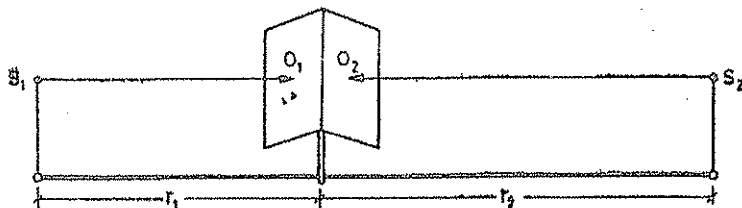
Literatura ? Četrnaesta glava iz udžbenika.

9. Određjivanje svetlosne jačine termičke sijalice pomoću Bunzenovog fotometra

Za brzo i relativno grubo merenje svetlosne jačine svetlosnih izvora, koristi se Bunzenov fotometar sa masnom mrljom, koji predstavlja najpogodniji fotometar iz grupe vidualnih fotometara.

Bunzenov fotometar sastoji se od optičke klupe, dva svetlosna izvora (dve termičke sijalice) i zaklona sa masnom mrljom (mrlja je od stearina, koji se ne razliva). Radi boljeg uočavanja prilikom merenja, pored masne mrlje dodaju se dva ogledala (Sl_1 , ogledala 0_1 i 0_2), koja se mogu da obrću oko vertikalne ose. Podešavanjem ogledala treba naći položaj i jednog i drugog tako da se omogućava istovremeno posmatranje masne mrlje s jedne i druge strane zaklona. Uloga masne mrlje je od osnovnog značaja za merenje jačine

nepoznatog svetlosnog izvora. To se može pokazati na osnovu slike 215, koja šematski predstavlja jedan Buženov fotometar. Podjimo od toga da trenutno svetli samo izvor S_2 , jačina I_2 koji osvetljava list hartije sa masnom mrljom. U ogledalu O_1 masna mrlja izgleda tada svetla a ostala površina hartije tamna. Obrnut je slučaj kada gledamo u ogledalo O_2 ,



Sl. 215

gde je površina lista svetla a mrlja tamna. To dolazi otuda što zraci kroz mrlju uglavnom prolaze, pa nam ona izgleda svetla. List hartije, naprotiv, najvećim delom reflektuje svetlosne zrake, zbog čega u ogledalu O_2 vidimo svetlu osnovu a tamnu mrlju. Ako sada upalimo i izvor S_1 imaćemo svetlosne zrake i s jedne i s druge strane hartije. Pomeranjem masne mrlje po optičkoj klupi može se postaviti u položaj kada će osvetljenost sa obe strane zaklona (mrlje) biti jednaka, tj. kada će biti zadovoljen sledeći uslov: $E_1 = E_2$.

Prethodna relacija predstavlja ustvari činjenicu da je osvetljenost mrlje od strane jednog jednaka osvetljenosti masne mrlje od strane drugog svetlosnog izvora. To, dalje, znači da je kroz mrlju prošao isti broj zrakova i od jednog i drugog izvora. Zato se može u prethodnoj jednačini zameniti jedna i druga osvetljenost na osnovu relacije $E = I/r^2$, posle čega imamo sledeći obrazac:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (\text{XXVII}, 27).$$

Oдавде se vidi da su jačine svetlosnih izvora upravo srazmerne kvadratu njihovih rastojanja od zaklona (mrlje) pod uslovom da su im osvetljenosti na tom zaklonu iste. Pošto je jedan od svetlosnih izvora uzet kao standard, čija je svetlosna jačina poznata, to merenjem rastojanja r_1 i r_2 može se lako izračunati jačina nepoznatog svetlosnog izvora. U tom cilju gornja relacija piše se u obliku:

$$I_1 = I_2 \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} \quad (\text{XXVII}, 27a),$$

gde je: I_1 - jačina nepoznatog svetlosnog izvora. Sve ostale

veliĉine koje ulaze u gornju jednaĉinu ili su poznate ili se direktno mere. Tako, na primer, rastojanja r_1 i r_2 ĉitaju se na milimetarskoj podeli na optiĉkoj klupi.

Najzad, ovde treba istaĉi da studenti neĉe dobiti jaĉinu svetlosnog izvora u kandelama nego u vatima. Naime, poznati svetlosni izvor - termiĉka sijalica - daje se u vatima, odnosno daje se njegova snaga. To je uzeto zbog toga što svetlosni izvori imaju praktiĉno istu spektralnu raspodelu, odnosno istu boju pa se ovakvim postupkom ne pravi nikakva greška.

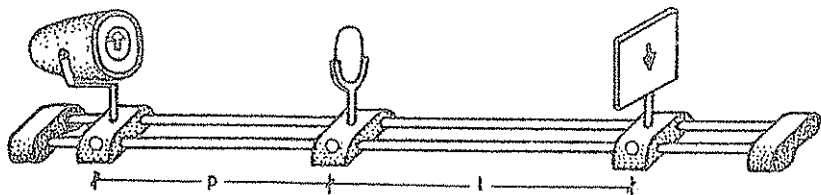
Zadatak: Odrediti jaĉinu svetlosti dve termiĉke sijalice. Relativna greška u rezultatu ne moţe biti veća od 10%.

Literatura: Devetnaesta glava iz udţbenika.

10. Odredjivanje ţiţne daljine sabirnih i rasipnih soĉiva.

Źiţna daljina soĉiva, bilo da je reĉ o sabirnim ili rasipnim predstavlja vaţnu karakteristiku datog soĉiva. Inaĉe, Źiţna daljina je rastojanje od optiĉkog centra soĉiva do Źiţe na jednu ili drugu stranu od soĉiva. Metode za njeno odredjivanje u laboratoriji jesu razliĉite i brojne. U ovom praktikumu obradićemo samo onu metodu koja omogućuje izraĉunavanje Źiţne daljine na osnovu merenja rastojanja predmeta i lika od soĉiva.

Aparatura za merenje Źiţne daljine soĉiva nije ništa drugo nego optiĉka klupa koja je šematski predstavljena na slici 216. Na levoj strani nalazi se svetlosni izvor (termiĉka sijalica) u kutiji na kojoj je izrezana strelica, koja



Sl. 216

predstavlja predmet. Na desnoj strani nalazi se zaklon na stativu koji se moţe Źetati po optiĉkoj klupi. U sredini imamo soĉivo pomoću kojeg se formira lik na zaklonu. Zaklon treba pomeriti levo desno sve donde dok se ne dobije jasan lik predmeta, koji treba da bude izvrnut. Iz udţbenika je poznato da jasan i ošt lik znaĉi da se u ravni zaklona seku zraci posle prolaza kroz soĉivo. Rastojanje od predmeta (strelice

na kutiji) do sočiva (p) i rastojanje lika od sočiva (l) može se lako pročitati na milimetarskoj podeli na optičkoj klupi. Unošenjem vrednosti za p i l u jednačinu za sabirno sočivo

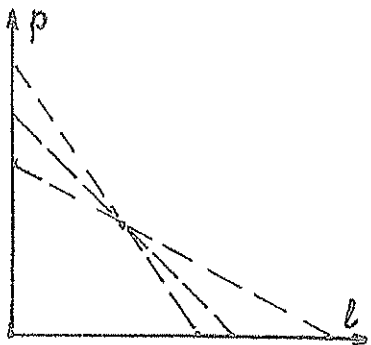
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

odnosno

$$f = \frac{p \cdot l}{p + l} \quad (\text{XXVII}, 28),$$

može se izračunati žižna daljina u centimetrima. Treba odmah naglasiti da je potrebno izvršiti najmanje tri merenja i to tako što će jedanput biti lik uvećan a drugi put umanjen u odnosu na predmet. Dobijene vrednosti za žižnu daljinu pri tim merenjima treba sabrati i podeliti sa tri, kako bi se dobila srednja vrednost žižne daljine sabirnog sočiva.

Žižna daljina se može odrediti i grafičkim putem ako se na ordinatu nanose vrednosti za rastojanje lika (l) a na apscisu - rastojanje predmeta od sočiva (p). I ovde treba uzeti najmanje tri merenja i pri svakom merenju treba date tačke na koordinatnom sistemu spojiti pravom linijom. Ako su merenja bila tačna, prave će se seći u jednoj tački (sl. 217). Koordinate te tačke (F) predstavljaju žižnu daljinu sočiva (f). Pošto se često prave greške pri merenju, to se dobijene prave ne seku u jednoj tački nego u različitim tačkama. U tom slučaju treba izabrati tačku koja se nalazi između ranije dobijenih presečnih tačaka.



Sl. 217

Žižna daljina rasipnog sočiva ne može se odrediti ovako

direktno kao kod sabirnih, iz prostog razloga što rasipna sočiva ne daju realne likove. U stvari, rasipna sočiva daju samo imaginarne likove. Zato je i njihova žiža virtualna, pa rasipna sočiva imaju "virtualnu" žižnu daljinu. To je razlog što pored rasipnog na stativ stavlja i sabirno sočivo koje je optički jače. To znači da je žižna daljina sabirnog sočiva manja od žižne daljine kod rasipnog sočiva ($f_s < f_r$). Za taj slučaj koristimo jednačinu koja važi za optički sistem gde je:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} - \frac{1}{f_r},$$

odnosno

$$f_r = \frac{f \cdot f_s}{f - f_s} \quad (\text{XXVII}, 29).$$

Žižna daljina f dobija se na osnovu rastojanja lika i predmeta od sistema sabirnog i rasipnog sočiva. Zato je napred i rečeno da se žižna daljina rasipnog sočiva određuje indirektnom metodom.

Zadatak:

1. Odrediti žižnu daljinu sabirnog sočiva na osnovu tri merenja.
2. Odrediti žižnu daljinu rasipnog sočiva sa jednim merenjem.
3. Izračunati optičku jačinu sabirnog i rasipnog sočiva na osnovu dobljenih vrednosti za žižne daljine.

Literatura : Dvadeseta glava iz udžbenika.

